

À rendre le jeudi 10 septembre 2026

Physique – Devoir Maison n°1

Consignes

- Indiquez les numéros des exercices et des questions et numérotez les pages.
- Toute réponse doit être justifiée.
- Les résultats doivent être encadrés.
- Les applications numériques doivent être suivies d'une unité.
- Les questions précédées de ♪ ♪ sont plus délicates ou moins « fondamentales » et peuvent être laissées de côté si vous vous sentez en difficulté.

Conseils

- Ces exercices portent sur le programme de PCSI, cherchez-les avec le cours de l'an dernier sous les yeux.
- N'hésitez pas à me poser toutes les questions que vous voulez à la fin d'un cours, par cahier-de-prepa ✉, ou par mail : nadine.valade@ac-dijon.fr.

Exercice n°1 Atome de Bohr

Données —

- Masse de l'électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg
- Charge de l'électron : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
- Perméabilité absolue du vide : $\varepsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12}$ F · m⁻¹
- Constante de Planck : $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s

On considère l'atome d'hydrogène comme formé d'un noyau ponctuel, de charge $+e$, fixe à l'origine O des coordonnées d'un référentiel galiléen et d'un électron M ponctuel, mobile, de masse m_e et de charge $-e$, en mouvement sous la seule action de l'interaction électrostatique entre les deux particules. On note $r = OM$.

A Énergie potentielle effective

- Q1. Exprimer la force exercée par le noyau sur l'électron. Faire un schéma.
- Q2. Établir l'expression de l'énergie potentielle d'interaction $\mathcal{E}_p(r)$ entre l'électron et le noyau en prenant l'origine des énergies potentielles en $r \rightarrow \infty$.
- Q3. Montrer que le moment cinétique de l'électron par rapport à O est une constante du mouvement.
- Q4. En déduire que ce mouvement est plan. Quel point particulier contient ce plan ?

Dans la suite on étudiera le mouvement dans ce plan (Oxy) et en coordonnées polaires (r, θ) .

- Q5. Exprimer la norme L_O du moment cinétique en fonction de m_e , r , $\dot{\theta}$. En déduire la loi des aires.
- Q6. Montrer l'existence d'une fonction $U(r)$ permettant d'exprimer l'énergie mécanique $\mathcal{E}$ de l'électron sous la forme $\mathcal{E} = \frac{1}{2}m_e\dot{r}^2 + U(r)$, et exprimer $U(r)$ en fonction de L_O , r , e , m_e et ε_0 . Comment s'appelle U ?
- Q7. Esquisser l'allure de la courbe représentative de $U(r)$.
Décrire les orbites observées pour $\mathcal{E}_m > 0$, $\mathcal{E}_m = 0$, $\mathcal{E}_m < 0$, et $\mathcal{E}_m = U_{\min}$ (valeur minimale de $\mathcal{E}_m$).
- Q8. ♪ ♪ À quelles conditions (sur L_O et $\mathcal{E}_m$) une orbite circulaire est-elle possible ? Exprimer le rayon r_0 de l'orbite circulaire et l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$ de l'électron décrivant une telle orbite en fonction de L_O , e , m_e et ε_0 .

B Modèle de Bohr

On étudie le mouvement circulaire de rayon a de l'électron autour du noyau.

- Q9. À l'aide du principe fondamental de la dynamique, déterminer l'expression de la vitesse v de l'électron sur son orbite circulaire en fonction de a , e , ε_0 , m_e .
- Q10. Déterminer l'énergie mécanique de l'électron sur cette trajectoire.
- Q11. Déterminer son moment cinétique en fonction de a , m_e , ε_0 et $\vec{u}_z$.

