

? À rendre le jeudi 2 octobre 2025

Devoir Maison n°3 : Électrocinétique – Corrigé



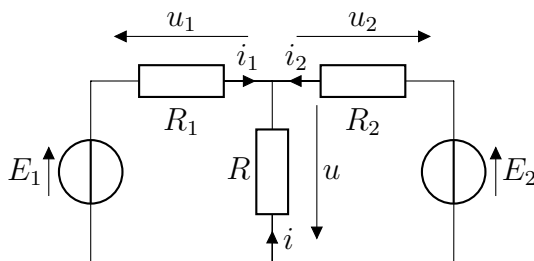
Remarque – Comment chercher un DM ?

↑ En priorité, OUVRIER SON COURS et CHERCHER DEDANS quelque chose d'IDENTIQUE.

Exercice n°1 Étude d'une ampoule

On étudie une ampoule assimilée à un conducteur ohmique $R = 6,0 \, \Omega$, sur laquelle sont branchés deux piles assimilées à des générateurs de Thévenin de forces électromotrices $E_1 = 4,0 \, \text{V}$ et $E_2 = 12 \, \text{V}$. Les résistances interne ont les valeurs $R_1 = 1,0 \, \Omega$ et $R_2 = 6,0 \, \Omega$.

R1. Recopier le circuit et y ajouter les deux intensités manquantes, et les trois tensions manquantes*.



Solution:

R2. Combien y a-t-il de grandeurs électriques inconnues† ? Combien d'équations indépendantes sont nécessaires pour résoudre ce problème ?

Solution: Il y a 6 inconnues, il faut donc 6 relations indépendantes.

R3. Écrire ces équations indépendantes les reliant.

Solution:



Remarque –

↑ Attention aux conventions récepteur/générateur, et au sens des tensions dans les lois des mailles.

1. Loi d'Ohm : $u_1 = R_1 i_1$
2. Loi d'Ohm : $u_2 = R_2 i_2$
3. Loi d'Ohm : $u = R i$
4. Loi des nœuds : $i_1 + i_2 + i = 0$
5. Loi des mailles à gauche (sens direct) : $-u + u_1 - E_1 = 0$
6. Loi des mailles à droite (sens direct) : $-u_2 + E_2 + u = 0$

R4. Résoudre ce système d'équations pour exprimer i en fonction de R_1 , R_2 , R , E_1 , E_2 †.

Faire l'application numérique.

*. ce sont des choix arbitraires, il n'y a pas de bons ou de mauvais choix pour les placer.

†. indice : c'est un nombre pair et multiple de 3 !

‡. Indications (c'est une méthode de résolution possible, il en existe une infinité d'autres!) :

Solution:

En injectant les lois d'Ohm dans les deux lois des mailles :

$$-Ri + R_1 i_1 - E_1 = 0 \quad (5') \text{ et } -R_2 i_2 + E_2 + Ri = 0 \quad (6')$$

On peut isoler de (6') : $i_2 = \frac{R}{R_2} i + \frac{E_2}{R_2}$ (7)

On peut isoler de (5') : $i_1 = \frac{E_1}{R_1} + \frac{R}{R_1} i$ (8)

En injectant (7) et (8) dans la loi des nœuds :

$$\begin{aligned} \frac{R}{R_2} i + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_1}{R_1} + \frac{R}{R_1} i + i &= 0 \\ i \left(1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} \right) &= -\frac{E_2}{R_2} - \frac{E_1}{R_1} \\ i(R_1 R_2 + R R_2 + R R_1) &= -R_1 E_2 - R_2 E_1 \end{aligned}$$

Soit $i = -\frac{R_1 E_2 + R_2 E_1}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1}$ A.N. : $i = -0,75 \text{ A}$

Remarque –

Une intensité peut être négative, ce n'est pas un problème / une erreur. Son signe dépend du choix ARBITRAIRE de son orientation.

