

? À rendre jeudi 26 mars 2026

Devoir Maison n°15 — Mouvement à force centrale — Corrigé

Exercice n°1 Satellites GPS (D'après Concours E3A PC 2020)

R1. **Rappeler** l'expression de la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par la Terre sur un satellite NAVSTAR. Le centre de la Terre est situé en O . On notera r la distance OM du satellite (masse ponctuelle m) placé au point M , $r > R_T$ où R_T est le rayon terrestre. On exprimera $\vec{F}$ en fonction de la constante de gravitation universelle G , des autres données et on utilisera le vecteur unitaire noté habituellement $\vec{u}_r$ en coordonnées sphériques (figure 1).

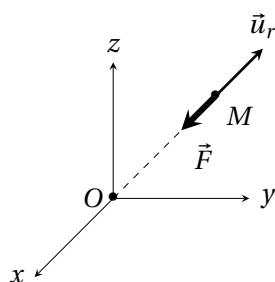


FIGURE 1 – Repère sphérique

Solution:

Système : Satellite NAVSTAR assimilé à un point matériel M de masse m

Référentiel : référentiel géocentrique, supposé galiléen

Bilan des forces :

Force de gravitation exercée par la Terre sur le satellite NAVSTAR : $\vec{F} = -G \frac{mM_T}{r^2} \vec{u}_r$

R2. En ne prenant en compte que cette unique force d'attraction qui s'exerce sur le satellite, **montrer que** :
(a) le moment cinétique se conserve ;

Solution:

On applique la loi du moment cinétique à M par rapport au centre de la Terre, O , dans le référentiel géocentrique galiléen : $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F})$

Or $\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$, car $\vec{F}$ est colinéaire à $\vec{OM}$ (c'est une force centrale).

Ainsi, le moment cinétique $\vec{L}_O$ est constant

(b) sa trajectoire est plane ;

Solution:



Remarque —

Revoir la justification rigoureuse.

Le moment cinétique est défini par : $\vec{L}_O = \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M)$ est orthogonal à chaque instant au vecteur position et au vecteur vitesse. Autrement dit, $\vec{OM}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux à chaque instant au vecteur $\vec{L}_O$ constant. Ces deux vecteurs sont donc contenus à chaque instant dans le plan perpendiculaire à $\vec{L}_O$, le mouvement a lieu dans le plan contenant O et perpendiculaire à $\vec{L}_O$.

- (c) la grandeur $r^2\dot{\theta}$ se conserve au cours du mouvement ; comment s'appelle cette grandeur ? à quelle loi de Kepler est-elle reliée ?

Solution:



Remarque –

Il était bien demander d'ÉTABLIR que la grandeur $r^2\dot{\theta}$ se conserve.

Le mouvement étant plan, on peut utiliser les coordonnées polaires dans le plan du mouvement. Le moment cinétique s'exprime alors :

$$\begin{aligned}\vec{L}_O(M) &= \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M) \\ &= r\vec{u}_r \wedge m(\dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta) \\ &= mr^2\dot{\theta}\vec{u}_z\end{aligned}$$

La masse m est une constante, de même que le vecteur $\vec{u}_z$.

La conservation du moment cinétique impose la conservation du produit $r^2 \times \dot{\theta}$, constante qui s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

On appelle cette constante, la **constante des aires**, que l'on note $\mathcal{C}$.

La conservation de $r^2\dot{\theta}$ est équivalente à la deuxième loi de Kepler : la loi des aires.

- (d) son énergie mécanique notée E_m est conservée ;

Solution:

La force de gravitation est une force conservative qui dérive de l'énergie potentielle $E_p = -\frac{GmM_T}{r}$.

Le satellite est donc soumis à une unique force conservative, donc l'énergie mécanique se conserve

- (e) et qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$E_m = \frac{m}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{A}{r} + \frac{B}{r^2}$$

avec A et B deux constantes positives à définir, s'exprimant en fonction de m , M_T , G et de la constante des aires C . L'énergie potentielle est prise nulle à l'infini.

Solution: Énergie mécanique :

$$\begin{aligned} E_m &= E_c + E_p \\ &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_T}{r} \\ &= \frac{1}{2}m\|\dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta\|^2 - \frac{GmM_T}{r} \\ &= \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - \frac{GmM_T}{r} \\ &= \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\left(\frac{C}{r^2}\right)^2 - \frac{GmM_T}{r} \\ &= \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - \frac{GmM_T}{r} \\ &= \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{B}{r^2} - \frac{A}{r} \end{aligned}$$

L'énergie mécanique s'écrit : $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - \frac{GmM_T}{r}$, qui se met bien sous la forme fournie, en identifiant $B = \frac{mC^2}{2}$ et $A = GmM_T$

- R3. Soit la fonction $E_{p,\text{eff}} = -\frac{A}{r} + \frac{B}{r^2}$. Tracer son allure puis **prouver** qu'elle passe par un minimum noté r_0 . **Exprimer** r_0 en fonction de A et B puis donner sa signification physique ainsi que l'ordre de grandeur de sa valeur numérique pour un **satellite NAVSTAR placé sur son orbite de travail**. Comment est habituellement dénommée cette fonction $E_{p,\text{eff}}$?

