

 Électricité

TP n°2 Échantillonnage et condition de Shannon

Mardi 15 septembre 2026

Compétences expérimentales exigibles

- ✓ PCSI : Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences.
- ✓ Expliquer l'influence de la fréquence d'échantillonnage.
- ✓ Utiliser la condition de Nyquist-Shannon.
- ✓ Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre au moyen d'un oscilloscope numérique ou d'une acquisition numérique.

Matériel – Par binôme

- ☐ GBF
- ☐ Carte d'acquisition Sysam-PCI, logiciel LatisPro
- ☐ Diode,
- ☐ Résistance de 1 k Ω

 Objectif du TP

- Comprendre la problématique due à l'échantillonnage lors de la numérisation des signaux.
- Apprendre à choisir les bons paramètres d'acquisition.

I Travail préparatoire

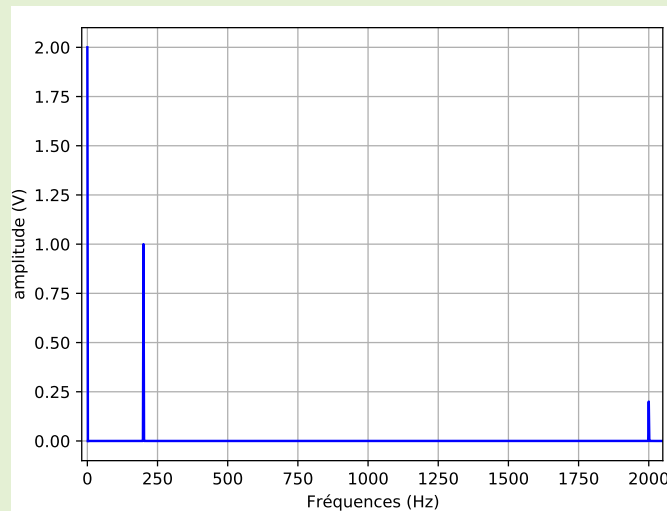
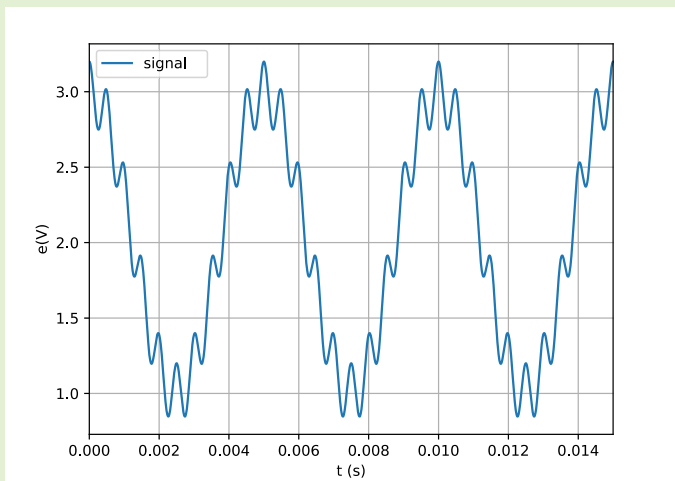
- Lire l'ensemble de l'énoncé, et y identifier ce qu'il faudra faire pendant la séance.
- Préparer les questions précédées d'une .

 Questions préparatoires –

- Q1. Rappeler les définitions de valeur moyenne et valeur efficace d'un signal s périodique de période T .
- Q2. Établir l'expression de la valeur moyenne de $s(t) = S \cos^2(\omega t)$.
- Q3. En déduire la valeur efficace d'un signal sinusoïdal d'amplitude S_m .

On donne un signal et son spectre.

- Q4. Déterminer la fréquence du signal à l'aide de son évolution temporelle.
- Q5. Exprimer le signal en utilisant son spectre en amplitude.



II Analyse spectrale

II.1 Décomposition d'un signal périodique

À retenir – Décomposition d'un signal périodique

Un signal s périodique de période T et de fréquence f peut s'écrire comme la **somme de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples de la fréquence f du signal $s(t)$** .

Le **décomposition** (dite en série de Fourier) de s s'écrit :

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n))$$

avec :

- A_0 : composante continue, c'est la valeur moyenne du signal ;
- f : fréquence de $s(t)$, également la **fréquence du fondamental f_1 ($n = 1$)** ;
- $f_n = n f$: fréquence de l'**harmonique de rang n** ;
- A_n : amplitude de l'harmonique d'ordre n ;
- φ_n : la phase à l'origine des temps de l'harmonique d'ordre n .