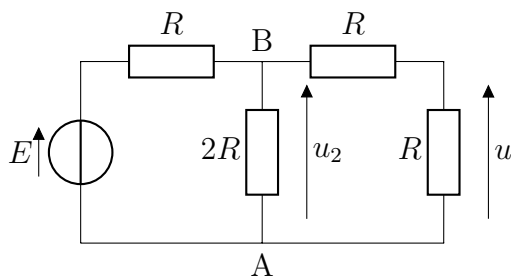
Exercice n°2 Résistances en cascade

Vous traiterez au choix l'un des deux exercices ci-dessous.

Remarque –

Exercice IDENTIQUE à l'activité n°17 du cours. Il aurait absolument fallu réfléchir à ces exercices AVEC LE COURS OUVERT sur cette activité, et s'en inspirer très fortement. Cela aurait évité les horreurs et autres formules inventées.

Exercice n°2.1 Niveau 🎵



On étudie le circuit ci-contre.

R1. Peut-on appliquer directement la relation du pont diviseur de tension pour exprimer u_2 en fonction de E ? Pourquoi ?

Solution: La résistance R et R de gauche ne sont pas en série à cause du nœud et de la branche de droite. On ne peut pas appliquer directement la relation pour exprimer u_2 en fonction de E .

R2. Exprimer (sans calcul) la relation entre u et u_2 .

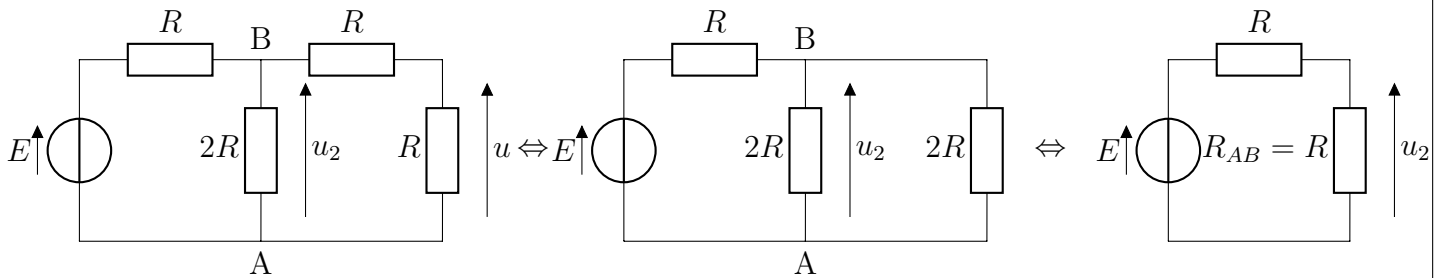
- injecter les lois d'Ohm dans les lois des mailles, pour ensuite isoler i_1 et i_2 de ces deux relations.
- injecter dans la loi des nœuds et conclure.

Solution: Dans la branche de droite, les deux résistances sont en série, donc nous pouvons appliquer la relation du pont diviseur de tension : $u = \frac{R}{R+R}u_2$, donc $\boxed{u = \frac{u_2}{2}}$

R3. Exprimer la résistance équivalente R_{AB} entre A et B. Reproduire le circuit ainsi simplifié (avec E , R et R_{AB} uniquement).

Solution:

⚠ Remarque –
↑ Représenter les circuits intermédiaires.



⚠ Remarque – ATTENTION
↑ Lors de la première association, de R et R à droite en série, la tension u disparaît !

À droite : R et R sont en série, en parallèle de $2R$.

La résistance équivalente est donc : $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{R}$, donc $\boxed{R_{AB} = R}$.

R4. En déduire u_2 en fonction de E .

Solution: D'après la relation du pont diviseur de tension : $\boxed{u_2 = \frac{E}{2}}$

R5. En déduire l'expression de u en fonction de E .

Solution: En combinant les réponses précédentes : $\boxed{u = \frac{E}{4}}$

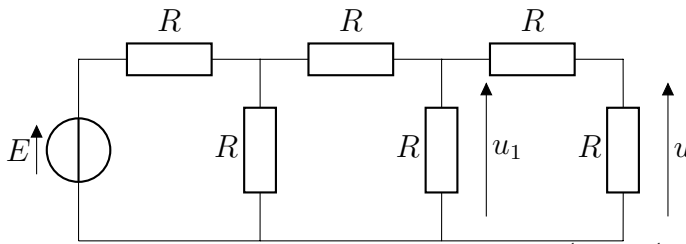
Exercice n°2.2 Niveau 🎵 🎵

Dans ce circuit, toutes les résistances sont identiques de valeur R . Exprimer u en fonction de E et R

Solution:

⚠ Remarque –
↑ Il faut bien poser les choses successivement, comme dans l'exercice précédent, mais une fois de plus.
ATTENTION à la disparition des tensions lors des associations séries.

