

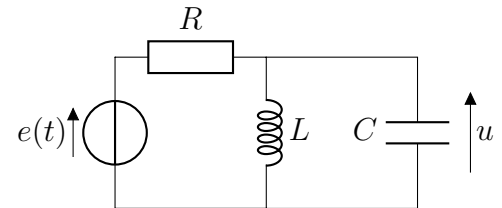
? Pour jeudi 27 novembre 2025
Devoir Maison n°7 – Corrigé

I Reprise du DS n°4

II Exercice du DM : Étude d'un circuit résonant

On étudie le circuit ci-contre alimenté en régime sinusoïdal par un générateur de fem $e(t) = E_m \cos(\omega t)$.

On étudie la tension aux bornes de l'association parallèle du condensateur et de la bobine.



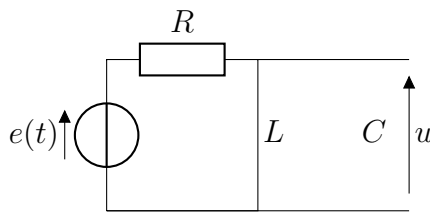
R1. Sous quelle forme s'écrit $u(t)$?

Solution: u est sinusoïdal à la même pulsation ω : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

R2. Déterminer, sans calculs, la valeur de u à basse et haute fréquences. Une justification précise est attendue.

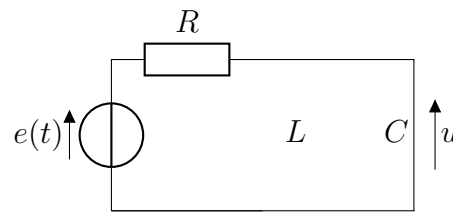
Solution:

À basse fréquence



$u = 0$

À haute fréquence



$u = 0$

R3. Donner la représentation complexe de e et u . Définir l'amplitude complexe $\underline{U}_m$ de $\underline{u}$.

Solution: $e(t) = E_m \cos(\omega t) \rightarrow \underline{e} = E_m e^{j\omega t}$

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{u} = U_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{U}_m e^{j\omega t}$

R4. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U}_m$ et l'écrire sous la forme :

$$\underline{U}_m = \frac{E_m}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Identifier les expressions de ω_0 et Q en fonction de R , L et C .

Solution: Le condensateur et le bobine sont en parallèle, $\underline{Y}_{\text{eq}} = \frac{1}{Lj\omega} + Cj\omega$.

Pont diviseur de tension :

$$\begin{aligned} \underline{u} &= \frac{\underline{Z}_{\text{eq}}}{R + \underline{Z}_{\text{eq}}} \underline{e} \\ \underline{U}_m e^{j\omega t} &= \frac{1}{1 + R \underline{Y}_{\text{eq}}} E_m e^{j\omega t} \\ \underline{U}_m &= \frac{1}{1 + R \left(\frac{1}{Lj\omega} + Cj\omega \right)} E_m \\ \underline{U}_m &= \frac{1}{1 + R \left(\frac{1}{Lj\omega} + Cj\omega \right)} E_m \\ \underline{U}_m &= \frac{1}{1 + Rj \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)} E_m \\ \text{De la forme de : } \underline{U}_m &= \frac{E_m}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \end{aligned}$$



Remarque –

Attention à l'identification. Vous inspirer de la partie du cours sur la résonance en intensité dans le RLC série, c'est exactement la même idée !

Par identification : $RC = \frac{Q}{\omega_0}$ (1) et $\frac{R}{L} = Q\omega_0$ (2)

$$(1) \times (2) : R^2 \frac{C}{L} = Q^2, \text{ soit } \boxed{Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

$$\frac{(2)}{(1)} : \frac{1}{LC} = \omega_0^2, \text{ soit } \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

R5. Exprimer l'amplitude U_m de $u(t)$.

Solution: Amplitude :
$$U_m = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

R6. Justifier que u présente une résonance pour une pulsation que l'on établira en fonction de ω_0 . Y a-t-il une condition sur le facteur de qualité pour son existence ?

Solution:



Remarque –

! Rédaction à travailler AVEC LE COURS!!!

