

Sujet type : oral CCINP

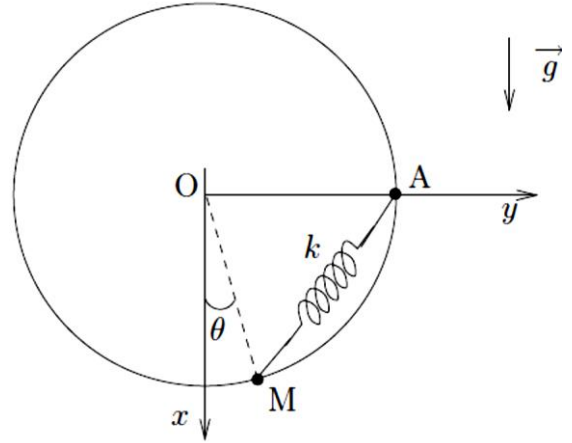
Mécanique du point 4

Un point matériel de masse m est assujéti à glisser sans frottement sur un cerceau vertical de centre O et de rayon R . Il est lié au point A par un ressort de raideur k et de longueur au repos négligeable.

1. Établir l'équation différentielle du mouvement. (3 méthodes possibles)
2. Déterminer la position d'équilibre θ_{eq} en fonction de :

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \text{ et } \Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

3. Déterminer la pulsation des petites oscillations.



Optique

On considère un interféromètre de Michelson en configuration lame d'air d'épaisseur $e \approx 0,90 \mu\text{m}$ éclairée par une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$.

Donner le schéma et faire apparaître les sources équivalentes ainsi que la différence de marche δ .

On place sur un des bras de l'interféromètre une lame d'indice $n = 1,45$, d'épaisseur $\ell = 3,0 \mu\text{m}$ parallèle à un miroir. Comment est modifiée la figure d'interférence ? Qu'advient-il si on place deux lames ?

Sujet type : oral CCINP

Exercice de diffusion

On considère un patch de nicotine caractérisé par : Masse $m = 25 \text{ mg}$, épaisseur $e_p = 1 \text{ mm}$, surface $S = 30 \text{ cm}^2$ et durée d'utilisation de 21 h.

La nicotine a une masse molaire $M_{\text{nicotine}} = 162 \text{ g. mol}^{-1}$ et un coefficient de diffusion $D = 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

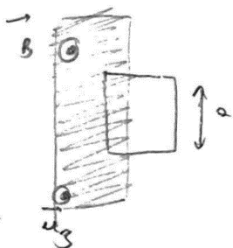
Cette molécule se diffuse dans la peau d'épaisseur $e = 1 \text{ mm}$.

- On suppose que la densité de particule est homogène dans le patch.
- On suppose que les capillaires sanguins situées sous la peau captent la nicotine entrant dans le sang.

On rappelle $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

1. Démontrer l'équation de diffusion à une dimension.
2. Déterminer la manière dont évolue la densité volumique de particules dans le corps.
3. à l'aide du flux de particules, montrer que la résistance à la diffusion R_{diff} suit une loi d'Ohm dont on donnera l'expression.
4. Le patch est considéré comme inactif s'il reste moins de 0,1% de nicotine. Vérifier alors la validité du modèle proposé par le pharmacien.
5. L'hypothèse du régime quasi-stationnaire est-elle valable ?

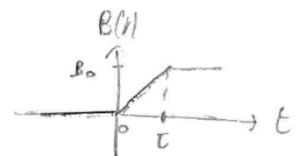
Problème d'électromagnétisme



On considère une spire carrée de côté a , de résistance R plongée en partie dans un champ magnétique $\vec{B} = B(t)\vec{u}_z$.

Le champ magnétique vérifie :

Prévoir qualitativement le sens de la force subie par le cadre.
Déterminer la force qu'il faut pour maintenir immobile le cadre.



Exercices d'oraux : Mécanique

Mécanique du point

Mécanique du point 1

(CCINP mp3)

Une comète a un périhélie de $r_p = r_0/2$ où r_0 est la distance Terre-Soleil. En P la vitesse vaut $v_p = 2v_0$ où v_0 est la vitesse de rotation de Terre autour du Soleil (supposée circulaire).

1. Quelle la nature de la trajectoire ?
2. Déterminer $v(r)$.

Mécanique du point 2

(CCINP mp6)

Une bille de masse m et de rayon b est attachée au plafond par un ressort (k, ℓ_0) . La boule est de plus plongée dans un récipient d'eau de masse volumique ρ_e . La boule subit un frottement fluide $\vec{f} = -6\pi\eta b\vec{v}$, où η est la viscosité de l'eau. Trouver la longueur du ressort à l'équilibre ℓ_e . Établir l'équation différentielle en $z(t)$, repérée par rapport à la position d'équilibre, sous la forme :

$$\ddot{z} + 2\lambda \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$$

Quelle est la condition pour observer des oscillations ? Que vaut alors la pseudo-période T ? En l'absence de frottements, que vaut la période propre T_0 ? Proposer une méthode permettant la mesure de η .

Mécanique du point 3

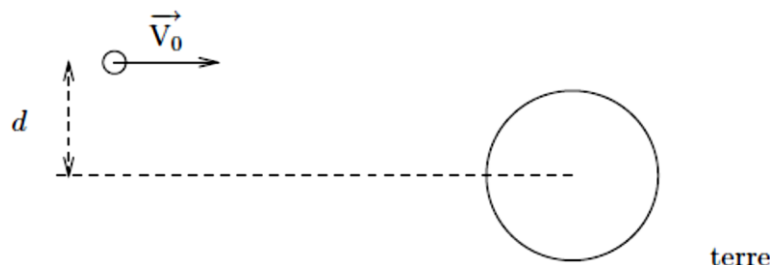
(CCINP mp9)

Définir un satellite géostationnaire et calculer son altitude en prenant $g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, $R_T = 6400 \text{ km}$ et la durée d'un jour sidéral $T = 86\,100 \text{ s}$. Calculer l'énergie à fournir pour faire varier l'altitude de 50 km.

Mécanique du point 4

(CCINP mp13)

Une météorite décrit une trajectoire rectiligne, à la vitesse constante V_0 distante de $d = 100.10^3 \text{ km}$ du centre de la Terre. Le rayon terrestre est noté R et vaut $R = 6\,400 \text{ km}$. Pénétrant dans le champ de gravitation terrestre, il décrit une orbite hyperbolique dont le centre de la Terre est l'un des foyers. On note $g_0 = 10 \text{ m.s}^{-2}$ le champ de pesanteur à la surface de la Terre. Les frottements dans l'atmosphère seront négligés.



Calculer la valeur limite de V_0 pour que la météorite ne percute pas la Terre.

Mécanique du point 5

(Centrale mp18)

La molécule HF est caractérisée en partie par le degré de polarisation δ compris entre 0 et 1 de la liaison HF. L'énergie potentielle d'interaction est donnée par la relation suivante où A est une constante positive et r la distance interatomique :

$$E_p(r) = \frac{A}{r^9} - \frac{\delta^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

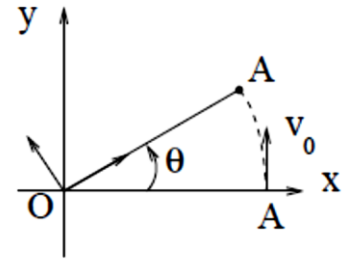
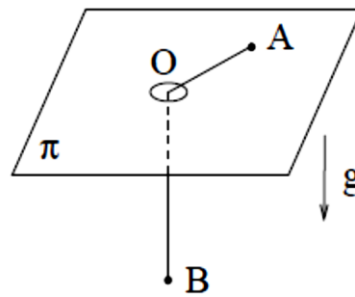
1. Représenter $E_p(r)$ et interpréter concrètement les deux termes.
2. On suppose que dans le référentiel du centre de masse, les deux atomes évoluent selon une droite. Prévoir les mouvements possibles.
3. Déterminer l'allure du portrait de phase.
4. Calculer A et δ connaissant le moment dipolaire $p = 6.10^{-30} \text{ C.m}$ et la longueur $d = 92 \text{ pm}$ de la liaison.