Il faut utiliser le pont diviseur de tension et associer les résistances, trois fois de suite.



D'après la relation du pont diviseur de tension : $u = \frac{R}{R+R}u_1 = \frac{u_1}{2}$

On associe les trois résistances à droite : $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R+R}$, soit

$$R_1 = \frac{2R}{3}$$

Puis, d'après la relation du pont diviseur de tension :

$$u_1 = \frac{\frac{2R}{3}}{R + \frac{2R}{3}}u_2 = \frac{2u_2}{5}$$

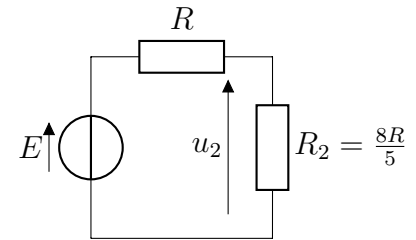
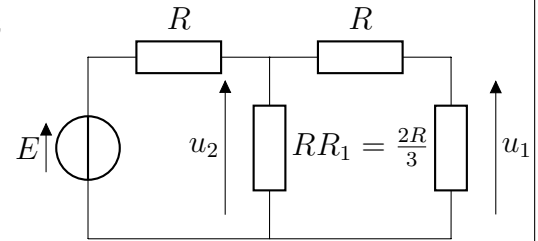
On associe les trois résistances de droite : $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{2R}{3} + R} = \frac{8}{5R}$,

$$\text{soit } R_2 = \frac{5R}{8}.$$

Puis, d'après la relation du pont diviseur de tension :

$$u_2 = \frac{\frac{5R}{8}}{\frac{5R}{8} + R}E = \frac{5E}{13}$$

En combinant les trois relations établies successivement : $u = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{13}E$, soit $u = \frac{E}{13}$



Exercice n°3 Étude d'un circuit RC

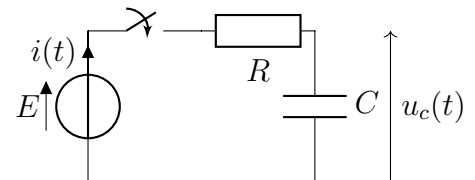
Vous traiterez au choix l'un des deux exercices ci-dessous.

Exercice n°3.1 Circuit RC partiellement chargé 🎵

On étudie la charge d'un condensateur de capacité C à travers une résistance R par un générateur idéal de fem E .

Le condensateur est déjà partiellement chargé (pour $t < 0$) sous une tension U_0 , avec $0 < U_0 < E$.

À $t = 0$, on ferme l'interrupteur, et le générateur débite alors dans l'ensemble série $\{R - C\}$.



R1. Déterminer $u_c(0^+)$, juste après la fermeture de l'interrupteur.

Solution:



Remarque –

Toute condition initiale établie/justifiée sans faire appel à la non discontinuité des deux grandeurs, est nécessairement fausse.

Pour $t < 0$, le condensateur est chargé avec $u_c(0^-) = U_0$.

De plus, la tension aux bornes du condensateur ne peut pas subir de discontinuité, donc $u_c(0^+) = u_c(0^-)$

Ainsi $u_c(0^+) = U_0$

R2. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_c . Identifier τ . Quel est son nom ? son unité ?

Solution:



Remarque –

Le circuit est étudié pour $t > 0$, l'interrupteur est FERMÉ : il doit donc être FERMÉ sur votre schéma.