L'analyse spectrale effectuée par Latispro permet de représenter les valeurs des amplitudes en fonction de la fréquence. Les phases sont omises.

II.2 Cas d'un signal sinusoïdal

Expérience –

☞ Régler le GBF pour obtenir une tension $e(t)$ sinusoïdale d'amplitude 3,0 V, de fréquence 200 Hz et de valeur moyenne 1,0 V.

☞ Brancher la sortie du GBF sur la carte d'acquisition Sysam.

☞ Visualiser la tension sur Latispro (Acquisition →  → Entrées analogiques : cliquer sur l'entrée sur laquelle vous avez connecté le GBF), en choisissant une durée d'acquisition pour observer deux à trois périodes. Lancer l'acquisition sur .

☞ Effectuer l'analyse spectrale : Traitement → Calculs spécifiques → Analyse de Fourier. Puis cliquer sur , glisser la courbe sur Courbe : « Glisser la courbe source ici » sur la fenêtre qui s'est ouverte,

puis cliquer sur Calcul.

☞ Mesurer les différentes caractéristiques.

Q6. Reproduire le spectre obtenu en fonction de la fréquence.

Q7. Écrire numériquement la tension $e(t)$.

II.3 Effet d'une diode

Une diode idéale ne laisse passer le courant que si la tension à ses bornes est positive.

Expérience – Effet d'une diode

☞ Régler le GBF pour obtenir une tension $e(t)$ sinusoïdale d'amplitude 3,0 V, de fréquence 200 Hz et de valeur moyenne nulle.

☞ Effectuer le montage ci-contre, appelé « redresseur simple alternance ».

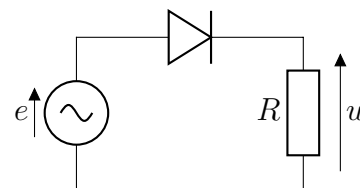
☞ Visualiser la tension $u(t)$ (deux à trois périodes) sur Latispro.

☞ Effectuer l'analyse spectrale de $u(t)$.

☞ Mesurer les différentes caractéristiques.

Q8. Reproduire la tension $u(t)$.

Q9. Reproduire le spectre obtenu en fonction de la fréquence. Indiquer dessus la valeur moyenne, la fréquence des harmoniques dont le fondamental. Commenter.



À retenir – Effet d'un système non linéaire

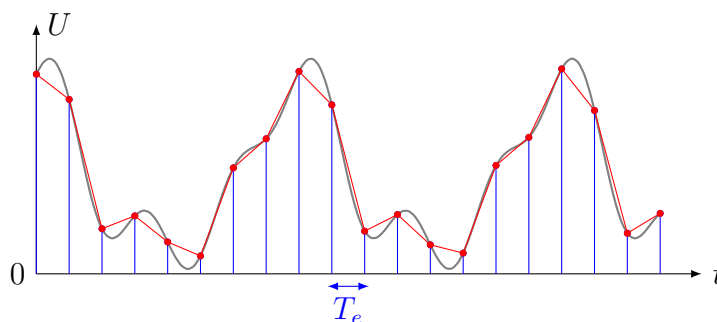
Lors de l'utilisation d'un système non linéaire, de nouvelles fréquences apparaissent : le signal en sortie du système non linéaire contient plus d'harmoniques que le signal d'entrée. Avec un système linéaire, cela est impossible.

III Acquisition numérique d'un signal

III.1 Discretisation

Les grandeurs physiques mesurées (tension, température, ...) sont des grandeurs continues, on parle de signal analogique. Leur acquisition par l'oscilloscope ou l'ordinateur nécessite la numérisation du signal : il est converti en un tableau fini de nombres. Il y a deux étapes :

- l'**échantillonnage temporel** à une période d'échantillonnage T_e : le signal est acquis aux instants $t_k = k \times T_e$ (avec $k \in \mathbb{N}$).



- la **quantification en tension** : les valeurs des tensions sont « approximées » par une valeur parmi les valeurs permises par le système d'acquisition.

⚠ Attention –

Il est indispensable que les extréma des signaux observés à l'oscilloscope soient les plus proches possibles des frontières de l'écran afin de réduire au maximum l'incertitude due à la quantification.