Mécanique du point 6

(Mines mp21)

On dispose de deux masses m reliées par un fil inextensible de longueur L toujours tendu et de masse négligeable. A se déplace sans frottement sur un plan Π horizontal, le fil lié à B glisse sans frottement au niveau du trou O . (cf. figures)

1. Montrer que le moment cinétique de A est constant.
2. Écrire la conservation de l'énergie. Définir une énergie potentielle effective.
3. À quelle condition a-t-on un mouvement circulaire ?



Mécanique du point 7

(Mines mp26)

Sur un véhicule d'accélération $a_0 = 3 \text{ m.s}^{-2}$ horizontale est pendu un pendule simple de longueur $\ell = 0,8 \text{ m}$.

1. Trouver la position la position d'équilibre relativement au véhicule.
2. Trouver la période des petites oscillations que fait le pendule autour de la position d'équilibre. Comparer avec la période du pendule si le véhicule est à l'arrêt.

Mécanique du solide

Mécanique du solide 1

(CCINP ms6)

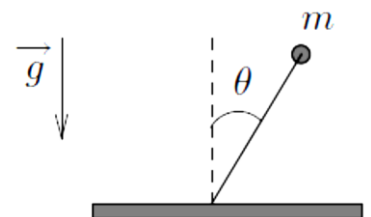
Une échelle de masse m et de longueur 2ℓ repose d'une part sur le sol (coefficient de frottement f) et d'autre part contre un mur (sans frottement) en faisant un angle α avec l'horizontale. À quelle condition une personne de masse M peut-elle rester en équilibre sur l'échelle en n'importe quel point ?

Mécanique du solide 2

(CCINP ms7)

Au bout d'une tige de masse nulle fixée en O , de longueur ℓ , faisant un angle θ avec la verticale, on attache une masse m . La tige subit un couple de rappel $-C\theta$.

À quelle condition la tige, écartée de sa position d'équilibre vertical, y retourne-t-elle ? Trouver alors la période des petites oscillations.



Mécanique du solide 3

(CCINP ms9)

On considère un cylindre de rayon R , de masse m , de moment d'inertie par rapport à son axe $J = \frac{1}{2}mR^2$. À $t = 0$, le cylindre tourne autour de lui-même à la vitesse angulaire ω_0 . On le pose sur un plan horizontal. On appelle k le coefficient de frottement.

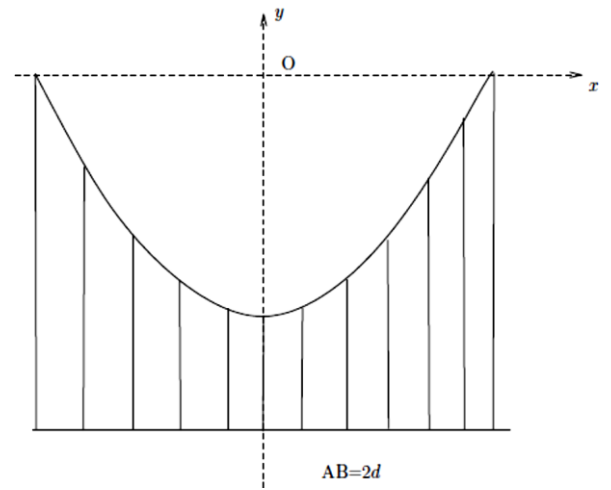
1. Déterminer l'instant t_1 où le mouvement devient un roulement sans glissement.
2. Calculer le travail de la force de frottement.

Mécanique du solide 4

(Télécom ms20)

Un pont CD est suspendu à l'aide d'un grand nombre de fils d'acier équidistants de masse négligeable.

1. Déterminer la forme du câble porteur AB sachant que l'on néglige sa masse et qu'il doit supporter un pont de masse μ par unité de longueur.
2. Quel est la condition à réaliser sachant que la tension du câble AB ne doit pas dépasser une valeur maximale $T_{\max}$?



Mécanique du solide 6

(Centrale ms12)

Un chariot de masse négligeable contenant n sacs de masse m peut se déplacer selon l'horizontale Ox sans frottement. Un opérateur est à bord et le chariot est initialement immobile. À $t_1 = 0$, l'opérateur lance un sac à la vitesse u_0 vers l'arrière.

1. Définir le système dont la quantité de mouvement est conservée. Exprimer la vitesse v_1 du chariot après t_1 .
2. À $t_2 = T$, l'opérateur lance un second sac vers l'arrière à u_0 . Montrer que la vitesse du chariot est alors :

$$v_2 = \left(\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2} \right) u_0$$

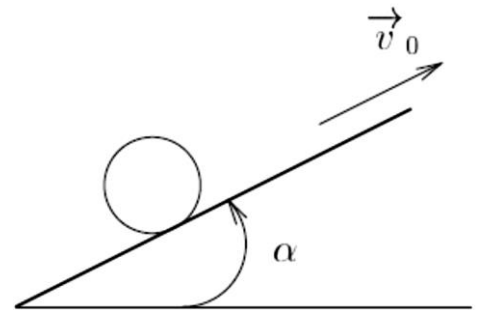
3. L'opérateur jette successivement les sacs vers l'arrière avec une période T . Exprimer la vitesse v_k atteinte après k sacs lancés. Calculer l'accélération a_k du chariot sur une période T .
4. Soit D_m , le débit massique. Exprimer a_k en fonction de D_m , k , n et u_0 . On a alors une force de poussée $\Pi = D_m u_0$.

Mécanique du solide 7

(Centrale ms16)

Un cylindre de masse M , de rayon R et de moment d'inertie par rapport à son axe $J = \frac{1}{2}MR^2$ est posé sans vitesse initiale sur un tapis roulant de vitesse constante v_0 . Le contact est caractérisé par un coefficient de frottement de glissement f .

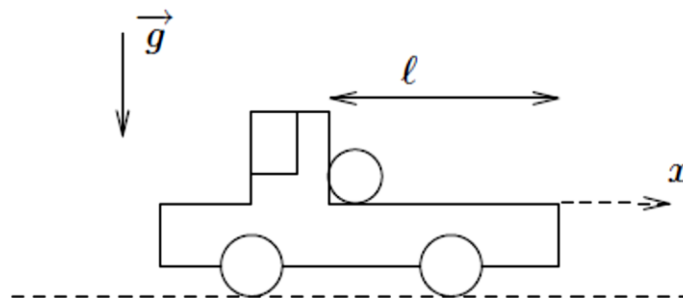
Montrer qu'initialement, le cylindre glisse. De combien aura tourné le cylindre avant que la phase de glissement ne s'achève ?



Mécanique du solide 8

(Mines ms19)

Un camion transporte un tonneau cylindrique homogène de rayon r , de masse m et de moment d'inertie par rapport à son axe $J = \frac{1}{2}mr^2$. Il démarre avec l'accélération constante a suivant l'axe x , le tonneau étant à l'avant du camion. On étudie le mouvement du tonneau dans le référentiel du camion. On appelle f le coefficient de frottement entre le tonneau et le camion.

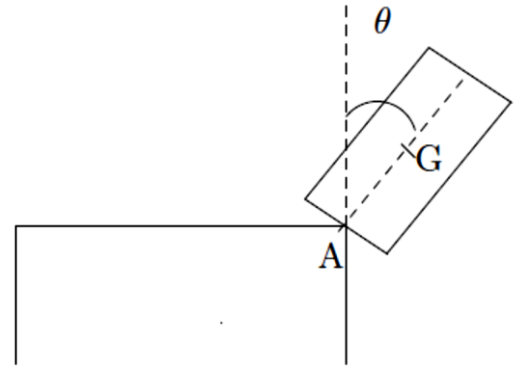


1. Quelle distance a parcouru le camion quand le tonneau tombe à l'arrière du camion ?
2. Quelle est la condition sur a pour que le roulement s'effectue sans glissement ?

