I. RÉDUCTION : *notamment la fin du chapitre qui n'était pas au programme il y a deux semaines ; mais on pourra bien sûr avoir un exercice sur n'importe quel point du chapitre.*

Diagonalisabilité avec les polynômes annulateurs

Un endomorphisme en dimension finie (ou une matrice) est diagonalisable si et seulement si il existe un **polynôme annulateur** de cet endomorphisme (ou cette matrice) **scindé à racines simples**. Démo non exigible pour le sens $\boxed{\Leftarrow}$.

Il faut savoir que si f est diagonalisable, alors il annule le polynôme (scindé à racines simples) $\prod_{\lambda \in \mathrm{Sp}(f)} (X-\lambda)$.

Le polynôme minimal n'est pas au programme.

Trigonalisation

- A est trigonalisable si elle est semblable à une matrice triangulaire. Si on obtient une matrice triangulaire supérieure dans $\mathcal{B}$, on a une matrice triangulaire inférieure dans $\mathcal{B}'$ obtenue en inversant l'ordre des vecteurs.
- f est trigonalisable s'il peut être représenté par une matrice triangulaire supérieure dans une certaine base. C'est le cas si et seulement si n'importe quelle matrice associée à f est trigonalisable.
- A ou f est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé (démo non exigible pour le sens $\boxed{\Leftarrow}$). Donc toute matrice carrée est trigonalisable dans $\mathbb{C}$.
  Tout exercice portant sur la trigonalisation doit contenir des indications. Sauf en dimension 2*, ou en dimension* 3 *avec deux valeurs propres. Les notions de sous-espaces caractéristiques, de réduction de Jordan (ou tout autre méthode générale) sont hors-programme.*

Applications classiques de la diagonalisation

- Matrices semblables ou non. Recherche des puissances ou de l'inverse d'une matrice diagonalisable....
- Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants (et homogènes). Systèmes linéaires de suites récurrentes. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 ou plus.