

Programme de colles mathématiques PC

Semaine 16 du 20/1 au 24/1

1 Séries entières

Rayon de convergence d'une série entière. Recherche de rayon de convergence à l'aide de la règle de d'Alembert. Rayon de convergence de la somme, combinaison linéaire et produit de séries entières.

Continuité de la somme. Dérivation et primitivation d'une série entière, caractère \mathcal{C}^∞ sur l'intervalle ouvert $] -R, R[$ de convergence.

Fonction développable en série entière, série de Taylor de f en 0 pour f de classe \mathcal{C}^∞ au voisinage de 0. Révision de première année : formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor.

DSE d'une fonction rationnelle (de $z \mapsto \frac{1}{1-z}$ en particulier), de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto \arctan x$ et de \exp (sur \mathbb{C}).

Questions de cours :

- Lemme d'Abel (énoncé et démonstration bien sûr) et énoncé de la définition du rayon de convergence.
- Énoncé (sans démonstration) des règles de d'Alembert : celle pour les séries numériques (P43 du chapitre concerné) et celle pour les séries entières.
- Continuité de la somme d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence (P15+C16)
- DSE de $x \mapsto \ln(1+x)$
- DSE de \arctan

2 Révisions : équations différentielles linéaires

Equations différentielles linéaires d'ordre 1 : méthode de résolution.

Equations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants, et de second membre simple (de la forme $t \mapsto P(t)e^{\lambda t}$ ou d'une somme de termes de ce type)

Solutions d'équations différentielles développables en séries entières.

A suivre : dénombrement, probabilités.