Mécanique du solide 9 (X ms24)

Un cylindre de rayon R et de masse m repose sur le rebord d'une table. On appelle J le moment d'inertie par rapport à l'axe perpendiculaire à l'axe du cylindre passant par A et $\ell = AG$ et f est le coefficient de frottement.

1. Déterminer les composantes normales et tangentielles de la réaction de la table.
2. Y a-t-il toujours glissement avant décollement ?



Mécanique des fluides

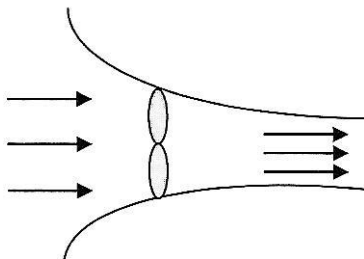
Mécanique des fluides 1 DD 5.1 mfA1

Un réservoir de véhicule de pompiers de longueur $L = 95$ cm selon Ox et de hauteur $H = 80$ cm selon Oz est rempli jusqu'à une hauteur $h = 65$ cm. La pression à la surface est maintenue à la pression atmosphérique $P_0 = 10^5$ Pa et l'eau a une masse volumique $\mu = 10^3$ kg.m⁻³ supposée constante.

1. Donner l'équivalent volumique des forces de pression. Retrouver l'équation de la statique des fluides et en déduire $P(z)$.
2. Calculer la force de pression s'exerçant sur la face latérale. Faire l'application numérique et commenter.
3. Le camion démarre avec une accélération $\vec{a} = a_0 \vec{e}_x$. Déterminer l'équation $z(x)$ de la surface libre.
4. Le camion est arrêté, on le vide par une ouverture en $z = 0$ de diamètre $d_1 = 3,1$ cm sur laquelle on fixe la lance à incendie. Celle-ci se termine par un embout conique dont la sortie est de diamètre $d_2 = 1,9$ cm. Une pompe fournissant une puissance $P = 1,3$ kW permet d'obtenir un débit de volume $D_v = 3$ L.s⁻¹ lorsque l'embout est à une altitude $Z > 0$. Calculer v_1 , la vitesse du fluide à la sortie de la pompe et v_2 celle à la sortie de l'embout. Quelle est la hauteur Z atteinte par l'eau ?

Mécanique des fluides 2 DD 21.1 mfA5

On dispose d'un ventilateur de section variable dont le diamètre d'entrée est d_e et le diamètre de sortie est d_s . L'air, qui est assimilé à un fluide incompressible, de masse volumique μ , rentre dans le ventilateur avec une vitesse v_e et ressort avec une vitesse $v_s \gg v_e$. La pression extérieure est uniforme et égale à la pression atmosphérique P_0 . On note d le diamètre de l'hélice.



1. Montrer que le champ des vitesses est continu au niveau de l'hélice.
2. Déterminer la discontinuité ΔP du champ de pression de part et d'autre de l'hélice.
3. Déterminer la résultante des forces $\vec{F}$ exercée par l'hélice sur l'air.
4. Calculer la puissance utile $\mathcal{P}$ fournie par le ventilateur par deux méthodes.

Exercices d'oraux : Électronique et électromagnétisme

Électronique

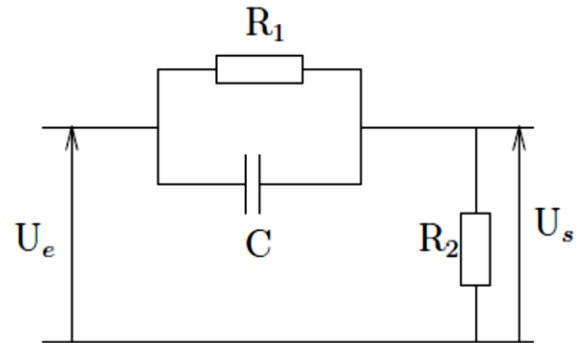
Électronique 1 (CCINP él1)

Déterminer le comportement du quadripôle en basse et en haute fréquence.

Déterminer la fonction de transfert du filtre et la mettre sous la forme suivante en précisant x :

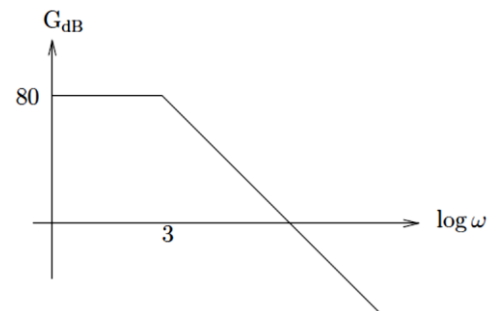
$$\underline{H} = H_0 \frac{1 + jx}{1 + H_0 jx}$$

Tracer le diagramme de Bode en gain pour $H_0 = 1/5$.



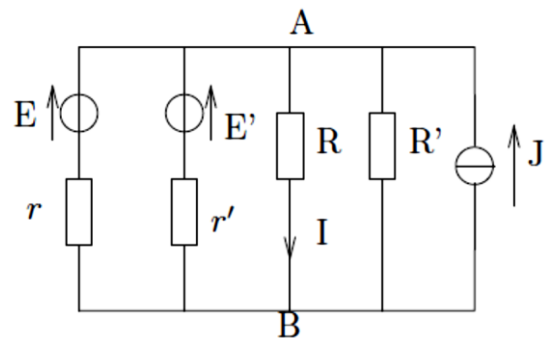
Électronique 2 (CCINP él2)

Déterminer la fonction de transfert associée au filtre de diagramme de gain ci-contre.



Électronique 3 (CCINP él5)

Calculer de la façon la plus simple possible, le courant I circulant dans la branche AB .



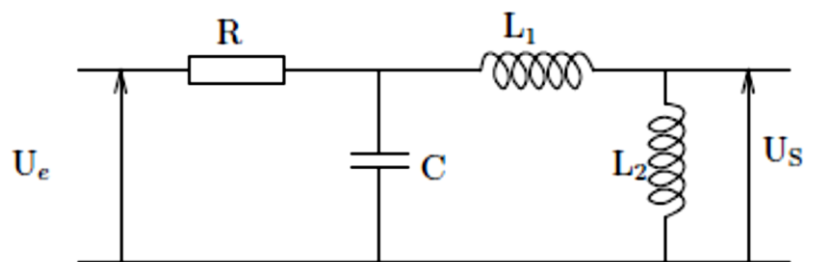
Électronique 4 (Mines él9)

1. Déterminer la fonction de transfert et la mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)} \text{ avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Déterminer ω_0 et Q .

2. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en distinguant trois cas pour différentes valeurs de Q . Préciser la fréquence de coupure et la bande passante.



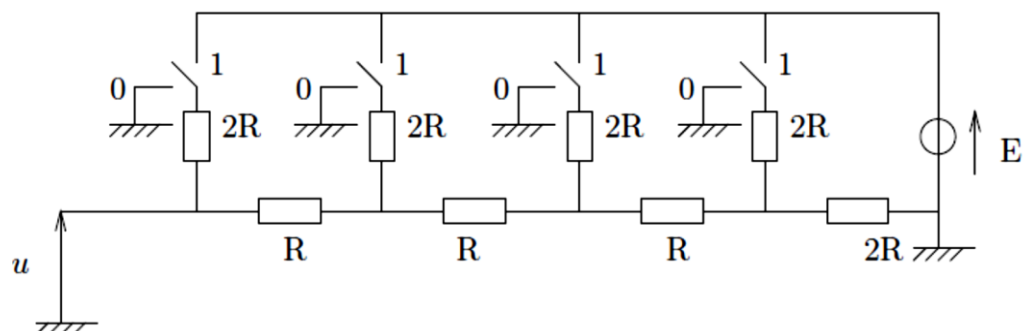
Électronique 5

(Mines él10)

Déterminer u en fonction de l'état des interrupteurs (0 ou 1).