Pour expliquer les raies discrètes du rayonnement émis par une lampe à décharge, observées par Balmer en 1885, Bohr propose en 1913 un modèle dans lequel il impose au moment cinétique d'être quantifié, c'est-à-dire de ne prendre que les valeurs $L_n = n\hbar$, où n est un entier et $\hbar$ la constante de Planck réduite, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

- Q12. Montrer que le rayon et l'énergie mécanique sont aussi quantifiés : $a = n^2 a_0$ et $\mathcal{E}_n = -\frac{\mathcal{E}_0}{n^2}$ où a_0 (rayon de Bohr) et $\mathcal{E}_0$ s'expriment en fonction de constantes fondamentales.

Exercice n°2 Accordeur de guitare

On souhaite accorder une corde légèrement désaccordée : on notera f_{co} la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question. Principe de l'accordeur :

- Sélection de la corde à accorder (f_{ac} est fixée), et création d'un signal carré de référence de fréquence f_{ac} .
- Enregistrement du signal $u_e(t)$ provenant de l'excitation de la corde à accorder : signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence f_{co} . Amplification et filtrage de ce signal.
- Extraction de la fondamentale du signal : obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence. Mise en forme de ce signal : obtention d'un signal carré de fréquence f_{co} .
- On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives f_{ac} et f_{co} . Dans les accordeurs récents le traitement est numérique : les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand $f_{co} = f_{ac}$.

A Le signal

La figure 1 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique.

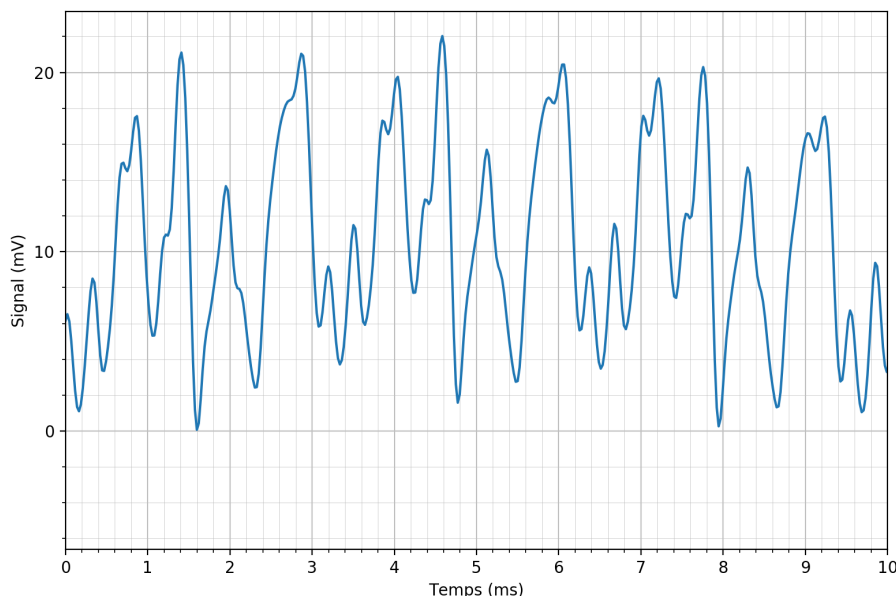


FIGURE 1 – signal de la guitare

- Q1. Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
- Q2. Estimer la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).
- Q3. L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier.

B Premier filtre

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 2 (filtre (F_a)).

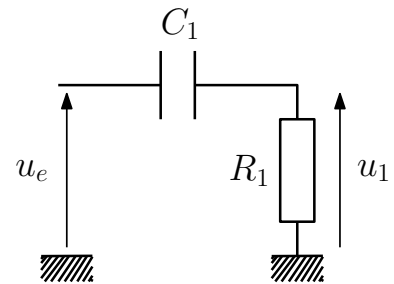


FIGURE 2 – Filtre (F_a)

- Q4. De quel type de filtre s'agit-il ?
- Q5. En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1, C_1 et de la pulsation ω du signal.
- Q6. Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.
- Q7. Tracer l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain. *La construction sera bien évidemment justifiée !*
- Q8. On a choisi $R_1 = 100\text{k}\Omega$ et $C_1 = 100\text{nF}$. Calculer la fréquence de coupure f_1 à -3 dB de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 1, quel est le rôle de ce premier filtre ?