Loi d'Ohm : $u_R = Ri$

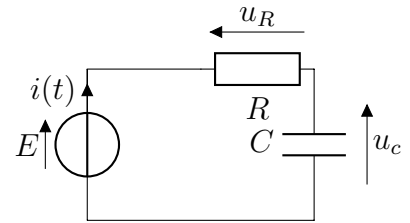
Loi du condensateur : $i = C \frac{du_c}{dt}$

Loi des mailles : $u_c + u_R = E$

On en déduit : $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$, soit $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC}$

De la forme de : $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{u_c(\infty)}{\tau}$

On identifie la constante de temps caractéristique $\tau = RC$, qui s'exprime en seconde (s), et $u_c(\infty) = E$.



R3. Déterminer complètement, en tenant compte de la condition initiale, l'expression de $u_c(t)$.

Solution:



Remarque –

Bien poser les choses, bien appliquer la méthode du cours sans vouloir aller trop vite !

La solution générale s'écrit $u_c(t) = u_{cH}(t) + u_{cP}$, avec :

$u_{cH} = K e^{-\frac{t}{\tau}}$ la solution générale de l'équation homogène

On recherche u_{cP} sous la forme d'une constante : $0 + \frac{u_{cP}}{\tau} = \frac{E}{\tau}$, soit $u_{cP} = E$

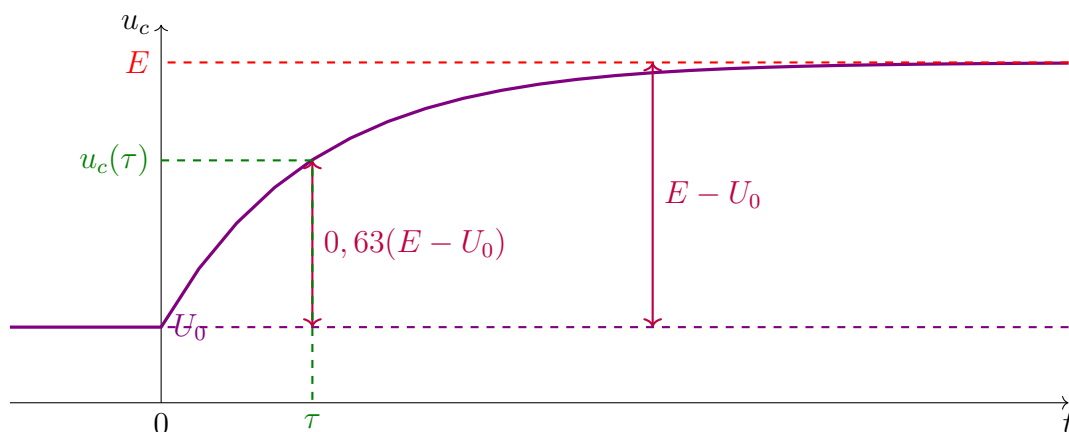
Ainsi les solutions générales sont $u_c(t) = K e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

Enfin, $u_c(0^+) \underset{SG}{=} K + E \underset{CI}{=} U_0$, soit $K = U_0 - E$

Enfin $u_c(t) = (U_0 - E) e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

R4. Représenter l'allure de la courbe de $u_c(t)$. On indiquera clairement U_0 et E sur la courbe.

Solution:



R5. Exprimer $u_c(\tau)$ en fonction de U_0 et de $(E - U_0)$, sous la forme : $u_c(\tau) = a \times U_0 + b \times (E - U_0)$, où a et b sont deux valeurs à déterminer.

On donne $e^{-1} \approx 0,37$.

Solution:

$$\begin{aligned} u_c(\tau) &= (U_0 - E)e^{-1} + E \\ &\approx 0,37(U_0 - E) + E \\ &\approx 0,37U_0 + 0,63E \\ &\approx (1 - 0,63)U_0 + 0,63E \end{aligned}$$

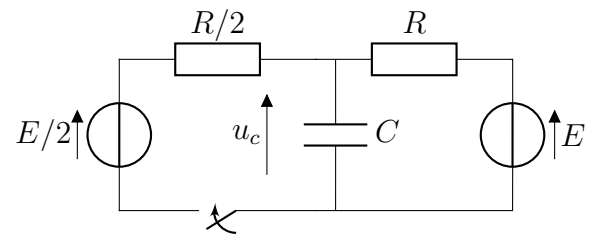
Soit $u_c(\tau) = U_0 + 0,63(E - U_0)$

R6. Exploiter cette relation pour faire apparaître τ sur l'allure de u_c précédente.