Généraliser pour n interrupteurs.

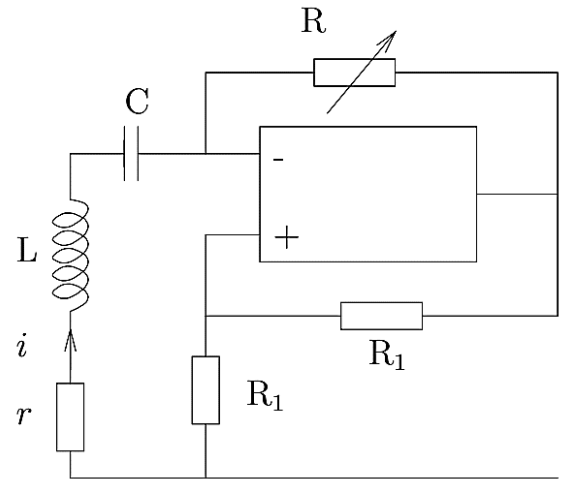
Quel est l'intérêt d'un tel montage ?



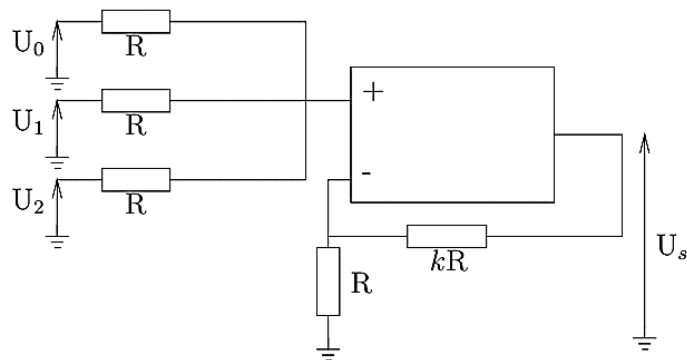
Électronique 5 bis (CCINP)

1. Exprimer v_- en fonction de R et i . Que remarque-t-on ?

2. Montrer qu'à partir d'une certaine valeur $R = R_0$ à préciser, on observe des oscillations. Montrer que connaissant R, C et la période des oscillations, on peut déterminer L et r .



Électronique 6 bis (CCINP)



1. Déterminer k pour qu'on ait la relation :

$$U_s = U_0 + U_1 + U_2$$

2. On a $U_0 = \text{cte}$, $U_1 = U_{1m} \cos(\omega t + \varphi)$ et $U_2 = U_{2m} \cos(2\omega t + \varphi)$. Déterminer la valeur efficace de U_s .

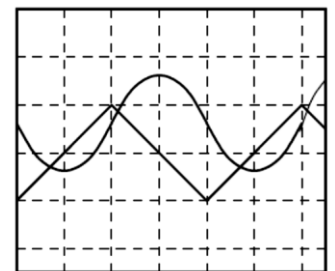
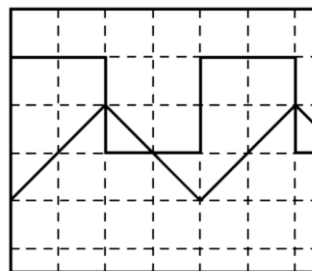
Électronique 6 (Centrale él11)

On considère un filtre passe-bande dont la fonction de transfert est du type :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

On donne les oscillogrammes suivants. Pour la première expérience 1 carreau = 1 ms. Pour la deuxième expérience 1 carreau = 0,1 μ s.

Le calibre des tensions est le même pour les deux signaux.



1. Interpréter les oscillogrammes en identifiant les signaux d'entrée et de sortie.

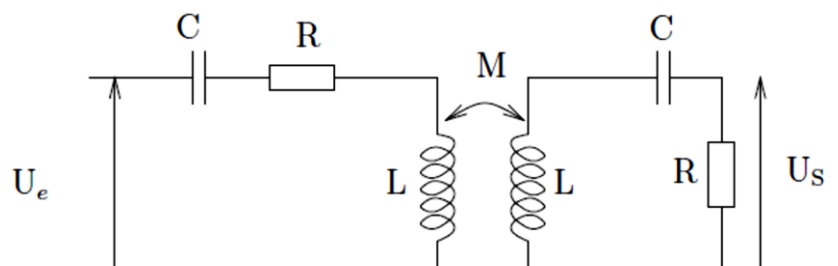
2. Déterminer ω_0 et Q .

Électronique 7 (Centrale él13)

On pose : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{L\omega_0}{R}$,

$$X = \frac{1}{R} \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \text{ et } \beta = \frac{M\omega}{R}.$$

Déterminer la fonction de transfert en fonction de X et β .

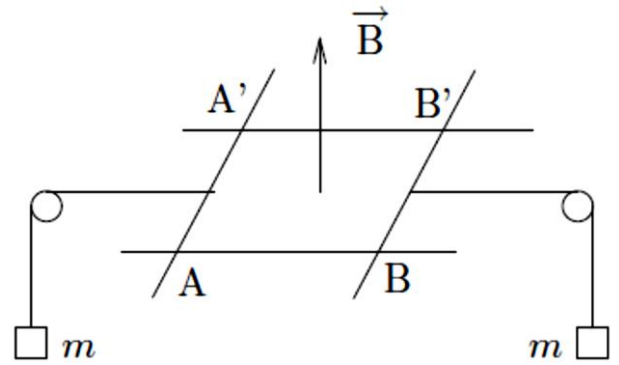


Électromagnétisme

Électromagnétisme 1 (CCINP em8)

Deux barres identiques AA' et BB' , de résistance R , se déplacent sans frottements sur deux rails conducteurs, de résistance négligeable, horizontaux parallèles dans un champ magnétique vertical uniforme. Les masses des deux poulies et des barres sont négligeables devant m .

Déterminer l'équation de la vitesse de chaque barre supposée nulle à l'instant initial.



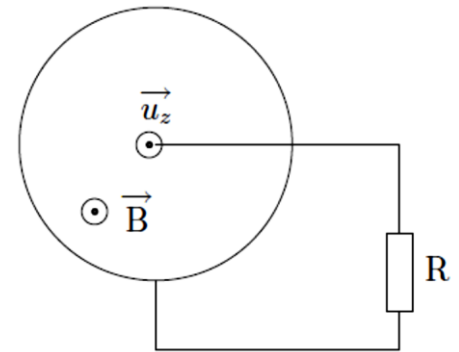
Électromagnétisme 2 (CCINP em6)

Une roue conductrice de rayon a , de moment d'inertie J , soumise à un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$ et à un couple $\Gamma\vec{u}_z$ tourne sans frottement à la vitesse angulaire $\omega(t)$.

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par ω . La résoudre avec $\omega(0) = 0$.

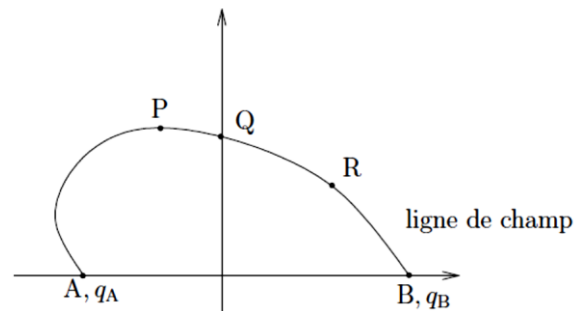
On précise que la f.é.m. est donnée par (champ électromoteur) :

$$e = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \int_{\text{circuit}} [\vec{v}(M) \wedge \vec{B}] \cdot d\vec{\ell} = \int \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell}$$



Électromagnétisme 3 (CCINP em7)

Le schéma représente une ligne de champ ; $q_A > 0$ est supposée connue. Justifier que le point P est approprié pour la détermination du champ électrique. Déterminer q_B .



