

- Condition suffisante simple d'existence d'une primitive d'une fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  ?
- Révisions des primitives usuelles :
  - Primitive d'un polynôme sur  $\mathbb{R}$ .
  - Primitive de cos et sin et tan sur  $\mathbb{R}$ .
  - Primitive de  $x \mapsto e^{ax+b}$  sur  $\mathbb{R}$ .
  - Primitive de  $x \mapsto \frac{1}{\cos^2(x)}$ , et  $x \mapsto 1 + (\tan(x))^2$
  - Primitive de  $x \mapsto \frac{1}{x^n}$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$  (*Attention aux différentes valeurs de  $n$* )
  - Primitive de  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ . Plus généralement primitive de  $x \mapsto x^\alpha$  pour  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
  - Primitive de  $x \mapsto a^x$
  - Primitive de  $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$  et de  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  et de  $x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$
  - Primitive de ch et de sh.
  - $\int_a^b t \ln(t) dt$
  - $\int_4^X \frac{x}{(x-2)(x-3)} dx$
- Primitives de fonctions composées :  $u$  est une fonction de la variable  $x$ . Donner une primitive de  $v$  dans les cas suivants :
  - $v = u' \times u$
  - $v = \frac{u'}{u}$
  - $v = u' \times e^u$
  - $v = \frac{u'}{\sqrt[3]{u}}$
- Une primitive de  $f$  sur un intervalle  $I$  est unique : Vrai ? Faux ?  
Application : on cherche sur  $]1; +\infty[$  une primitive de  $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$  qui vaut 0 en 3.
- Soit  $f$  continue sur  $\mathbb{R}$ . Que peut-on dire de  $F : x \mapsto \int_a^x f(t) dt$  ?
- Soit  $f$  continue sur  $\mathbb{R}$ . Si  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $I$ , alors  $F$  est de classe  $C^1$  sur  $I$  : Vrai ? Faux ?
- Soit  $f$  continue sur  $\mathbb{R}$ . Calculer la dérivée de  $\int_{-x}^{3x^2} f(t) dt$ .  
 Sur quel domaine est définie la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \int_x^{x^2} \frac{e^t dt}{t}$  ?
- Soient  $a$  et  $b$  2 réels tels que  $a < b$ .  $\int_a^b f(x) dx$  représente l'aire d'un domaine du plan : Vrai ? Faux ? Ça dépend ?
- Propriétés : a) Relation de Chasles  $\Rightarrow$  énoncé ?  
 b) Linéarité de l'intégrale  $\Rightarrow$  énoncé ?
- Propriétés de positivité de l'intégrale : Soit  $a < b$  deux réels et  $f, g$  continues sur  $[a; b]$ 
  - Si  $f \geq 0$  alors ... ? Si  $f \leq g$  alors ... ? Et  $|\int_a^b f(x) dx| \leq \dots$  ?
  - Savez-vous démontrer ces propriétés ? Que pensez-vous des réciproques ?
  - Application : Recherche d'un équivalent de  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ .
- $f$  continue sur  $[a; b]$ , positive sur  $[a; b]$  alors  $\int_a^b f(x) dx > 0$  : Vrai ? Faux ? Ça dépend ?
- Valeur moyenne : définition ?  
 La valeur moyenne de  $f$  sur  $[a; b]$  est toujours située entre  $\min_{[a; b]} f$  et  $\max_{[a; b]} f$  : Vrai ? Faux ?  
 Savez-vous le prouver ?
- Intégration par partie : énoncé ? Applications :
  - Trouver une primitive de  $x \mapsto \ln x$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$
  - IPP successives : calculer  $\int_0^2 (x^2 - 5x + 1)e^{\frac{x}{3}} dx$
- Formule de changement de variable.  
Application : Retrouver l'aire du cercle d'équation  $x^2 + y^2 = 1$  en utilisant les fonctions  $f : x \mapsto \sqrt{1-x^2}$  et  $g : x \mapsto -\sqrt{1-x^2}$ , et le changement de variable  $x = \sin(u)$ .
- Sommes de Riemann ? Application : chercher si elle existe  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$ .