Solution: Cf ci-dessus : À l'instant τ , la tension $u_c(\tau)$ vaut sa valeur initiale U_0 plus 63% de l'écart entre la valeur initiale et la valeur finale.

Exercice n°3.2 Deux générateurs 🎵 🎵

Dans le montage ci-contre, l'interrupteur est ouvert depuis très longtemps. On le ferme à l'instant $t = 0$.

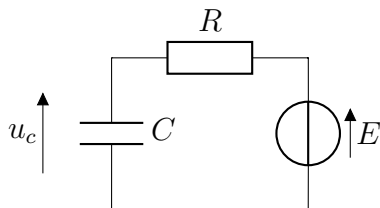


R1. Déterminer pour $t < 0$, la tension u_c en régime permanent.

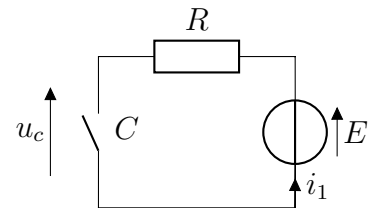
En déduire, en justifiant proprement, $u_c(0^+)$, juste après la fermeture de l'interrupteur.

Solution:

Pour $t < 0$, le circuit ne contient pas la maille de gauche (aucun courant n'y circule) :



En régime permanent le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert :



On en déduit $i_1(t < 0) = 0$, soit d'après la loi d'Ohm et la loi des mailles : $u_c(t < 0) = E$

La tension aux bornes du condensateur ne peut pas subir de discontinuité, donc $u_c(0^+) = u_c(0^-) = E$

R2. 🎵 🎵 🎵 Établir l'équation différentielle vérifiée par u_c et l'écrire sous la forme :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{u_c(\infty)}{\tau}$$

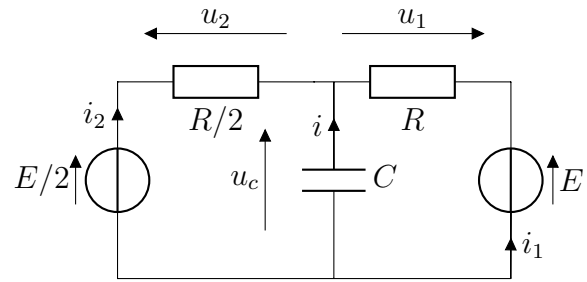
Identifier τ et $u_c(\infty)$.

Solution:

⚠ Remarque —

Bien suivre à la lettre la méthode du cours : lister les inconnues, les équations en nombres suffisants, avant de les mélanger.

1. Loi d'Ohm : $u_1 = Ri_1$
2. Loi d'Ohm : $u_2 = \frac{R}{2}i_2$
3. Loi du condensateur : $i = -C \frac{du_c}{dt}$
4. Loi des nœuds : $i + i_1 + i_2 = 0$
5. Loi des mailles à gauche : $\frac{E}{2} - u_2 - u_c = 0$
6. Loi des mailles à droite : $E - u_1 - u_c = 0$
- (1) dans (6) : $E = Ri_1 + u_c$, donc $i_1 = \frac{E}{R} - \frac{u_c}{R}$ (7)
- (2) dans (5) : $\frac{E}{2} = \frac{R}{2}i_2 + u_c$, donc $i_2 = \frac{E}{R} - \frac{2u_c}{R}$ (8)
- (7), (8) et (3) dans (4) :



$$\begin{aligned}
 -C \frac{du_c}{dt} + \frac{E}{R} - \frac{u_c}{R} + \frac{E}{R} - \frac{2u_c}{R} &= 0 \\
 C \frac{du_c}{dt} + \frac{3u_c}{R} &= \frac{2E}{R} \\
 \frac{du_c}{dt} + \frac{3}{RC}u_c &= \frac{2E}{RC}
 \end{aligned}$$

Par identification : $\tau = \frac{RC}{3}$

et $\frac{2E}{RC} = \frac{u_c(\infty)}{\frac{RC}{3}}$, soit $u_c(\infty) = \frac{2E}{3}$

R3. Résoudre cette équation différentielle, compte-tenu de la condition initiale.