C Deuxième filtre

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

C.1 Préambule

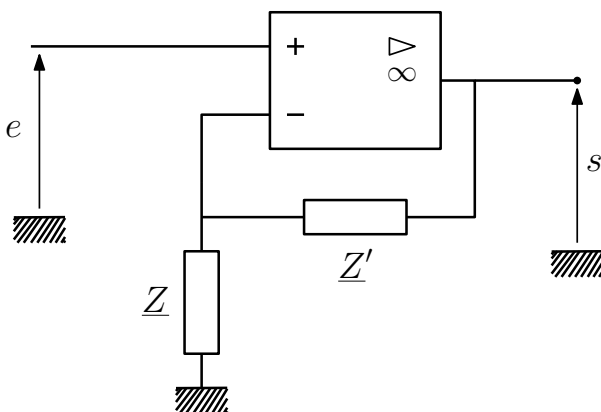


FIGURE 3 – Filtre à ALI

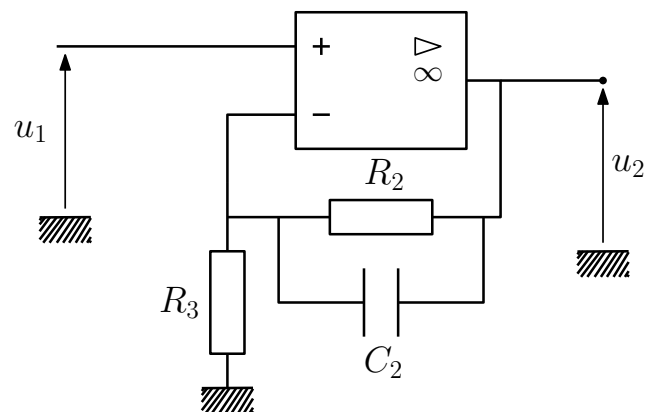


FIGURE 4 – Filtre (F_b)

- Q9. Pourquoi peut-on supposer que les ALI des deux montages figures 3 et 4 fonctionnent en régime linéaire ?
- Q10. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ du montage de la figure 3 en fonction de $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$.
- Q11. Que devient $\underline{H}$ si $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$ sont des résistances ($\underline{Z} = R, \underline{Z}' = R'$) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

C.2 Amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 2 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 4 (filtre (F_b)).

Q12. Quelle est l'impédance Z_{eq} de la branche constituée par R_2 en parallèle avec C_2 ?

Q13. Déduire de la question Q10 l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_2$ de ce filtre en fonction de R_2 , R_3 et C_2 .

Q14. Mettre $\underline{H}_2$ sous la forme

$$\underline{H}_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}}$$

et donner les expressions de G_0 et ω_2 .

Q15. Quelle est la limite de $|\underline{H}_2|$ en basse fréquence ? en haute fréquence ?

Q16. Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à ω_2 si $R_2 = 680\text{k}\Omega$, $R_3 = 6\text{k}\Omega$ et $C_2 = 470\text{pF}$ ainsi que son gain G_0 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

Q17. Que vaut l'impédance d'entrée du montage de la Figure 4 ? Quel est son intérêt ?

D Filtrage (très) sélectif

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal u_2 , dont la valeur est à priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder. Le principe du filtre (F_c) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence f_{ac} . La figure 5 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre (F_c) tracé à deux échelles différentes.