Solution:

$E_{p,\text{eff}}$ s'appelle l' énergie potentielle effective

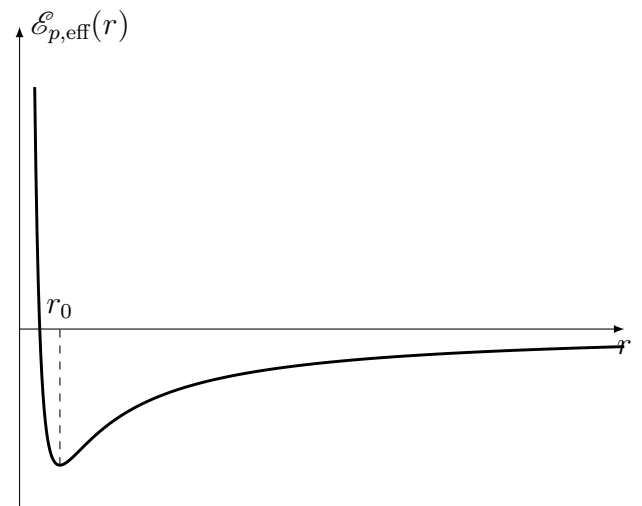
$$\lim_{r \rightarrow 0} E_{p,\text{eff}} = +\infty$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} E_{p,\text{eff}} = 0$$

$$\frac{dE_{p,\text{eff}}}{dr} = \frac{A}{r^2} - \frac{2B}{r^3}$$

$E_{p,\text{eff}}$ présente un minimum en r_0 tel que $\frac{A}{r_0^2} = \frac{2B}{r_0^3}$,

soit $r_0 = \frac{2B}{A} = \frac{C^2}{GM_T}$



Si $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_{p,\text{eff}}(r_0)$, r_0 est la seule distance qui vérifie $\mathcal{E}_m \geq \mathcal{E}_{p,\text{eff}}(r)$, donc r_0 est le rayon de la trajectoire circulaire pour le jeu de condition initiale (position et vitesse) tel que la constante des aires vaut C .

D'après le début de l'énoncé, le système GPS se trouve à l'altitude $h_0 = 20.10^3$ km, donc $r_0 = R_T + h_0 = 26,4$

On donne la définition d'un jour sidéral terrestre : c'est la durée que met la Terre pour faire un tour sur elle-même par rapport au point vernal (point considéré comme fixe dans le référentiel héliocentrique), indépendamment de sa révolution autour du Soleil. Elle vaut environ 23 h 56 min 4 s.

- R4. **Établir** l'expression de la norme du vecteur vitesse v_0 sur le mouvement circulaire de rayon r_0 . **En déduire** la troisième loi de Kepler.

Solution:

 Remarque –

Pour pouvoir écrire $\vec{a} = -\frac{v_0^2}{r_0}\vec{u}_r$ il faut avoir justifié avant que le mouvement était uniforme.

On étudie la trajectoire circulaire de rayon r_0 . Le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = -\frac{v_0^2}{r_0}\vec{u}_r + r_0\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$

On peut également utiliser la loi des aires pour justifier que $\ddot{\theta} = 0$ et que le mouvement est donc nécessairement uniforme.

On applique le PFD au satellite dans le référentiel géocentrique galiléen :

$$\begin{aligned} m\vec{a} &= \vec{F} \\ m\left(-\frac{v_0^2}{r_0}\vec{u}_r + r_0\ddot{\theta}\vec{u}_\theta\right) &= -\frac{GmM_T}{r_0^2}\vec{u}_r \\ -m\frac{v_0^2}{r_0} &= -\frac{GmM_T}{r_0^2} \\ v_0^2 &= \frac{GM_T}{r_0} \end{aligned}$$

Soit $v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0}}$

Le mouvement est uniforme, donc la période du mouvement s'écrit :

 Remarque –

Ne pas oublier de préciser que le mouvement uniforme, ce qui permet d'écrire la durée comme la distance parcourue sur la vitesse.

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi r_0}{v_0} \\ T &= 2\pi r_0 \sqrt{\frac{r_0}{GM_T}} \\ T &= 2\pi \frac{r_0^{3/2}}{\sqrt{GM_T}} \\ T_0^2 &= \frac{4\pi^2 r_0^3}{GM_T} \end{aligned}$$

On retrouve la 3^e loi de Kepler : $\frac{T^2}{r_0^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

R5. Quelle est la période de révolution du satellite ? Comparer cette valeur à celle d'un jour sidéral et conclure.

Solution:

D'après la troisième loi de Kepler, la période de révolution du satellite vaut

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{GM_T}} = 4,26 \cdot 10^4 \text{ s} = 11 \text{ h } 50 \text{ min } 19 \text{ s.}$$

Le satellite fait donc un peu plus de deux fois le tour de la Terre en un jour sidéral.

