NB : Tous les énoncés/définitions sont à connaître précisément. De plus, les démonstrations/exemples du paragraphe "Questions de cours" sont à savoir faire avec aisance.
Attention : les autres démonstrations ne sont pas censées être ignorées totalement, à part quand cela est précisé par la mention « démonstration non exigible » ou « résultat admis ».

I : Espaces vectoriels, applications linéaires matrices

Tout le programme de PCSI est à réviser...

II : Compléments d'algèbre linéaire

1) Interpolation de Lagrange : voir programme précédent

2) Produit d'espaces vectoriels, somme de sous-espaces vectoriels : voir programme précédent

3) Matrices par blocs et sous-espaces stables : voir programme précédent

Si u et v commutent alors le noyau de u est stable par v.

4) Trace Trace d'une matrice carrée. Linéarité, trace d'une transposée.
Relation $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.
Invariance de la trace par similitude (c'est à dire : deux matrices semblables ont même trace). Notation $\text{Tr}(A)$.
Trace d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie.

Polynômes d'endomorphismes et de matrices carrées Polynôme d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.
Relation $(PQ)(u) = P(u) \circ Q(u)$.
Polynôme annulateur. Application au calcul de l'inverse et des puissances.
Deux polynômes de l'endomorphisme u commutent. Le noyau de $P(u)$ est stable par u.
Adaptation de ces résultats aux matrices carrées.

Questions de cours : démonstration ou exemples à savoir traiter.

- Dimension d'un produit cartésien de 2 espaces vectoriels de dimension finie.
- Somme directe de n sous-espaces vectoriels : caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul.
- Dimension d'une somme de 2 sous-espaces vectoriels.
- Base adaptée à la décomposition d'un espace E en somme directe de sous-espaces vectoriels.
- Polynomes de Lagrange : Base de $\mathbb{K}_n[X]$ constituée des polynômes interpolateurs de Lagrange en $n+1$ points distincts de $\mathbb{K}$.
- Expression d'un polynôme $P \in \mathbb{K}_n[X]$ dans cette base.
- Sous espaces stables et matrices diagonales par blocs (démonstration dans le cas de deux sous-espaces vectoriels)
- Trace : $\text{Tr}(AB)$=$\text{Tr}(BA)$.