Électromagnétisme 4 (CCINP em9)

Calculer le champ électrique induit dans l'espace par un plan infini de charge surfacique uniforme σ .

Calculer le champ électrique induit dans une plaque infinie d'épaisseur $2a$ de charge volumique $-\rho$ pour $x \in [-a; 0]$ et ρ pour $x \in [0; a]$. Calculer également ce champ à l'extérieur de la plaque.

Électromagnétisme 5 (CCINP em10)

Une charge ponctuelle $-q$ se déplace le long d'un diamètre d'une sphère uniformément chargée en volume de charge totale q et de rayon R . Déterminer le mouvement de la charge ponctuelle de masse m .

Électromagnétisme 6 (Centrale em16)

Le demi-espace $z > 0$ infini est chargé avec la densité volumique de charge $\rho(z) = \rho \exp\left(-\frac{z}{a}\right)$.

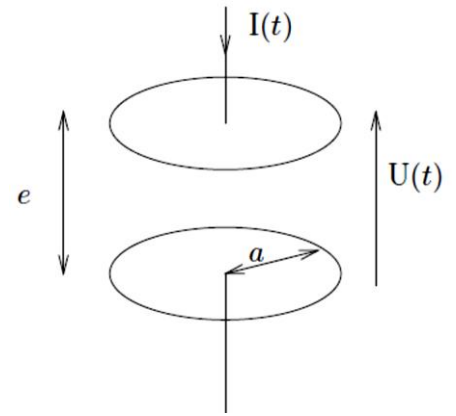
1. Calculer le champ électrique en tout point de l'espace (E nul en $z \rightarrow \infty$).
2. Que se passe-t-il si on ajoute à la distribution précédente un plan infini en Oxy portant la densité de charge σ ?

Électromagnétisme 7

(Centrale em20)

Un condensateur est constitué de deux disques métalliques de rayon a séparés d'une distance e . Soit $I(t)$ et $U(t)$ les intensités et tensions variables. Les effets de bords sont négligés.

1. Quelle est la capacité du condensateur ? Calculer les champs électrique et magnétique dans le condensateur en fonction de $I(t)$ et $U(t)$ sous la forme $\vec{E} = E_0(t)\vec{u}_z$ et $\vec{B} = B(r,t)\vec{u}_\theta$ en utilisant le théorème d'Ampère généralisé.
2. Exprimer le vecteur de Poynting et l'énergie emmagasinée.
3. Faire un bilan énergétique.



Électromagnétisme 8

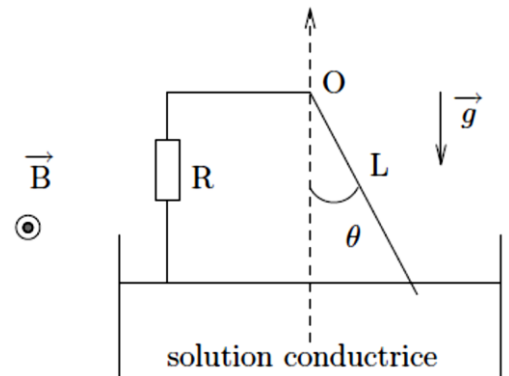
(Centrale em22)

Une barre conductrice de longueur L , de moment d'inertie J est mobile autour de O . Elle est lâchée sans vitesse initiale de θ_0 . On se place dans l'approximation des petits angles. L'ensemble est soumis à un champ magnétique uniforme et stationnaire.

On précise que la f.é.m. est donnée par (champ électromoteur E_m) :

$$e = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \int_{\text{circuit}} [\vec{v}(M) \wedge \vec{B}] \cdot d\vec{\ell} = \int \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell}$$

Déterminer l'équation différentielle du mouvement.



Électromagnétisme 9

(Mines em 32)

On réalise l'expérience suivante où B_1 et B_2 sont deux bobines. B_1 est parcourue par un courant $i_1 = I_0 \sin \omega t$. On fixe B_2 en $z = 0$ puis on la lâche à $t = 0$.

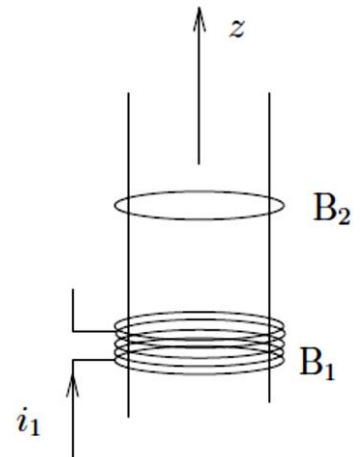
Si B_2 comprend 1 spire, elle monte et se stabilise à $z_1 > 0$.

Si B_2 comprend 2 spires, elle monte et se stabilise à $z_2 > z_1$. Voilà trois modélisations :

- i. $L_2 = 0$ et $R_2 \neq 0$
- ii. $L_2 \neq 0$ et $R_2 = 0$
- iii. $L_2 \neq 0$ et $R_2 \neq 0$

Expliquer pourquoi seule la modélisation iii rend compte de l'expérience. On suppose connu $M(z)$ l'inductance mutuelle entre les deux bobines et :

$$F_{1 \rightarrow 2} = i_2 \frac{\partial \Phi_{1 \rightarrow 2}}{\partial z}$$



Ondes électromagnétiques

Données

Pour tous les exercices suivants, on pourra utiliser :

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}, \varepsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1} \text{ et pour le cuivre } \gamma = 6 \cdot 10^7 \text{ S.m}^{-1}.$$

OEM 1 (CCINP oem1)

Une OPPM polarisée rectilignement selon Ox se propageant selon Oz se réfléchit en incidence normale $\vec{n}$ sur un métal parfait. On rappelle les relations de passage en incidence normale, en $z = 0$:

$$\vec{E}_{\parallel}(z = 0, t) = \vec{E}_{i\parallel} + \vec{E}_{r\parallel} = \vec{E}_{t\parallel} = \vec{0}, \quad \vec{B}_{\perp}(z = 0, t) = \vec{B}_{i\perp} + \vec{B}_{r\perp} = \vec{B}_{t\perp} = \vec{0} \text{ et } \vec{B}(z = 0, t) = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}$$

Avec les indices i, r et t pour les champs incidents, réfléchis et transmis, $\parallel$ et $\perp$ pour les composantes parallèles et perpendiculaires et $\vec{j}_s$ le courant surfacique.

1. Décrire les ondes réfléchies et résultantes.
2. Montrer que le métal est le siège de courants surfaciques. Quel phénomène apparaît sur le métal ?
3. Que se passe-t-il si le métal n'est pas parfait mais de conductivité γ ? Expliquer le phénomène et exprimer la longueur caractéristique.

OEM 2 (Centrale oem2)

Soit une onde électromagnétique arrivant en incidence normale sur un métal parfait.

1. Calculer les champs électrique et magnétique résultant dans l'espace.
2. L'onde existe maintenant entre deux faces métalliques distantes de L formant une cavité. À quelle condition l'onde peut-elle exister ? Décrire les modes propres de la cavité.
3. Calculer le vecteur de Poynting, sa valeur moyenne et l'énergie électromagnétique.

OEM 3 (Mines oem6)

Soit un guide d'ondes parfaitement conducteur d'axe Oz et de section rectangulaire (a, b) . On y fait propager une onde électromagnétique de la forme $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \exp i(\omega t - kz) \vec{u}_y$.

Décrire les ondes qui se propagent. Quel est la relation de dispersion ?

OEM 4 (Centrale oem8)

Une onde plane progressive harmonique se propage selon Oz et est polarisée selon $\vec{u}_x$. On note k la norme du vecteur d'onde.