Définition – Période d'échantillonnage

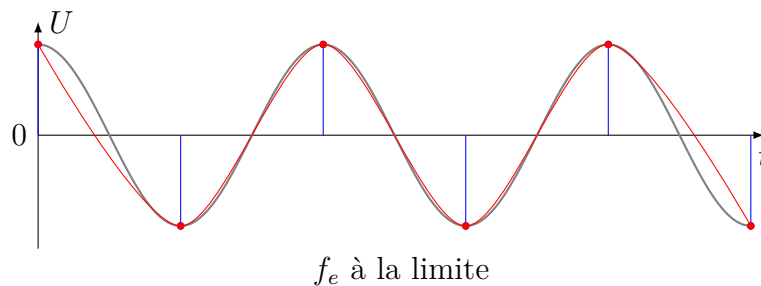
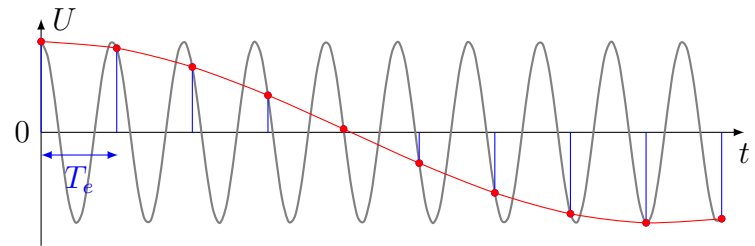
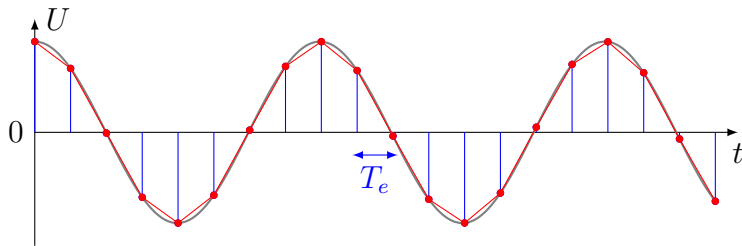
La **période d'échantillonnage** T_e est la durée entre deux mesures temporelles successives.

La **fréquence d'échantillonnage** est $f_e = 1/T_e$.

Pour une durée d'acquisition $T_{\text{tot}} = (N - 1) \times T_e$, où N est le nombre d'échantillons (plus ou moins limité par les systèmes d'acquisition).

III.2 Condition de Nyquist-Shannon

Afin de transcrire correctement le signal, il est indispensable d'acquérir suffisamment de points, c'est-à-dire d'avoir une fréquence d'échantillonnage suffisamment élevée.



À retenir – Condition de Nyquist-Shannon

La condition de Nyquist-Shannon stipule que pour échantillonner un signal de fréquence maximale f_{max} , la fréquence d'échantillonnage f_e doit vérifier $f_{\text{max}} < \frac{f_e}{2}$.

L'objectif de la suite de ce TP est d'apprendre à régler les paramètres d'une acquisition numérique, notamment en vue d'en obtenir un spectre :

- la durée totale d'acquisition T_{tot} ,
- le nombre total de points échantillonnés N ,
- la période d'échantillonnage T_e (ou la fréquence d'échantillonnage f_e).

III.3 Repliement de spectre



Expérience – Repliement de spectre

☞ Observer à nouveau la tension délivrée par le GBF **sans la diode**.

☞ Sur LatisPro, choisir une fréquence d'échantillonnage de $f_e = 20$ kHz. Passer en mode acquisition permanente tout en affichant encore le spectre.

☞ Faire varier la fréquence du signal d'entrée : 5 kHz, 8 kHz, 12 kHz, 14 kHz. Pour chaque fréquence, relever dans un tableau la fréquence du GBF et la fréquence des raies observées sur LatisPro.



Présenter vos observations à l'enseignante.

Repliement de spectre

- Q10. Quel spectre attendiez-vous à obtenir ?
- Q11. À partir de quelle fréquence, la condition de Shannon n'est-elle plus respectée ? Qu'observez-vous, notamment sur le spectre ?
- Q12. Reproduire les deux spectres à 5 kHz et 14 kHz, et indiquer dessus la valeur de la fréquence de l'harmonique mesurée par Latispro, ainsi que f_e et $f_e/2$.
- Q13. Mesurer l'écart entre $f_e/2$ et la fréquence mesurée.
- Q14. Lorsque le critère de Shannon n'est pas respecté, nous observons un phénomène appelé **repliement spectral**. Expliquer cette dénomination au regard de vos observations.

