On tracera sur un schéma à part les courbes représentatives de toutes les fonctions évoquées ci-dessous. Dans chacun des cas ci-dessous, pour une fonction f donnée, **on doit savoir**

- utiliser le théorème de la bijection monotone pour définir la fonction réciproque,
- déterminer sur quel domaine la fonction f^{-1} est dérivable,
- calculer la dérivée de f^{-1} (rappel : si $f' \circ f^{-1}(x) \neq 0$, alors $(f^{-1})'(x) = \dfrac{1}{f' \circ f^{-1}(x)}$).
- tracer (éventuellement sur un même schéma) les courbes représentatives de f et de f^{-1}.

1 La fonction ln

La fonction $f = \exp$ est une fonction définie sur $\mathbb{R}$, **strictement croissante et continue sur** $\mathbb{R}$. Donc exp réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers $J =]\lim\limits_{x\to-\infty} \exp(x), \lim\limits_{x\to+\infty} \exp(x)[=]0, +\infty[= \mathbb{R}^{+*}$. La réciproque de exp est appelée « logarithme népérien ». Elle est continue, strictement croissante sur $\mathbb{R}^{+*}$.
La fonction $f' = \exp$ ne s'annule en aucun point, donc $f^{-1} = \ln$ est dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$ et $\dfrac{d(\ln(x))}{dx} = \dfrac{1}{\exp \circ \ln(x)}$ c'est à dire : $\boxed{\dfrac{d(\ln(x))}{dx} = \dfrac{1}{x}}$

2 Les fonctions circulaires réciproques

La fonction Arcsinus La fonction sinus est continue et strictement croissante sur $[-\pi/2, \pi/2]$; elle réalise donc une bijection de $[-\pi/2, \pi/2]$ vers $[\sin(-\pi/2); \sin(\pi/2)] = [-1; 1]$. La réciproque de la fonction sinus sur $[-\pi/2, \pi/2]$, appelée *Arc sinus* et notée *arcsin*, est continue et strictement croissante sur $[-1; 1]$.
La dérivée de la fonction sinus est la fonction cos.
$\cos \circ \arcsin(x) = 0 \iff \arcsin(x) = \pm\pi/2 \iff x = \pm 1$.
Donc la fonction arcsinus est dérivable sur $]-1; 1[$ et sa dérivée vaut : $\dfrac{1}{\cos \circ \arcsin(x)}$.
Or $\cos^2(\arcsin(x) + \sin^2(\arcsin(x)) = 1$ ce qui s'écrit aussi $\cos(\arcsin(x))^2 = 1 - x^2$.
Par ailleurs, $\text{arcsinus}(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$ donc $\cos(\arcsin(x)) \geqslant 0$. On en déduit que : $\cos(\arcsin(x)) = +\sqrt{1 - x^2}$ et donc : $\boxed{\dfrac{d(\arcsin(x))}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}}$

La fonction Arccos La fonction cosinus est continue et strictement décroissante sur $[0, \pi]$. Donc elle réalise une bijection de $[0, \pi]$ vers $[\cos(\pi); \cos(0)] = [-1; 1]$. La réciproque de la fonction cosinus sur $[0; \pi]$, appelée *Arc cosinus* et notée *arccos*, est continue et strictement décroissante sur $[-1; 1]$.
La dérivée de la fonction cosinus est la fonction -sinus.
$\sin \circ \arccos(x) = 0 \iff \big(\arccos(x) = 0 \text{ ou } \arccos(x) = \pi\big) \iff x = \pm 1$.
Donc la fonction arccos est dérivable sur $]-1; 1[$ et sa dérivée vaut : $\dfrac{1}{-\sin \circ \arccos(x)}$.
Or $\cos^2(\arccos(x)) + \sin^2(\arccos(x) = 1$ ce qui s'écrit aussi $\sin^2(\arccos(x)) = 1 - x^2$.
Par ailleurs, $\arccos(x) \in [0, \pi]$ donc $\sin(\arccos(x)) \geqslant 0$. On en déduit que : $\sin(\arccos(x)) = +\sqrt{1 - x^2}$ et donc :
$\boxed{\dfrac{d(\arccos(x))}{dx} = \dfrac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}}$

La fonction Arctan La fonction tangente est continue et strictement croissante sur $]-\pi/2, \pi/2[$. Donc elle réalise donc une bijection de $]-\pi/2, \pi/2[$ vers $]\lim\limits_{x\to-\pi/2} \tan(x), \lim\limits_{x\to\pi/2} \tan(x)[= \mathbb{R}$.
La réciproque de la fonction tangente sur $]-\pi/2, \pi/2[$, appelée *Arc tangente* et notée *arctan*, est continue et croissante sur $]-\pi/2, \pi/2[$. $\boxed{\dfrac{d(\text{Arctan}(x))}{dx} = \dfrac{1}{1 + x^2}}$ (Calcul à revoir ! !)