Programme de colle. Semaine n°10 : du 04/12 au 08/12/2023.

Déroulement : La colle comporte :

- **Pour les 3/2** : une question de cours suivie de un ou deux exercices sur les chapitres au programme. Une question de cours (cf ci-dessous) peut être complétée par des formules ou théorèmes à énoncer précisement.
- **Pour les 5/2** : la question de cours peut être remplacée par un exercice suivants de la banque CCINP : exercices 67-69-70-72-73 d'algèbre.

I : Révisions et compléments sur les déterminants. Voir le programme précédent.

1. **Revoir le programme de PCSI**. Pour rappel, il est en ligne sur cahier-de-prepa.fr, ainsi que le poly de cours.
2. **Compléments** : Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs, déterminant de Vandermonde et lien avec le problème d'interpolation de Lagrange.

II : Réduction des endomorphismes et des matrices carrées Voir le programme précédent et ajouter ce qui suit.

Polynôme caractéristique scindé à racines simples : condition suffisante pour qu'un endomorphisme/une matrice soit diagonalisable.

Diagonalisabilité et polynômes annulateurs

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement s'il admet un polynôme annulateur scindé à racines simples (admis). Traduction matricielle. (Le lemme de décomposition des noyaux est hors programme.)

L'endomorphisme induit par un endomorphisme diagonalisable sur un sous-espace vectoriel stable est diagonalisable.

Un endomorphisme u est diagonalisable si et seulement s'il admet $\prod_{\lambda \in \mathrm{Sp}(u)} (X - \lambda)$ pour polynôme annulateur.

II : Questions de cours

1. Les sous-espaces propres sont en somme directe (dem)
2. Valeur propre et polynome annulateur (dem)
3. Polynome caractéristique d'une matrice par blocs (dem)
4. Multiplicité d'une valeur propre et dimension d'un sous-espace propre (dem)
5. Caractérisation des endomorphismes diagonalisables (avec les dimensions des sous espaces propres (dem))
6. Caractérisation des endomorphismes diagonalisables (avec le polynome caractéristique (dem))
7. Diagonalisation et polynome annulateur (énoncé)