Exercice 1 On lance un dé quatre fois de suite.
Quelle est la probabilité d'obtenir 4 numéros différents ?

Exercice 2 Un placard contient 10 paires de chaussures, toutes différentes. On prend 4 chaussures au hasard. Quelle est la probabilité de tirer

(a) 2 paires complètes ?

(b) au moins une paire ?

(c) une paire et une seule ?

Et que se passe-t-il si ce sont des chaussettes ?

Exercice 3 Un joueur de poker reçoit une main de 5 cartes d'un jeu de 32 cartes (sans joker). Pour les incultes, les cartes peuvent être de 4 couleurs différentes (coeur, carreau, pique, trêfle) et de 8 "hauteurs" différentes (As, 7,8,9,10,V,D,R). Quelle est la probabilité que sa main contienne :

1. une seule paire ? (et rien d'autre d'"intéressant")
2. deux paires(2 cartes de même hauteur et pas trois) ?
3. un brelan (trois cartes de même hauteur et pas quatre) ?
4. un carré (quatre cartes de même hauteur) ?
5. un full (un brelan et une paire, de hauteurs différentes) ?

Exercice 4 Une urne contient 10 boules blanches, 6 boules rouges, 4 boules noires.

1. On tire successivement trois boules avec remise, c'est à dire on tire une boule et on la remet dans l'urne et on recommence deux fois (soit au total, trois tirages).
   (a) Calculer la probabilité que le tirage soit tricolore.
   (b) Quelle est la probabilité que le tirage soit unicolore ?
   (c) Quelle est la probabilité que le tirage soit bicolore ?
2. Traiter les questions précédentes avec un tirage simultané de trois boules

Exercice 5 Un quart d'une population a été vaccinée. Parmi les vaccinés, il y a $\frac{1}{12}$ de malades. Parmi les malades, il y a 4 non vaccinés pour un vacciné. Quelle est la p probabilité pour un non vacciné de tomber malade ?

Exercice 6 Pour se rendre au lycée, un élève a le choix entre quatre itinéraires : A, B, C et D.
La probabilité qu'il a de choisir A est de 1/3, la probabilité qu'il a de choisir B est de 1/4 et la probabilité qu'il a de choisir C est de 1/12.
La probabilité d'arriver en retard en empruntant A est 1/20, la probabilité d'arriver en retard en empruntant B est 1/10 et la probabilité d'arriver en retard en empruntant C est 1/5. Il n'est jamais en retard en empruntant D.

1. Quelle est la probabilité que l'élève choisisse l'itinéraire D ?
2. L'élève arrive en retard. Quelle est la probabilité qu'il ait emprunté l'itinéraire C ?

Exercice 7 On lance deux fois un dé équilibré et on considère les 3 événements suivants :
E_1=" la somme des 2 lancers est égale à 6", E_2=" la somme des deux lancers est égale à 7" et
F = "le premier lancer a donné un 4". Etudier l'indépendance de E_1 et F puis celle de E_2 et F.

Exercice 8 Une piste rectiligne est divisée en cases, numérotées 0, 1, 2, ... n... de gauche à droite. Une puce se déplace vers la droite, de 1 ou 2 cases au hasard à chaque saut. Au départ, elle est sur la case 0. Soit X_n la variable aléatoire égale au numéro de la case occupée par la puce après n sauts.

1. Déterminer la loi de probabilité de X_1 et calculer son espérance et sa variance.
2. On appelle Y_n la variable aléatoire réelle égale au nombre de fois où la puce a sauté d'une case au cours des n premiers sauts. Déterminer la loi de Y_n, ainsi que son espérance et sa variance.
3. Déterminer X_n en fonction de Y_n et en déduire la loi de probabilité de X_n, ainsi que son espérance.

Exercice 9 **Un QCM...**

1. On pose 20 questions à un candidat. Pour chaque questions, k réponses sont proposées, dont une seule est la bonne. Le candidat choisit au hasard une des réponses proposées. On lui attribue un point par bonne réponse. Soit X_1 le nombre de points obtenus. Quelle est la loi de X_1 ?
2. Lorsque le candidate donne une mauvaise réponse, il peut choisir à nouveau une des autres réponses proposées. On lui attribue alors $\frac{1}{2}$ point par bonne réponse. Soit X_2 le nombre de points obtenus lors de ces seconds choix. On a donc $X_2 = \frac{1}{2} \times Y_2$, où Y_2 est le nombre de bonnes réponses formulées lors de cette deuxième étape. Quelle est la loi de X_2 ?
3. Soit X le nombre total de points obtenus. Calculer $E(X)$.
4. Déterminer k pour que le candidat (qui répond au hasard) obtienne en moyenne une note de 5 sur 20.