

Exercice 1 On lance un dé quatre fois de suite.

Quelle est la probabilité d'obtenir 4 numéros différents ?

Exercice 2 Un placard contient 10 paires de chaussures, toutes différentes. On prend 4 chaussures au hasard. Quelle est la probabilité de tirer

- (a) 2 paires complètes ?
- (b) au moins une paire ?
- (c) une paire et une seule ?

Et que se passe-t-il si ce sont des chaussettes ?

Exercice 3 Un joueur de poker reçoit une main de 5 cartes d'un jeu de 32 cartes (sans joker). Pour les incultes, les cartes peuvent être de 4 couleurs différentes (coeur, carreau, pique, trèfle) et de 8 "hauteurs" différentes (As, 7,8,9,10,V,D,R). Quelle est la probabilité que sa main contienne :

- 1. une seule paire ? (et rien d'autre d'"intéressant")
- 2. deux paires (2 cartes de même hauteur et pas trois) ?
- 3. un brelan (trois cartes de même hauteur et pas quatre) ?
- 4. un carré (quatre cartes de même hauteur) ?
- 5. un full (un brelan et une paire, de hauteurs différentes) ?

Exercice 4 Une urne contient 10 boules blanches, 6 boules rouges, 4 boules noires.

- 1. On tire successivement trois boules avec remise, c'est à dire on tire une boule et on la remet dans l'urne et on recommence deux fois (soit au total, trois tirages).
 - (a) Calculer la probabilité que le tirage soit tricolore.
 - (b) Quelle est la probabilité que le tirage soit unicolore ?
 - (c) Quelle est la probabilité que le tirage soit bicolore ?
- 2. Traiter les questions précédentes avec un tirage simultané de trois boules

Exercice 5 Un quart d'une population a été vaccinée. Parmi les vaccinés, il y a $\frac{1}{12}$ de malades. Parmi les malades, il y a 4 non vaccinés pour un vacciné. Quelle est la p probabilité pour un non vacciné de tomber malade ?

Exercice 6 Pour se rendre au lycée, un élève a le choix entre quatre itinéraires : A, B, C et D.

La probabilité qu'il a de choisir A est de $1/3$, la probabilité qu'il a de choisir B est de $1/4$ et la probabilité qu'il a de choisir C est de $1/12$.

La probabilité d'arriver en retard en empruntant A est $1/20$, la probabilité d'arriver en retard en empruntant B est $1/10$ et la probabilité d'arriver en retard en empruntant C est $1/5$. Il n'est jamais en retard en empruntant D.

- 1. Quelle est la probabilité que l'élève choisisse l'itinéraire D ?
- 2. L'élève arrive en retard. Quelle est la probabilité qu'il ait emprunté l'itinéraire C ?

Exercice 7 On lance deux fois un dé équilibré et on considère les 3 événements suivants :

E_1 = " la somme des 2 lancers est égale à 6", E_2 = " la somme des deux lancers est égale à 7" et

F = "le premier lancer a donné un 4". Etudier l'indépendance de E_1 et F puis celle de E_2 et F .

Exercice 8 Une piste rectiligne est divisée en cases, numérotées 0, 1, 2, ... n ... de gauche à droite. Une puce se déplace vers la droite, de 1 ou 2 cases au hasard à chaque saut. Au départ, elle est sur la case 0. Soit X_n la variable aléatoire égale au numéro de la case occupée par la puce après n sauts.

- 1. Déterminer la loi de probabilité de X_1 et calculer son espérance et sa variance.
- 2. On appelle Y_n la variable aléatoire réelle égale au nombre de fois où la puce a sauté d'une case au cours des n premiers sauts. Déterminer la loi de Y_n , ainsi que son espérance et sa variance.
- 3. Déterminer X_n en fonction de Y_n et en déduire la loi de probabilité de X_n , ainsi que son espérance.

Exercice 9 Un QCM...

- 1. On pose 20 questions à un candidat. Pour chaque questions, k réponses sont proposées, dont une seule est la bonne. Le candidat choisit au hasard une des réponses proposées. On lui attribue un point par bonne réponse. Soit X_1 le nombre de points obtenus. Quelle est la loi de X_1 ?
- 2. Lorsque le candidate donne une mauvaise réponse, il peut choisir à nouveau une des autres réponses proposées. On lui attribue alors $\frac{1}{2}$ point par bonne réponse. Soit X_2 le nombre de points obtenus lors de ces seconds choix. On a donc $X_2 = \frac{1}{2} \times Y_2$, où Y_2 est le nombre de bonnes réponses formulées lors de cette deuxième étape. Quelle est la loi de X_2 ?
- 3. Soit X le nombre total de points obtenus. Calculer $E(X)$.
- 4. Déterminer k pour que le candidat (qui répond au hasard) obtienne en moyenne une note de 5 sur 20.