

Révisions sur les suites

Recherche de limites et d'équivalents, utilisation des développements limités. Théorème de la limite monotone. Utilisation des inégalités (limite par encadrement, etc.).

Suites arithmético-géométriques et récurrentes linéaires d'ordre 2. Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$.

Formule de Stirling à connaître. La démonstration a été faite en TD mais n'est pas à connaître.

Séries numériques : révisions et compléments

Pour plus de détails sur les énoncés, voir le programme de colle 1...

- Séries de référence. Nature de $\sum(\lambda u_n + \mu v_n)$ en fonction de la nature de $\sum u_n$ et de $\sum v_n$. Convergence absolue, semi-convergence.
- Séries à termes positifs : théorèmes de comparaison ; **règle de d'Alembert**.
- **Théorème des séries alternées**.
Lorsque (a_n) décroît et converge vers 0, la série $\sum(-1)^n a_n$ converge, sa somme est comprise entre deux sommes partielles de rangs consécutifs ; pour tout $n \in \mathbb{N}$, le reste R_n est du signe de $(-1)^{n+1} a_{n+1}$ et $|R_n| \leq a_{n+1}$.
Énoncé analogue pour $\sum(-1)^{n+1} a_n$.
- **Convergence absolue, semi-convergence**. La convergence absolue entraîne la convergence (démonstration non exigible). La réciproque est fausse, ce qui définit la notion de semi-convergence.
- Comparaison série-intégrale : méthode revue sur des exemples, il vaut mieux connaître la technique qu'un résultat général avec des erreurs d'indices...!
- Produit de Cauchy.

Définition : $w_n = \sum_{k=0}^n u_k v_{n-k}$ est le terme général du produit de Cauchy des séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$.

Théorème : Si $\sum u_n$ et $\sum v_n$ convergent absolument, alors $\sum w_n$ converge absolument, donc converge, et $\sum_{n=0}^{+\infty} w_n = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \right) \times \left(\sum_{n=0}^{+\infty} v_n \right)$.