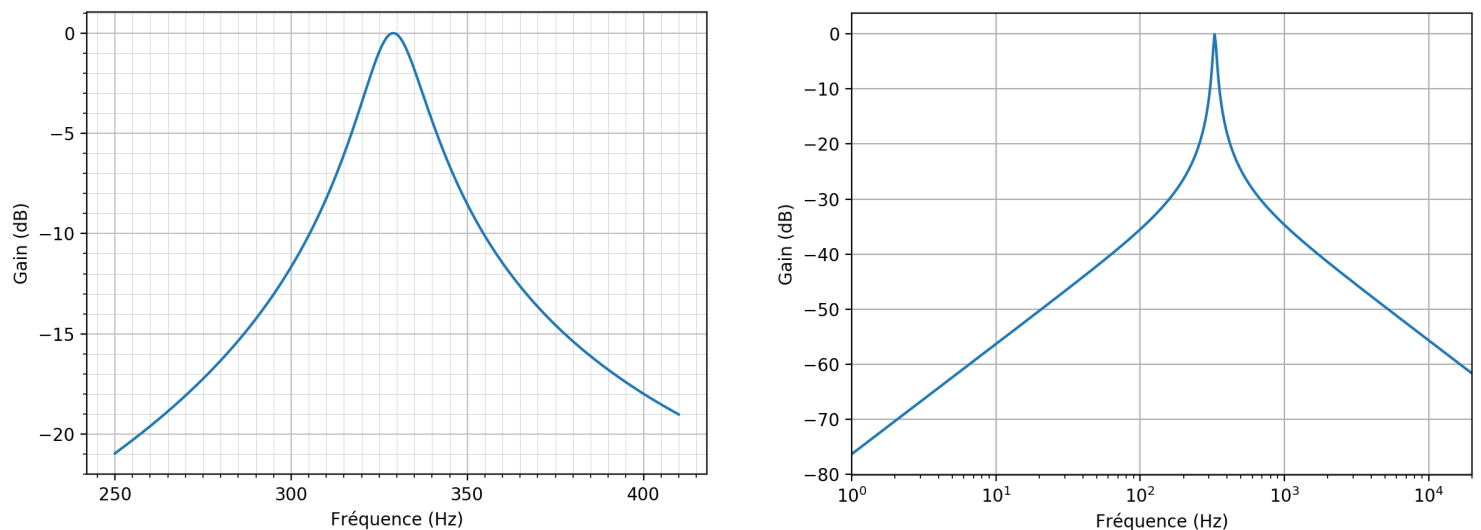


FIGURE 5 – Diagramme de Bode en gain du filtre (F_c)

Q18. Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?

Q19. Donner une estimation de sa bande-passante à -3 dB après l'avoir définie.

Q20. Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315$ Hz, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

E Analyse spectrale 🎵

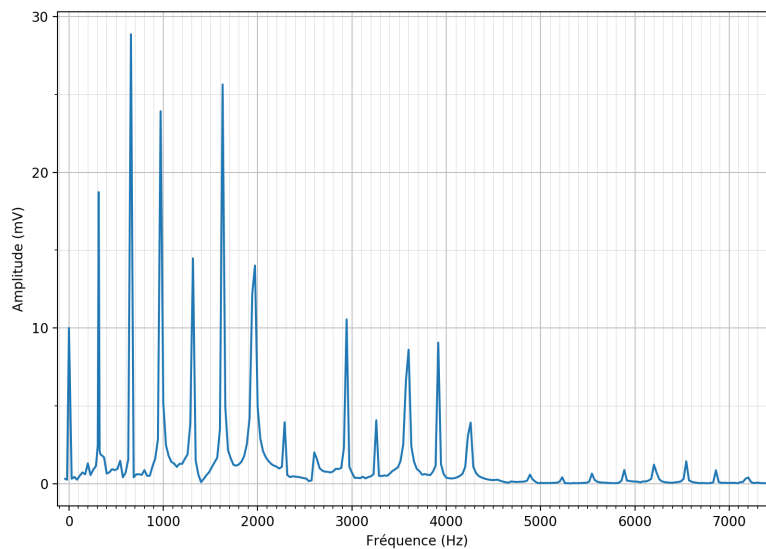


FIGURE 6 – Spectre du signal d'entrée

- Q21. Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 1.
- Q22. En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 7 correspond à la sortie du premier filtre (F_a), et lequel correspond à la sortie du filtre (F_b).
- Q23. Tracer l'allure du spectre du signal en sortie du filtre (F_c). Tracer l'allure du signal (temporel) correspondant.

