Révisions sur les suites

Recherche de limites et d'équivalents, utilisation des développements limités. Théorème de la limite monotone. Utilisation des inégalités (limite par encadrement, etc.).
Suites arithmétiqco-géométriques et récurrentes linéaires d'ordre 2. Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$.
Formule de Stirling à connaître. La démonstration a été faite en TD mais n'est pas à connaître.

Séries numériques : révisions et compléments

Pour plus de détails sur les énoncés, voir le programme de colle 1...

— Séries de référence. Nature de $\sum(\lambda u_n + \mu v_n)$ en fonction de la nature de $\sum u_n$ et de $\sum v_n$. Convergence absolue, semi-convergence.

— Séries à termes positifs : théorèmes de comparaison ; **règle de d'Alembert**.

— **Théorème des séries alternées.**
Lorsque (a_n) décroît et converge vers 0, la série $\sum(-1)^n a_n$ converge, sa somme est comprise entre deux sommes partielles de rangs consécutifs ; pour tout $n \in \mathbb{N}$, le reste R_n est du signe de $(-1)^{n+1}a_{n+1}$ et $|R_n| \leqslant a_{n+1}$.
Énoncé analogue pour $\sum(-1)^{n+1}a_n$.

— **Convergence absolue, semi-convergence.** La convergence absolue entraîne la convergence (démonstration non exigible). La réciproque est fausse, ce qui définit la notion de semi-convergence.

— Comparaison série-intégrale : méthode revue sur des exemples, il vaut mieux connaître la technique qu'un résultat général avec des erreurs d'indices... !

— Produit de Cauchy.
Définition : $w_n = \sum_{k=0}^{n} u_k v_{n-k}$ est le terme général du produit de Cauchy des séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$.
Théorème : Si $\sum u_n$ et $\sum v_n$ convergent absolument, alors $\sum w_n$ converge absolument, donc converge, et $\sum_{n=0}^{+\infty} w_n = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} u_n\right) \times \left(\sum_{n=0}^{+\infty} v_n\right)$.