Le numérateur est indépendant de ω , donc U_m est maximal quand le dénominateur est minimal $\omega \mapsto 1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2$, soit quand $\omega \mapsto \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2$ est minimal

Or $\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \geq 0$ et peut s'annuler.

Ainsi U_m présente une résonance en $\omega = \omega_0$, quelque soit la valeur de Q .

R7. Définir les pulsations de coupure et la bande passante.

Solution:



Remarque – Lecture de l'énoncé

La question était bien de **définir**, à distinguer de « établir les expressions des pulsations de coupure ».



Remarque –

Une définition doit être précise : cf le cours ! Aucune excuse en DM pour écrire n'importe quoi, confondre la bande passante et sa largeur, ω dans la bande passante et ω_c ...

La pulsation de coupure ω_c est définie par $U_m(\omega_c) = \frac{U_{m,\max}}{\sqrt{2}}$

La bande passante est l'intervalle de pulsations dans lequel $U_m(\omega) > \frac{U_{m,\max}}{\sqrt{2}}$



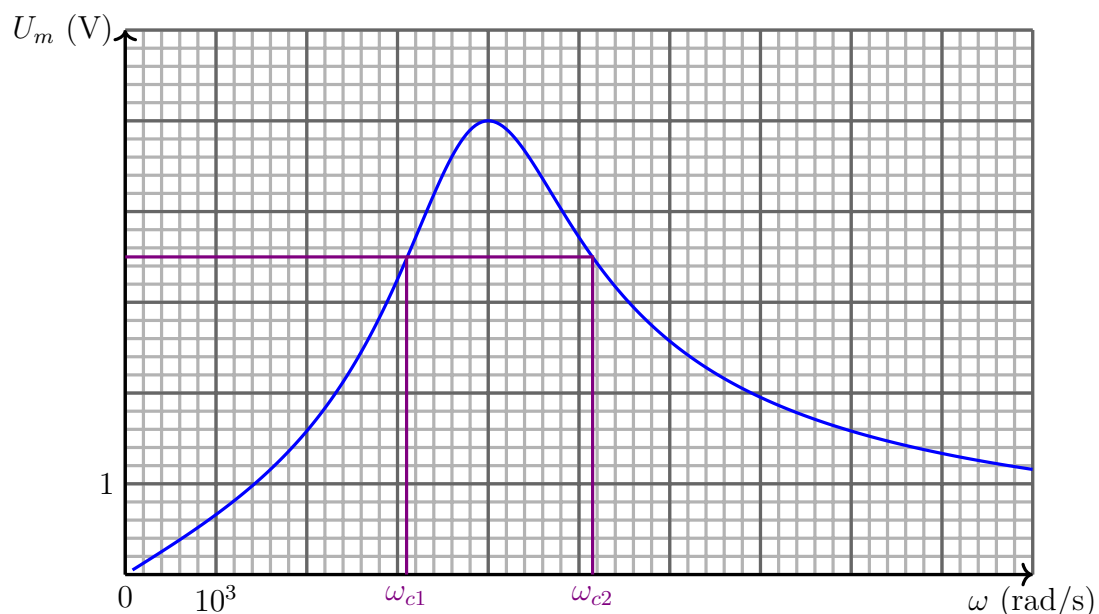
Remarque –

Distinguez « bande passante » et « largeur de la bande passante ».

R8. Rappeler la relation entre la largeur de la bande passante, la pulsation propre et le facteur de qualité.

Solution: L'expression de la largeur de la bande passante est : $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$

R9. Exploiter le graphique ci-dessous pour déterminer les valeurs de ω_0 et Q .



Solution:



Remarque –

⌋ Rédigez ! Vous devez justifier votre réponse en détaillant votre raisonnement.



Remarque –

⌋ L'échelle était linéaire et non logarithmique. Bien distinguer les 2 !

À la résonance : $\omega_0 = 4.10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

On lit $U_{m,\max} = 5 \text{ V}$, soit $U_m(\omega_c) = \frac{U_{m,\max}}{\sqrt{2}} = 3,5 \text{ V}$

$\omega_{c1} = 3,1.10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\omega_{c2} = 5,1.10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Ainsi $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = 2$