1. Donner l'expression réelle du champ $\vec{E}$.
2. On place un polariseur faisant un angle θ avec $\vec{u}_x$. Donner l'expression du champ après la traversée du polariseur. Déterminer le coefficient de transmission en énergie T après la traversée. Quelle loi retrouve-t-on ?
3. On place une série de N polariseurs décalés d'un angle θ les uns par rapport aux autres. Donner l'expression de l'amplitude du champ en sortie.
Pour $\theta = \pi/2N$, donner l'amplitude du champ en sortie ainsi que la direction de polarisation. Montrer que pour N assez grand, la direction de polarisation a tourné d'un angle de 90° avec une perte énergétique minimale.
Combien faut-il placer de polariseurs pour que les pertes soient inférieures à 1% ?

Exercices : Thermodynamique, optique et ondes

Thermodynamique

Thermodynamique 1 (CCINP Th3)

De l'eau sous l'état de vapeur saturante à $T_1 = 373 \text{ K}$ et à pression atmosphérique p_0 est enfermée dans un cylindre à parois diathermanes, fermé par un piston pouvant coulisser sans frottement. La pression extérieure est maintenue constante. On place le cylindre dans un thermostat à $T_0 = 290 \text{ K}$.

On donne la chaleur latente de vaporisation de l'eau à T_1 , $\ell_v(T_1) = 2\,2230 \text{ J.g}^{-1}$ et la capacité thermique de l'eau liquide $c_\ell = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Calculer l'entropie créée au cours de la transformation.

Thermodynamique 2 (CCINP Th1)

Une résistance de capacité thermique C , placée dans l'air à température T_0 est parcourue par un courant qui apporte par effet Joule une puissance P constante. Pendant le temps dt , la résistance perd une quantité de chaleur $aC(T - T_0)dt$ où a est une constante.

Établir l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$ et calculer la température finale sachant qu'initialement $T = T_0$.

Thermodynamique 3 (CCINP Th6)

Une barre de section carrée de côté a est accotée à un mur à la température T_1 . Le système est en régime stationnaire et T ne dépend que de x . L'expression du flux échangé de la barre vers l'extérieur à la température T_0 est $\Phi = h(T - T_0)S$ où S est la surface d'échange.

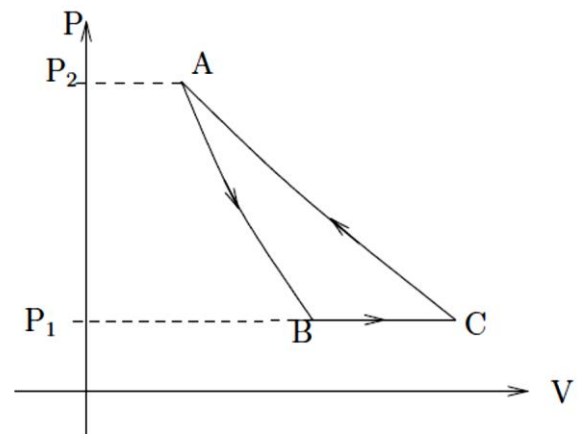
1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\theta(x) = T(x) - T_0$.
2. Déterminer et représenter $T(x)$.

Thermodynamique 4 (CCINP Th7)

Le cycle représenté est constitué de trois transformations réversibles : une adiabatique, une isotherme et une isobare.

Le fluide est un gaz parfait de coefficient γ constant.

1. Montrer que ce cycle peut être associé à une machine type "pompe à chaleur".
2. Déterminer son efficacité en fonction des températures T_A et T_B . Effectuer l'application numérique pour $T_A = 450 \text{ K}$ et $T_B = 300 \text{ K}$.



Thermodynamique 5 (CCINP Th8)

On prend un compartiment adiabatique contenant une paroi, n_1 moles de O_2 et n_2 moles N_2 sont réparties de chaque côté de la paroi. Dans l'état initial, la température est T_0 et la pression P_0 . Le volume du compartiment (2) est 4 fois supérieur à celui du (1) et on suppose que les deux gaz sont parfaits. On casse la paroi interne.

1. Déterminer l'état final, le travail reçu et la chaleur échangée.
2. Calculer l'entropie créée. La transformation est-elle irréversible ?

O_2	N_2
(1)	(2)

Thermodynamique 6

(Mines Th11)

On considère une atmosphère assimilée à un gaz parfait telle que $T(z = 0) = T_0$, $p(z = 0) = p_0$ et $T(z) = T_0 - kz$. Déterminer $p(z)$. Donner un ordre de grandeur de k .

Thermodynamique 7

(Télécom Th14)

Un fusible est modélisé par un cylindre de longueur L , de rayon R , de conductivités thermique et électrique λ et σ . Un courant électrique de densité volumique uniforme j le parcourt. Le flux thermique est radial et l'état est stationnaire.

1. Donner la loi de Fourier et interpréter le signe -. Exprimer la puissance thermique transférée en r .

2. Établir l'expression :

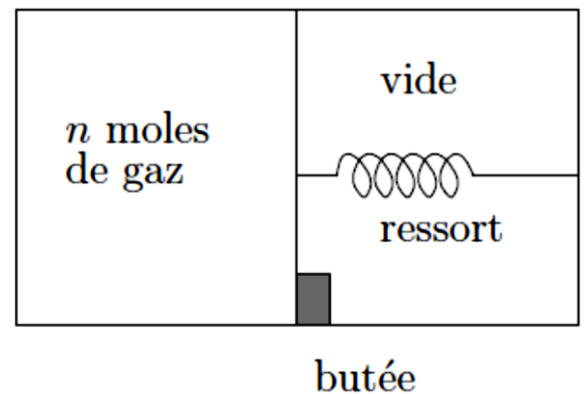
$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{j^2}{\sigma} = 0$$

3. La température en surface est T_0 . Déterminer $T(r)$. En quel point, la température T est-elle la plus grande ?

Thermodynamique 8

(Mines Th17)

On considère le système ci-contre : le piston est calorifugé, mobile dans le cylindre calorifugé, de section $S = 500 \text{ cm}^2$. Il sépare le cylindre en un compartiment de gauche contenant 0,01 mole d'un gaz parfait diatomique et un compartiment de droite où règne un vide poussé. Le piston est relié à un ressort de raideur $k = 10^4 \text{ N.m}^{-1}$.



1. Initialement, le piston est coincé par une butée B , le ressort n'est pas tendu, la pression du gaz vaut $P_0 = 0,241 \text{ bar}$ et sa température $T_0 = 290 \text{ K}$. Calculer le volume initial V_0 occupé par le gaz.

2. On supprime la butée B . Le système évolue vers un nouvel état d'équilibre. Déterminer l'allongement x_f , le volume V_f , la pression p_f ainsi que la température T_f .

Thermodynamique 9

(Centrale Th22)

Une enceinte calorifugée contient 1g d'eau vapeur à 150°C sous la pression constante de 1 atm. Quelle masse d'eau à 10°C faut-il introduire pour n'avoir à l'état final que du liquide à 100°C ?

La capacité thermique de l'eau vapeur, assimilée à un gaz parfait, est $c_p(\text{vapeur}) = 2,0 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et celle de l'eau liquide est $c_e = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$. La chaleur latente de vaporisation $\ell_v = 2\,230 \text{ J.g}^{-1}$ à 100°C sous 1 atm.

Calculer l'entropie créée.

Thermodynamique 10

(Centrale Th24)

De l'air chaud ($P_1 = 6 \text{ bars}$, $T_1 = 500 \text{ K}$) est refroidi de façon isobare jusqu'à une température T_0 de 300 K dans un échangeur calorifugé. Le fluide réfrigérant est de l'eau de capacité thermique massique $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ qui entre à la température $\theta_e = 12^\circ\text{C}$ et qui sort à θ_s .

Le débit massique de l'eau est $d = 100 \text{ g.s}^{-1}$ et celui de l'air est $D_m = 6,5 \text{ g.s}^{-1}$. La capacité de l'air supposé être un gaz parfait est $c_{p,\text{air}} = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. Effectuer un bilan macroscopique enthalpique pour chacun des fluides.

