

NB : Tous les énoncés/définitions sont à connaître précisément. De plus, les démonstrations/exemples du paragraphe "Questions de cours" sont à savoir faire avec aisance. Attention : les autres démonstrations ne sont pas censées être ignorées totalement, à part quand cela est précisé par la mention « démonstration non exigible » ou « résultat admis ».

1. **Probabilités discrètes** : tout exercice utilisant les notions figurant dans les programmes de colle précédents.

A cela s'ajoute : théorème d'antirépartition : Pour X variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N} \cup \{+\infty\}$, relation : $E(X) = \sum_{n=1}^{+\infty} P(X \geq n)$.

2. **Intégration : Premier épisode**

Réviser le programme de PCSI : intégrale définie sur un segment, calculs de primitives et d'intégrales.

Questions de cours : démonstration ou exemples à savoir traiter.

1. Les définitions du chapitre de probabilités discrètes **DOIVENT** être connues.
2. Formule des probabilités totales et formule de Bayes.
3. **Exercice type** : On a n urnes U_1, \dots, U_n . L'urne U_i contient a_i boules blanches et b_i boules noires. On choisit une urne au hasard et on tire une ou plusieurs boules de cette urne, avec remise.
Quelle est la probabilité que la première boule tirée soit blanche ?
Quelle est la probabilité que les 10 premières boules tirées soient blanches ?
On suppose que la première boule tirée est blanche. Quelle est alors la probabilité de l'avoir tirée dans la première urne ?
4. Théorème d'intégration par parties sur un segment (énoncé et démonstration)
5. Énoncé du théorème de changement de variable pour une intégrale sur un segment.
6. Donner une primitive pour chacune des fonctions suivantes, après avoir indiqué sur quel intervalle il est pertinent de travailler :

$$\left(x \mapsto \frac{1}{1+x^2}\right) \quad \text{et} \quad \left(x \mapsto \frac{1}{1-x^2}\right)$$

$$(x \mapsto a^x) \quad \text{et} \quad (x \mapsto x^a)$$

$$(x \mapsto x^n) \quad \text{et} \quad \left(x \mapsto \frac{1}{x^n}\right)$$

$$\left(x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) \quad \text{et} \quad \left(x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

7. Énoncer la formule de Taylor avec reste intégral.
8. Énoncer le théorème sur les sommes de Riemann.