

Exercice 1 Etudier les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\tan^2(x)}$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2e^{3x} - 5e^x + 1}{3e^{2x} - 7e^{3x}}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 2)}{3x^2 + 4x + 5}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin(x)}$
5. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin(x) + \cos(x)}{\cos(x) - \sin(x) - 1}$. On pourra effectuer le changement de variable $X = x + \frac{\pi}{2}$.
6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\tan(x))^{\cos(x)}$

Exercice 2 Déterminer un équivalent des expressions suivantes et leur éventuelle limite au point considéré.

1. $\frac{\sqrt{x+2} - 1}{\tan(x+1)}$ en -1
2. $\frac{\ln(\cos(x))}{x^2}$ en 0
3. $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$ en $+\infty$
4. $2x + \sqrt{4x^2 + 3x + 2}$ en $+\infty$
5. $\frac{e^x}{1-x^2}$ en 1
6. $\frac{(e^x - e^5)^2}{\sqrt[3]{x+3} - 2}$ en 5
7. $\frac{1 - \cos(7x) + \sin(5x)}{\sin(x) \tan(3x) \cos(9x)}$ en 0

Exercice 3 Déterminer les développements limités suivants :

1. $DL_5(0)$ de : $3 \sin(2x) - 2 \sin(3x)$
2. $DL_3(0)$ de : $\frac{\ln(1+x)}{1+x}$
3. $DL_4(0)$ de : $\ln\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)$
4. $DL_4(0)$ de : $(1 + \sin(x))^x$
5. $DL_2(1)$ de : $\frac{1 + \sin(x-1)}{1 + \ln(x)}$
6. $DL_5(0)$ de : $\text{Arctan}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$
7. $DL_2(1)$ de : $\frac{\ln(x)}{x^2}$