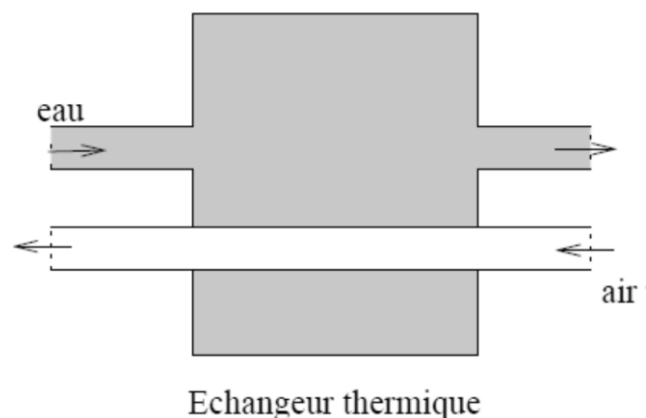
2. Justifier que les puissances thermiques reçues par les deux fluides sont opposées.

3. En déduire la température θ_s .

4. Montrer que le taux de création d'entropie est :

$$\frac{dS_c}{dt} = d(S_2 - S_1)_{\text{eau}} + D_m(S_2 - S_1)_{\text{gaz}}$$

5. Calculer numériquement ce taux.

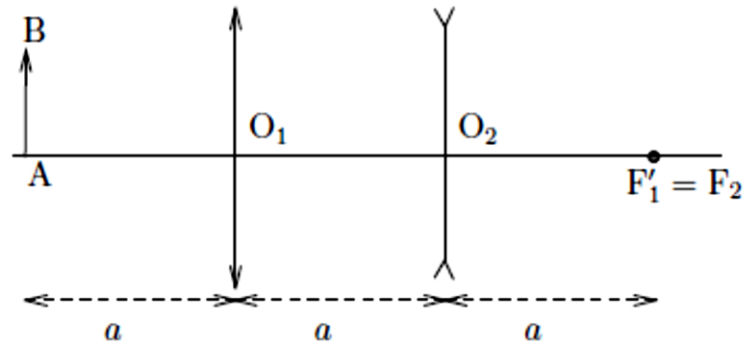


Optiques

Optique 1 (CCINP op1)

Une lunette de Galilée est constituée d'une lentille convergente L_1 et d'une lentille divergente L_2 .

Déterminer géométriquement et analytiquement l'image de A. Quel est le grandissement ?



Optique 2 (CCINP op2)

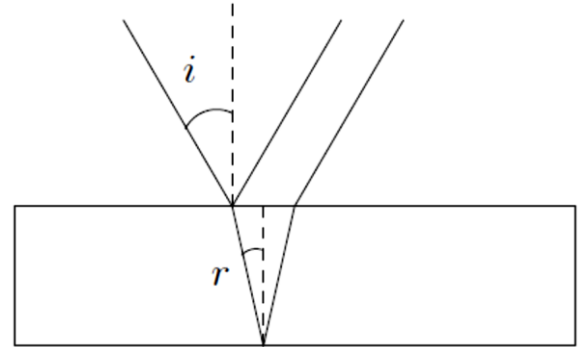
On éclaire une lame de verre d'épaisseur équivalente h , d'indice optique n , par une source étendue monochromatique de longueur d'onde λ . La lame est traitée de telle façon qu'on puisse négliger tout rayon ayant subi une double réflexion, elle est par ailleurs fumée sur sa face arrière (réflexion totale). On note i l'angle d'incidence du rayon issu de la source avec la normale à la lame d'air.

1. On dispose d'une lentille convergente de focale f' et d'un plan de projection. Comment placer la lentille et le plan d'observation pour observer le phénomène d'interférence ? Faire un schéma. Quelle est la nature de la figure observée ?

2. Calculer la différence de marche introduite entre les deux rayons principaux. Pourquoi faut-il ajouter $\lambda/2$ à la différence des chemins géométriques pour obtenir la différence de marche ?

Quelles relations doit vérifier h pour que l'interférence au centre soit destructive. Quel peut être l'intérêt d'un tel dispositif ?

3. Calculer l'ordre d'interférence en fonction de la distance au centre de l'axe optique. En déduire l'interfrange.



Optique 3 (CCINP op3)

On considère un Michelson éclairé par une source large et monochromatique. L'écran est dans le plan focal d'une lentille et les deux miroirs sont perpendiculaires.

1. Montrer que le montage est équivalent à une lame d'air.

2. Décrire la figure d'interférence. Déterminer l'évolution du rayon des anneaux si l'anneau central est brillant.

3. On remplace un des miroirs par un miroir concave. Que devient la figure d'interférence ?

4. Déterminer dans ce cas le rayon r_k de la $k^{\text{ième}}$ frange brillante.

Optique 4 (CCINP op4)

Un viseur est constitué d'une lentille L_1 convergente ($f'_1 = 5$ cm) et d'un écran situé à $d = 7,5$ cm de L_1 . Un objet A_1B_1 est placé à 20 cm avant une lentille L dont on ignore la focale. On observe une image nette de l'objet A_1B_1 sur l'écran lorsque L est placé à 5 cm devant L_1 . Calculer la focale f' de L .

Optique 5 (CCINP op7)

On réalise des interférences lumineuses non localisées avec une source qui émet, avec la même intensité, deux radiations de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589,6$ nm et $\lambda_2 = 589,0$ nm. On notera δ la différence de marche entre les deux rayons, issus des deux sources, venant interférer en un point de l'écran.

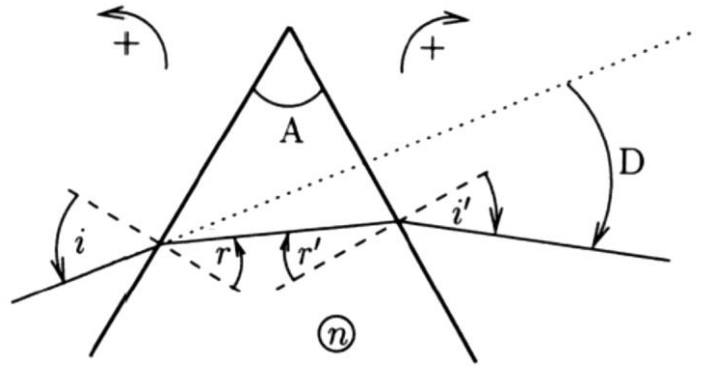
1. Exprimer l'intensité lumineuse en fonction de δ .

2. Représenter $I(\delta)$.

3. Quelle est la valeur de δ au premier brouillage.

Optique 6 (CCINP op8)

1. Exprimer A et D en fonction de i, i', r et r' .
2. Exprimer n l'indice du prisme en fonction de D_m , angle de déviation minimale et de A .
3. Comment détermine-t-on expérimentalement A ? On connaît les longueurs d'ondes des raies d'une lampe au sodium. Comment déterminer expérimentalement le spectre de raie d'une lampe au mercure ?



Optique 7 (CCINP op10)

On considère un spectroscopie à réseaux pour lequel chaque fente est distante de a (600 traits par mm). On éclaire par un faisceau d'angle d'incidence i par rapport à la normale au réseau et on observe dans la direction i' .

1. Pour quelle valeurs de i' observe-t-on quelque chose ? Définir et calculer l'angle de déviation minimale D_m .
2. Décrire le spectre obtenu. Qu'appelle-t-on recouvrement d'ordre ?

Optique 8 (CCINP op11)

Un Michelson est réglé en lame d'air avec une source large.

1. Décrire la figure d'interférence. Expliquer le montage expérimental. Tracer un rayon lumineux.

On éclaire le dispositif en lumière blanche et on place un filtre jaune derrière la source. Un photorécepteur est positionné au centre de la figure et délivre une tension proportionnelle à l'éclairement. On obtient le tracé ci-contre avec une vitesse de défilement de 1 cm/s. Durant le tracé, le moteur déplace le chariot à 1 $\mu\text{m/s}$.