Solution:



Remarque –

Ne pas aller trop vite pour la constante d'intégration !

Solution générale : $u_c(t) = u_{cH}(t) + u_{cP}$, avec :

— la solution générale de l'équation homogène $u_{cH}(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$

— Une solution particulière u_{cP} recherchée sous la forme d'une constante : $0 + \frac{u_{cP}}{\tau} = \frac{u_c(\infty)}{\tau}$

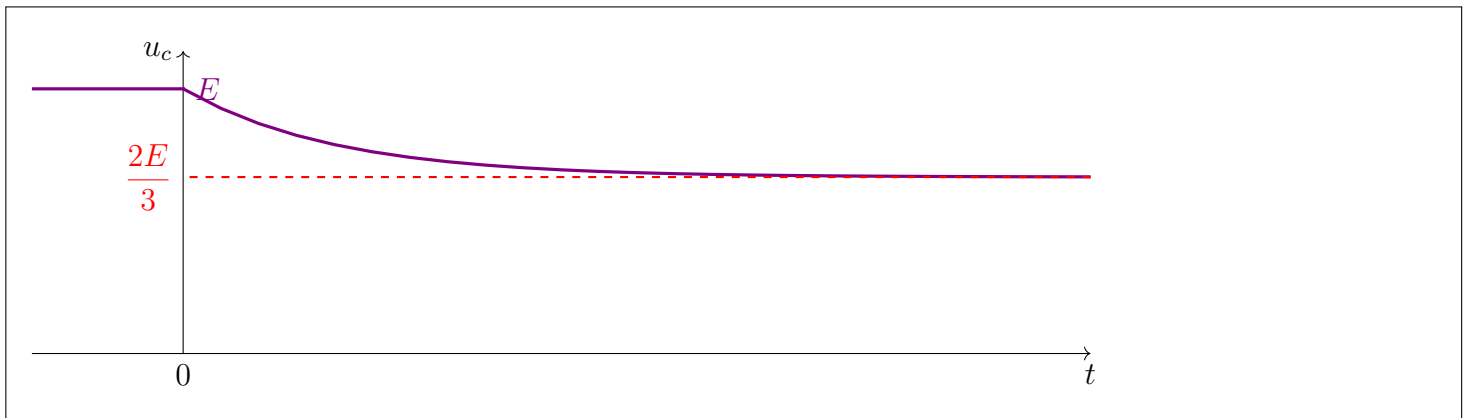
Ainsi : $u_c(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + u_c(\infty)$, avec K une constante d'intégration

Or $u_c(0^+) \underset{SG}{=} K + \frac{2E}{3} \underset{CI}{=} E$, soit $K = \frac{E}{3}$

Solution du problème : $u_c(t) = \frac{E}{3}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2E}{3}$

R4. Représenter la courbe de la solution.

Solution:



R5. Déterminer le temps t_1 nécessaire pour que la valeur finale soit atteinte à 1% près.

Solution:

 **Remarque** —

u_c diminue, donc quand elle atteint la valeur finale à 1% près, elle est supérieure à $u_c(\infty)$, donc $u_c(t_1) = u_c(\infty) + 0,01u_c(\infty)$: s'appuyer sur le graphe précédent pour « voir les choses ».

t_1 est l'instant tel que

$$\begin{aligned} u_c(t_1) &= u_c(\infty) + 0,01 \times u_c(\infty) \\ \frac{E}{3}e^{-\frac{t_1}{\tau}} + \frac{2E}{3} &= 1,01 \times \frac{2E}{3} \\ \frac{E}{3}e^{-\frac{t_1}{\tau}} &= 0,01 \times \frac{2E}{3} \\ e^{-\frac{t_1}{\tau}} &= 0,02 \\ t_1 &= -\tau \ln(0,02) \end{aligned}$$

$$t_1 = -\tau \ln(0,02) = 3,9\tau$$

Autre façon de voir la définition de t_1 : $u_c(t_1) - u_c(\infty) = 0,01u_c(\infty)$, soit $\frac{E}{3}e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 0,01 \times \frac{2E}{3}$