

NB : Tous les énoncés/définitions sont à connaître précisément. De plus, les démonstrations/exemples du paragraphe "Questions de cours" sont à savoir faire avec aisance.

Attention : les autres démonstrations ne sont pas censées être ignorées totalement, à part quand cela est précisé par la mention « démonstration non exigible » ou « résultat admis ».

I : Espaces vectoriels, applications linéaires matrices

Tout le programme de PCSI est à réviser...

II : Compléments d'algèbre linéaire

1) Interpolation de Lagrange

Voir le programme précédent.

2) Produit d'espaces vectoriels, somme de sous-espaces vectoriels

Voir le programme précédent.

3) Matrices par blocs et sous-espaces stables

Voir le programme précédent.

4) Trace Trace d'une matrice carrée. Linéarité, trace d'une transposée.

Relation $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.

Invariance de la trace par similitude (c'est à dire : deux matrices semblables ont même trace). Notation $\text{Tr}(A)$.

Trace d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie.

Polynômes d'endomorphismes et de matrices carrées Polynôme d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.

Relation $(PQ)(u) = P(u) \circ Q(u)$.

Polynôme annulateur. Application au calcul de l'inverse et des puissances.

Deux polynômes de l'endomorphisme u commutent. Le noyau de $P(u)$ est stable par u .

Adaptation de ces résultats aux matrices carrées.

Questions de cours : démonstration ou exemples à savoir traiter.

- Dimension d'un produit cartésien de 2 espaces vectoriels de dimension finie.
- Somme directe de n sous-espaces vectoriels : caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul.
- Dimension d'une somme de 2 sous-espaces vectoriels.
- Base adaptée à la décomposition d'un espace E en somme directe de sous-espaces vectoriels.
- Polynômes de Lagrange : Base de $\mathbb{K}_n[X]$ constituée des polynômes interpolateurs de Lagrange en $n + 1$ points distincts de \mathbb{K} .
- Expression d'un polynôme $P \in \mathbb{K}_n[X]$ dans cette base.
- Trace : $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.