2. Interpréter le graphe expérimental obtenu.
3. Expliquer comment la mesure de la distance séparant deux maxima sur le tracé (0,29 cm) permet de remonter à la longueur d'onde centrale du filtre.
4. Calculer l'éclairement pour un profil rectangulaire de largeur $\Delta\lambda$. En déduire une évaluation de $\Delta\lambda$.

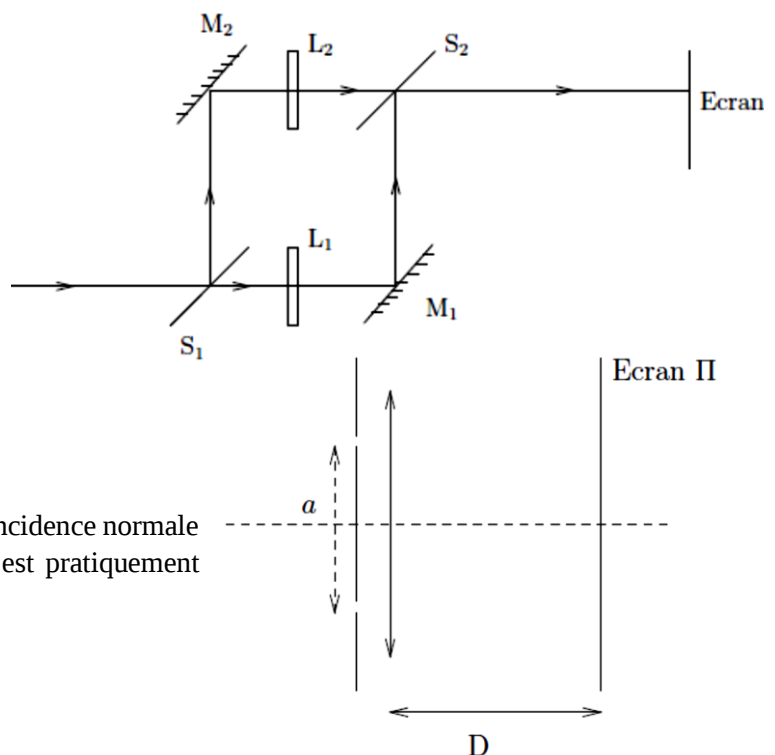
Optique 9 (Centrale op13)

L'interféromètre de Mach-Zehnder est représenté ci-contre. S_1 et S_2 sont deux lames semi-réfléchissantes. M_1 et M_2 sont deux miroirs plans. Les lames L_1 et L_2 sont transparentes d'épaisseur e et d'indice n .

1. La lame L_1 est pivotée d'un angle θ .

Calculer la différence de marche. Décrire la figure d'interférence.

2. La lame L_2 est prismatique d'angle au sommet α et d'épaisseur e au centre. Décrire la figure d'interférence.



Optique 10 (Mines op17)

F_1 et F_2 sont deux fentes d'Young très fines éclairées sous incidence normale de longueur d'onde λ , $F_1 F_2 = a$. La lentille de focale f' est pratiquement confondue avec le plan des fentes.

Déterminer l'interfrange i sur le plan Π pour :

- i. $D = f'$
- ii. $D = 2f'$

1. On cherche une fonction d'onde sous la forme $\varphi(x) = A \exp ikx$. Déterminer k avec A réel. Normaliser cette fonction d'onde.
2. Quelle condition aux limites voyez-vous dans ce problème ?
3. Montrer qu'on aboutit à une quantification des niveaux d'énergie. On utilisera un nombre quantique noté n . Étudier la question du dédoublement des niveaux d'énergie. Représenter les niveaux d'énergie.
4. Les 6 électrons π du benzène sont considérés comme des particules quantiques astreintes à se déplacer sur le cercle de rayon a . Ces électrons occupent les niveaux d'énergie en respectant les règles de Hund et de Pauli. Représenter l'état fondamental de la molécule de benzène.
5. Cette molécule présente une bande d'absorption à 255 nm. En déduire la valeur de a . Sachant que la longueur des liaisons C = C vaut 142 pm, commenter le résultat précédent.

Bonus

Optique 13 (CCINP op9)

On considère une source ponctuelle, monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ émettant des ondes lumineuses sur des miroirs de Fresnel d'angle $\alpha = 0,1^\circ$. L'intersection A des miroirs est à $1,8 \text{ m}$ de l'écran et à $0,2 \text{ m}$ de la source.

1. Représenter les sources secondaires S_1 et S_2 ainsi que le champ d'interférences.
2. Justifier que les sources secondaires sont sur un cercle de centre A et de rayon AS . L'angle $(\widehat{S_1AS_2})$ vaut 2α . Établir une correspondance entre cette expérience et celle des trous d'Young.
3. Déterminer l'éclairement ainsi que l'interfrange. Combien de franges observe-t-on ?

Optique 14 (CCINP op-dd24.2)

On place un objet diffractant dans le plan $z = 0$. Il est éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 540 \text{ nm}$ se propageant selon la direction Oz . En un point P de coordonnées (x_P, y_P) de l'objet diffractant, le coefficient de transmission est :

$$t(P) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi x_P}{a} \right) \right) \quad \text{avec } a = 0,5 \text{ mm}.$$

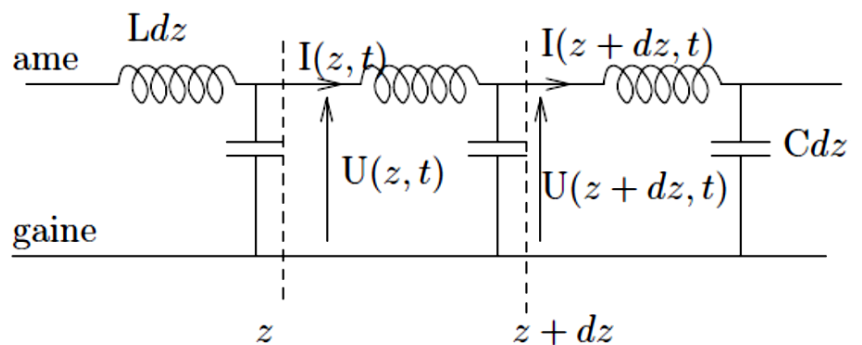
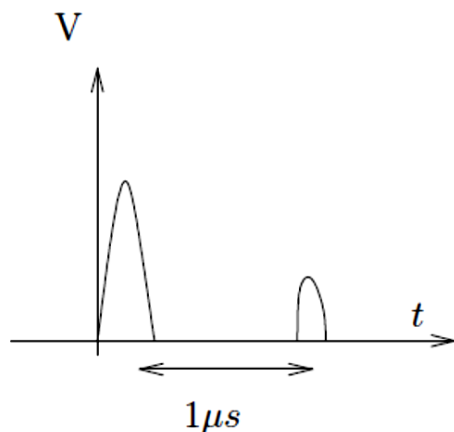
On considère les ondes diffractées dans le plan xOz . On note θ la direction d'une onde plane diffractée dans ce plan, par rapport à l'axe Oz . On définit la fréquence spatiale associée à cette onde par :

$$u = \frac{\sin \theta}{\lambda_0}.$$

1. Proposer un montage permettant de visualiser le plan de Fourier. On dispose d'une lentille de distance focale image $f' = 30 \text{ cm}$.
2. Préciser ce que l'on observe dans le plan de Fourier.
3. Où se trouve le plan conjugué de la plaque ? Qu'observe-t-on ? Que faut-il faire pour avoir une teinte uniforme ?

Ondes (MinesTel onde7)

Un générateur d'impulsion est placé en entrée d'un câble coaxial long de 100 m . Un oscillogramme montre l'impulsion en entrée et en sortie :



1. Interpréter et déterminer la vitesse de l'onde dans le câble. Commenter.
2. On choisit le modèle à inductance et capacité répartie, déterminer l'équation de propagation, la célérité de l'onde et l'impédance caractéristique. Comment déterminer L et C ?
3. Le modèle est-il satisfaisant pour expliquer l'expérience ? Comment le modifier ?