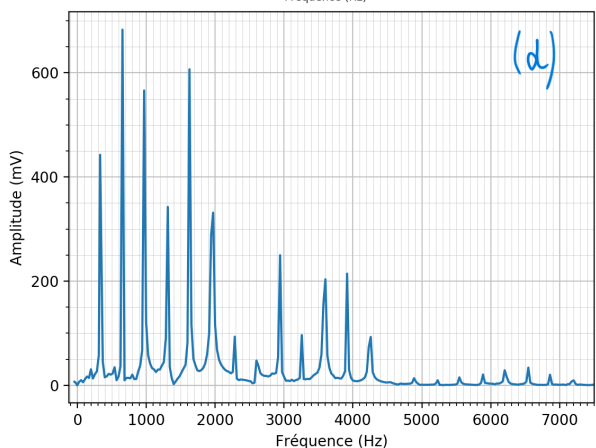
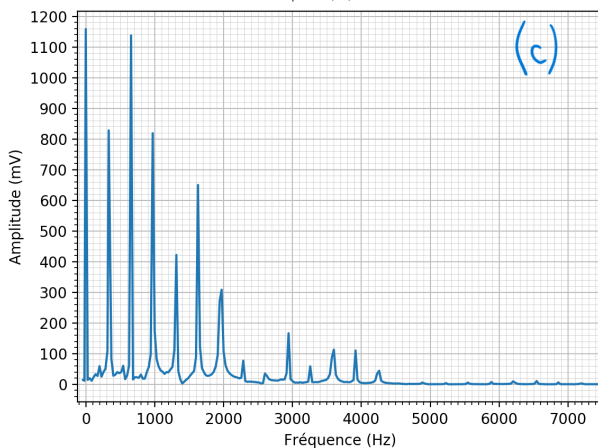
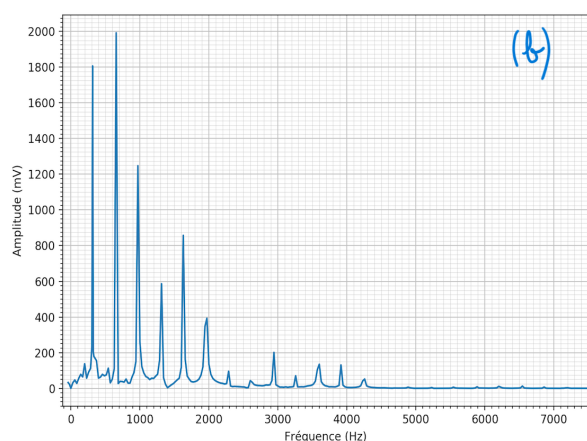
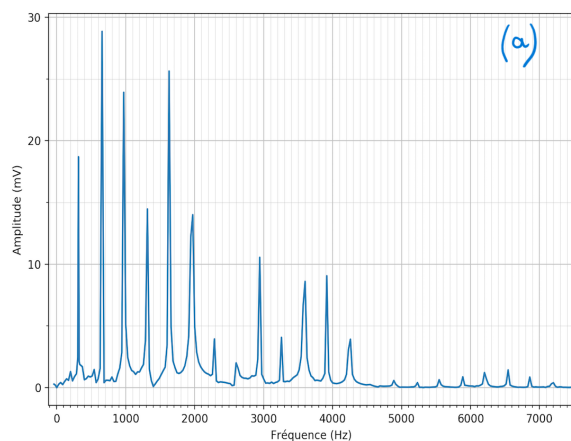


FIGURE 7 – Spectres