III.4 Résolution spectrale



Définition – Résolution spectrale

La résolution spectrale est l'aptitude d'un système de détection à distinguer des signaux de fréquences différentes. On la note Δf , elle correspond à la plus petite différence de fréquence mesurable.



À retenir – Résolution spectrale

La résolution spectrale est d'autant meilleure que la durée d'acquisition est élevée. Pour une durée d'acquisition T_{tot} , la résolution spectrale est : $\Delta f = \frac{1}{T_{\text{tot}}}$.



Expérience – Résolution spectrale

☞ Régler le GBF pour qu'il délivre une tension sinusoïdale de fréquence $f = 1111$ Hz, d'amplitude 5 V et de valeur moyenne nulle.

Q15. Quelle inégalité doit vérifier la durée d'acquisition T_{tot} pour que la condition de Shannon soit vérifiée ? L'exprimer en fonction de N_e (nombre d'échantillons) et la fréquence f du signal.

Q16. Comment doit-être choisie T_{tot} pour avoir la meilleure résolution spectrale ?

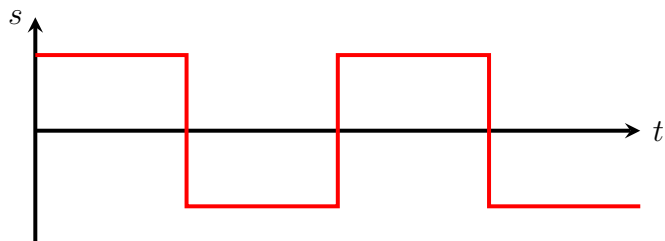
Q17. En déduire les valeurs de T_e et T_{tot} afin d'effectuer l'analyse spectrale de ce signal, avec la plus petite résolution spectrale, tout en respectant le critère de Shannon.

☞ Effectuer l'analyse spectrale.

Q18. Si avec les mêmes réglages, on observait un signal somme de deux signaux sinusoïdaux, l'un à la fréquence 1111 Hz, et l'autre à la fréquence 1111,1 Hz, combien de raies verrait-on sur le spectre fourni par LatisPro ?

III.5 Signal créneau

Soit un signal créneau de fréquence f et d'amplitude A .



Le développement en série de Fourier du signal créneau est donné par :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{(2n-1)\pi} \sin(2\pi(2n-1)ft)$$

👁 Expérience – Observation d'un signal créneau

- 🔧 Régler le GBF pour qu'il délivre une tension créneau de fréquence $f = 1$ kHz, d'amplitude 5 V et de valeur moyenne nulle.

Q19. Comment doit-être choisie la fréquence d'échantillonnage pour observer les trois premiers harmoniques ?

- 🔧 Choisir la fréquence d'échantillonnage $f_e = 20$ kHz.
- 🔧 Pour chaque harmonique, mesurer la fréquence et l'amplitude.
- 🔧 Faire de même avec $f_e = 12$ kHz.

Q20. Reproduire les spectres obtenus.

Q21. Comparer les fréquences et les amplitudes mesurées avec celles attendues (pas uniquement pour les trois premiers harmoniques). Comment expliquer les écarts observés ?

❤ Bilan du TP –

Le seul paramètre qu'on peut choisir sur les oscilloscopes est souvent la durée d'acquisition T_{tot} . Cette durée est reliée à la fréquence d'échantillonnage f_e et au nombre d'échantillons N_e par

et à la résolution spectrale Δf par :

Afin d'avoir la meilleure résolution spectrale, il faut choisir T_{tot} la plus _____, mais en l'_____ trop, la condition de Nyquist-Shannon peut ne plus être respectée pour les fréquences plus élevées du spectre.

Il faut donc faire un compromis :

- choisir T_{tot} suffisamment faible pour que la condition de Nyquist-Shannon soit vérifiée jusqu'à la fréquence f_{max} souhaitée du signal :

$T_{\text{tot}} < \rule{1.5cm}{0.4pt}$

- puis la plus _____ pour avoir la meilleure résolution spectrale.