

1. Factorisation de  $a^n - b^n$
2. Valeurs de  $\sin(t + \frac{\pi}{2})$  et  $\sin(t - \frac{\pi}{2})$ , de  $\sin(2t)$  et  $\cos(2t)$  et...
3. Définir la notion de suites adjacentes et énoncer le théorème des suites adjacentes
4. Énoncer le théorème des accroissements finis, illustrer sa signification par un dessin.
5. formule de Leibniz (et démonstration éventuelle ?)
6. Donner les développements limités usuels. Donner les équivalents usuels.
7. Principe de l'intégration par parties (et hypothèses !!)
8. Formule de Taylor-Young et son utilité
9. Qu'est-ce qu'un développement de Taylor ? Faire un schéma. À quoi cela sert-il ?
10. Donner la formule de Taylor avec reste intégral. Comment la démontre-t-on ?
11. Énoncer le théorème de convergence des sommes de Riemann.
12. Séries de Riemann ? ?
13. Critère de D'Alembert pour les séries numériques.
14. Produit de Cauchy de deux séries. Application aux séries entières.
15. Théorèmes de dérivation/d'intégration concernant les séries entières ?
16. Donner les DSE usuels
17. Quelle est la différence entre un développement limité et un développement en série entière (au voisinage de 0) ?
18. Quels sont les différents types de convergence pour une suite de fonctions ? Y a-t-il des liens entre ces divers types de convergence ?
19. Quels sont les différents types de convergence pour une série de fonctions ? Y a-t-il des liens entre ces divers types de convergence ?
20. Dans quel cas peut-on affirmer que la limite d'une suite de fonctions est continue ?
21. Si  $(f_n)$  converge vers  $f$  et si les  $f_n$  sont dérivables, la fonction  $f$  est-elle aussi dérivable ?
22. Si  $(f_n)$  converge vers  $f$  et si les  $f_n$  sont continues sur  $[a, b]$ , est-il vrai que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f_n(t) dt = \int_a^b f(t) dt$  ?
23. Sous quelles conditions peut-on dériver terme à terme une série de fonctions ?
24. Th. de chgt de variable pour les intégrales (généralisée ou pas...)
25. Intégrales impropres de référence,
26. Existence de  $\int_0^{+\infty} t^x e^{-t} dt$  selon la valeur de  $x \in \mathbb{R}$ .
27. Théorèmes de comparaison de séries à termes positifs.
28. Théorèmes de comparaison de séries absolument convergentes.
29. Théorèmes de comparaison de fonctions intégrables.
30. Théorème de comparaison d'intégrales de fonctions positives.
31. Théorème de convergence dominée.
32. Théorème de continuité ou de dérivation des intégrales à paramètres.
33. Énoncer le théorème de la double limite.
34. Énoncer le théorème d'intégration terme à terme pour une série de fonctions.
35. Définition d'une fonction de  $n$  variables de classe  $\mathcal{C}^1$ .
36. Théorème de Schwarz. Définition de la Hessienne
37. Critères pour la recherche d'un extremum d'une fonction de deux variables (ou condition nécessaire pour l'existence d'un extremum local).
38. Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction de deux variables. À quoi sert-elle ?
39. on considère le changement de variable suivant ( par exemple !! ) :  $f(x, y) = h(u, v)$  avec  $u = xy$ ,  $v = \frac{y}{x}$ .  
Calculer les dérivées partielles de  $f$  par rapport à  $x$  et  $y$  avec le changement de variable. Calculer la dérivée partielle seconde par rapport à  $x$ .
40. On se donne  $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  et  $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  et  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . Ce sont toutes des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ . Donner l'expression de la dérivée de la fonction  $t \mapsto \varphi(u(t), v(t))$ .
41. Quels sont les polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  et de  $\mathbb{R}[X]$  ?
42. Définir un espace vectoriel. Définition et caractérisation d'un sous-espace vectoriel.

43. Définition d'un hyperplan. L'ensemble des matrices de taille 2 ayant une trace nulle est-il un hyperplan de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  ?
44. Caractérisation des projecteurs et des symétries
45. Définition et propriétés de la trace. Trace d'un projecteur
46. Dites tout ce que vous savez sur les projecteurs.  
Soit  $u$  un projecteur de  $\mathbb{R}^n$ . Montrer que  $\text{Tr}(A) = \text{rg}(u)$  où  $u$  est canoniquement associé à la matrice  $A$ .
47. Matrice de changement de base : définition ? Utilisation ?
48. Tout ce que vous savez sur les matrices diagonales.
49. Condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice soit diagonalisable
50. Définition d'une matrice trigonalisable. Condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice soit trigonalisable
51. Définition du rang d'une matrice, d'un endomorphisme. Énoncer le théorème du rang (pour les matrices et les endomorphismes).
52. Deux matrices semblables ont-elles même rang ? Même trace ? Même noyau ? Mêmes valeurs propres ? Même déterminant ?
53. Définir la notion de polynôme annulateur d'un endomorphisme (ou d'une matrice)
54. Énoncer le théorème de Cayley-Hamilton
55. Connaissez-vous un théorème reliant polynômes annulateurs et endomorphismes diagonalisables ?
56. Connaissez-vous un théorème reliant polynômes annulateurs et endomorphismes trigonalisables ?
57. Donner la définition d'un endomorphisme trigonalisable puis une caractérisation de tels endomorphismes.
58. Définition d'un produit scalaire. Donner au moins 3 produits scalaires sur 3 espaces vectoriels différents.
59. Tout ce que vous savez sur les matrices orthogonales.
60. Définition d'une isométrie vectorielle. Caractérisation à l'aide de sa matrice dans une certaine base.
61. Diverses caractérisation d'une isométrie vectorielle. Propriétés des isométries
62. Définition d'une matrice symétrique. Quel théorème pouvez-vous donner concernant les matrices symétriques ?
63. Définition d'un produit scalaire
64. Inégalité de Cauchy-Schwarz. Cas d'égalité.
65. Identité du parallélogramme.
66. Procédé de Gram-Schmidt ?
67. Matrices orthogonales : définition ? Utilité ?
68. Classification des isométries en dimension 2
69. Définir la notion d'endomorphisme auto-adjoint
70. Énoncer le théorème spectral pour les endomorphismes auto-adjoints.
71. Énoncer la version matricielle du théorème spectral.
72. Calculer  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$ .
73. Définition d'une tribu et d'une probabilité.
74. Formule des probabilités totales.
75. Formule de Bayes
76. Formule des probabilités composées.
77. Théorème de continuité croissante/décroissante
78. Théorème de transfert
79. Définition d'une série génératrice d'une variable aléatoire, application au calcul de l'espérance et de la variance (si existence...)
80. Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev
81. Lois usuelles (loi ? espérance ? variance ?)
82. Que savez-vous sur la loi binomiale ?
83. Tout ce que vous savez sur la loi géométrique. Calculer la valeur de l'espérance d'une loi géométrique.
84. Somme de deux VA suivant des lois binomiales ? De Poisson ?
85. Loi faible des grands nombres.
86. Qu'est-ce un ouvert d'un espace vectoriel normé ?
87. Donner la caractérisation séquentielle d'un fermé.
88. Définir la notion de normes équivalentes
89. Toutes les normes d'un espace vectoriel normé sont-elles équivalentes ?
90. Énoncer le théorème des bornes atteintes dans un espace vectoriel normé