- \* Factorisation de  $a^n b^n$
- \* Valeurs de  $\sin(t+\frac{\pi}{2})$  et  $\sin(t+\frac{\pi}{2})$ .
- \* Définir la notion de suites adjacentes et énoncer le théorème des suites adjacentes
- \* Enoncer le théorème des accroissements finis, illustrer sa signification par un dessin.
- \* formule de Leibniz (et démonstration éventuelle?)
- \* Principe de l'intégration par parties (et hypothèses!!)
- \* Formule de Taylor-Young et son utilité
- \* Qu'est-ce qu'un développement de Taylor? Faire un schéma. A quoi cela sert-il?
- \* Donner la formule de Taylor avec reste intégral. Comment la démontre-t-on?
- \* Enoncer le théorème de convergence des sommes de Riemann.
- \* Séries de Riemann??
- \* Critère de D'Alembert pour les séries numériques.
- \* Produit de Cauchy de deux séries. Application aux séries entières.
- \* Théorèmes de dérivation/d'intégration concernant les séries entières?
- \* Donner les DSE usuels
- \* Th. de chgt de variable pour les intégrales (généralisée ou pas...)
- \* Intégrales impropres de référence,
- \* Existence de  $\int_0^{+\infty} t^x e^{-t} dt$  selon la valeur de  $x \in \mathbb{R}$ .
- \* Théorème de continuité ou de dérivation des intégrales à paramètres.
- \* Définition d'une fonction de deux variables de classe  $C^1$ .
- \* Critères pour la recherche d'un extremum d'une fonction de deux variables (ou condition nécessaire pour l'existence d'un extremum local).
- \* Théorème de Schwarz
- \* Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction de deux variables.
- \* Définition de la Hessienne
- \* on considère le changement de variable suivant ( par exemple!!) : f(x,y) = h(u,v) avec u = xy,  $v = \frac{y}{x}$ . Calculer les dérivées partielles de f par rapport à x et y avec le changement de variable. Calculer la dérivée partielle seconde par rapport à x.
- \* On se donne  $u: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  et  $v: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  et  $\varphi: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ . Ce sont toutes des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ . Donner l'expression de la dérivée de la fonction  $t \mapsto \varphi(u(t), v(t))$ .
- \* Quels sont les polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  et de  $\mathbb{R}[X]$ ?
- \* Définir un espace vectoriel
- \* Définition d'un hyperplan. L'ensemble des matrices de taille 2 ayant une trace nulle est-il un hyperplan de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ?
- \* Caractérisation des projecteurs et des symétries
- \* Définition et propriétés de la trace. Trace d'un projecteur
- \* Dites tout ce que vous savez sur les projecteurs.
  - Soit u un projecteur de  $\mathbb{R}^n$ . Montrer que Tr(A) = rg(u) où u est canoniquement associé à la matrice A.
- \* Donner la définition d'un endomorphisme trigonalisable puis une caractérisation de tels endomorphismes.
- \* Matrice de changement de base : définition? Utilisation?
- \* Tout ce que vous savez sur les matrices diagonales.
- \* Tout ce que vous savez sur les matrices orthogonales.
- \* Définition d'une matrice symétrique. Quel théorème pouvez-vous donner concernant les matrices symétriques?
- \* Définir la notion de polynôme annulateur d'un endomorphisme (ou d'une matrice)
- \* Enoncer le théorème de Cayley-Hamilton
- \* Connaissez-vous un théorème reliant polynômes annulateurs et endomorphismes diagonalisables?
- \* Connaissez-vous un théorème reliant polynômes annulateurs et endomorphismes trigonalisables?
- \* Condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice soit diagonalisable
- \* Définition d'une matrice trigonalisable. Condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice soit trigonalisable
- \* Deux matrices semblables ont-elles même rang? Même trace? Même noyau? Mêmes valeurs propres? Même déterminant?

- \* Définition d'un produit scalaire
- \* Inégalité de Cauchy-Schwarz. Cas d'égalité.
- \* Identité du parallélogramme.
- \* Procédé de Gram-Schmidt?
- \* Définition et caractéristiques des isométries
- \* Matrices orthogonales : définition? Utilité?
- \* Classification des isométries en dimension 2
- \* Définir la notion d'endomorphismes auto-adjoint
- \* Calculer  $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$ .
- \* Définition d'une tribu et d'une probabilité.
- \* Formule des probabilités totales.
- \* Formule de Bayes
- \* Théorème de continuité croissante/décroissante
- \* Théorème de transfert
- \* Définition d'une série génératrice d'une variable aléatoire, application au calcul de l'espérance et de la variance (si existence...)

Quelques questions de cours

- \* Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev
- \* Lois usuelles (loi? espérance? variance?)
- \* Que savez-vous sur la loi binomiale?

On se donne des variables aléatoires  $X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n, \frac{\lambda}{n})$  où  $\lambda \in \mathbb{R}^{+*}$ . Que dire de  $X_n$  quand  $n \to \infty$ ? Montrez-le.

- \* Tout ce que vous savez sur la loi géométrique. Redémontrer la valeur de l'espérance d'une loi géométrique.
- \* Somme de deux VA suivant des lois binomiales? De Poisson?
- \* Loi faible des grands nombres.
- \* Qu'est-ce un ouvert d'un espace vectoriel normé?
- \* Définir la notion de normes équivalentes
- \* Toutes les normes d'un espace vectoriel normé sont-elles équivalentes?
- $\ast\,$  Enoncer le théorème des bornes atteintes dans un espace vectoriel normé
- \* Quels sont les différents types de convergence pour une suite de fonctions? Y a-t-il des liens entre ces divers types de convergence?
- \* Quels sont les différents types de convergence pour une série de fonctions? Y a-t-il des liens entre ces divers types de convergence?
- \* Dans quel cas peut-on affirmer que la limite d'une suite de fonctions est continue?
- \* Si  $(f_n)$  converge vers f et si les  $f_n$  sont dérivables, la fonction f est-elle aussi dérivable?
- \* Dans quel cas peut-on dériver terme à terme une série de fonctions?
- \* Si  $(f_n)$  converge vers f et si les  $f_n$  sont continues sur [a,b], est-il vrai que  $\lim_{n\to+\infty}\int_a^b f_n(t)dt=\int_a^b f(t)dt$ ?
- \* Enoncer le théorème de la double limite.
- \* Enoncer le théorème d'intégration terme à terme pour une série de fonctions.
- \* Sous quelles conditions peut-on dériver terme à terme une série de fonctions?