Lycée Aristide Briand
PC, 2024/2025

Programme de colle. Semaine n°4.
Du lundi 7 octobre au vendredi 11 octobre 2024

NB : Tous les énoncés/définitions sont à connaître précisément. De plus, les démonstrations/exemples du paragraphe "Questions de cours" sont à savoir faire avec aisance.
Attention : les autres démonstrations ne sont pas censées être ignorées totalement, à part quand cela est précisé par la mention « démonstration non exigible » ou « résultat admis ».

Chapitres concernés

- **Suites** : tout le programme de PCSI
- **Fonctions** : tout le programme de PCSI En particulier,les développements limités et équivalents usuels doivent être sus sur le bout des doigts (voir formulaire en ligne), ainsi que les théorèmes de croissances comparées (voir dernière page du poly de révision sur les fonctions). Et les formules de trigonométrie....
- **Séries** : programme de PCSI et compléments ci dessous :
  Technique de comparaison série-intégrale : les étudiants doivent savoir utiliser la comparaison série-intégrale pour établir des convergences et des divergences de séries, estimer des sommes partielles de séries divergentes ou des restes de séries convergentes dans le cas d'une fonction monotone.
  Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste.
- **Séries** : programme de PCSI et compléments ci dessous :
  Technique de comparaison série-intégrale : les étudiants doivent savoir utiliser la comparaison série-intégrale pour établir des convergences et des divergences de séries, estimer des sommes partielles de séries divergentes ou des restes de séries convergentes dans le cas d'une fonction monotone.
  Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste.
  Nouveau : **Formule de Stirling** : équivalent de $n!$ (admise).
  Règle de d'Alembert.
  Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes (admis).

Questions de cours : démonstration ou exemples à savoir traiter.

1. Développement limité de $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, e^x.
2. Théorème de comparaison de séries à termes positifs (à l'aide d'inégalités, ou d'équivalents)
3. Un série absolument convergente est aussi convergente.
4. Comparaison série-intégrale : utilisation de cette technique pour traiter les exemples suivants :
   — Montrer que : $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \underset{n\to+\infty}{\sim} \ln(n)$.
   — Déterminer la nature des séries de Riemann
   — Donner un équivalent des sommes partielles de Riemann $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^\alpha}$ pour $\alpha \in]0,1]$.
5. Regle de d'Alembert
6. Critère spécial des séries alternées