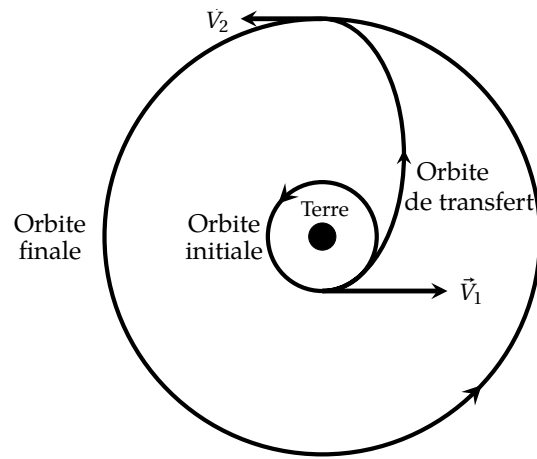


FIGURE 2 – Orbites circulaires et orbite de transfert

Le placement d'un satellite sur son orbite définitive s'effectue très schématiquement en trois phases (figure 2) :

Phase 1 : mise en orbite basse initiale supposée circulaire, de rayon $R_1 = R_T + h_1$, où $h_1 = 1,50 \times 10^3$ km.

Phase 2 : on fournit une très brève impulsion au satellite (vitesse V_1 après l'impulsion) pour le placer sur une orbite elliptique dite transfert (ou d'Hohmann) dont l'apogée se trouve sur l'orbite définitive.

Phase 3 : une seconde impulsion permet d'**atteindre l'orbite finale (de travail)** supposée circulaire de rayon R_2 où la vitesse du satellite est V_2 .

R6. **Établir** l'expression de l'énergie mécanique E_{m1} d'un satellite NAVSTAR de masse $m = 800$ kg sur son orbite basse à l'altitude $h_1 = 1,50 \times 10^3$ km. On suppose l'énergie potentielle nulle à l'infini. Application numérique.

Solution: Sur l'orbite circulaire de rayon $R_1 = R_T + h_1$, la vitesse vaut $v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h_1}}$

Ainsi l'énergie mécanique s'écrit :

$$\begin{aligned} E_{m1} &= \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_T}{R_T + h_1} \\ &= \frac{1}{2}m \frac{GM_T}{R_T + h_1} - \frac{GM_T}{R_T + h_1} \\ &= -\frac{GmM_T}{2(R_T + h_1)} \end{aligned}$$

Un satellite en mouvement circulaire de rayon $R_1 = R_T + h_1$ est d'énergie mécanique :

$$E_{m1} = -\frac{GmM_T}{2(R_T + h_1)} = -2,03 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

R7. Comparer E_{m1} à $E_{m0} = \alpha \cos^2(\lambda) - \beta$, énergie mécanique du satellite posé au sol, avant son décollage, de la base de lancement située à la latitude λ . Les valeurs de α et β sont $\alpha = 8,6 \times 10^7$ J et $\beta = 5,006 \times 10^{10}$ J. Quelle est la valeur optimale pour λ ? Faire l'**application numérique** pour cette valeur optimale. Conclure.

Solution: La valeur optimale est $\lambda = 0$ afin que le satellite au sol ait le maximum d'énergie mécanique, ce qui permet de minimiser l'énergie à fournir pour mettre le satellite en orbite. On a alors $E_{m0} = -5,00 \cdot 10^{10}$ J.

Les moteurs doivent donc fournir environ 30 GJ au satellite pour le mettre sur sa première orbite.

R8. **Donner** l'expression, puis la valeur numérique de l'énergie mécanique E_{m12} sur l'orbite de transfert.

Solution: Énergie mécanique sur la trajectoire elliptique : $E_{m12} = -\frac{GmM_T}{2a}$

Le grand-axe s'exprime selon $2a = R_1 + R_2$, soit $2a = R_T + h_1 + r_0$, soit $a = \frac{R_T + h_1 + r_0}{2} = 17135 \text{ km}$

donc $E_{m12} = -\frac{GmM_T}{R_1 + R_2}$, avec $R_2 = r_0$.

A.N. : $E_{m12} = -9.21.10^9 \text{ J}$

On suppose que la durée d'allumage des fusées est très courte (boost) devant la période de révolution et que le satellite n'a quasiment pas bougé durant cette phase.

R9. En déduire la variation de vitesse ΔV_1 à appliquer au satellite pour qu'il passe de l'orbite basse à celle de transfert. Effectuer l'**application numérique**.

Solution: Énergie mécanique sur la trajectoire elliptique au moment de l'allumage, la vitesse vaut V_1 et le satellite se trouve à une distance $R_1 = R_T + h_1$ de la Terre : $E_{m12} = -\frac{GmM_T}{R_T + h_1 + r_0} = \frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{GM_T}{R_T + h_1}$

Ainsi : $V_1 = \sqrt{2GM_T \left(\frac{1}{R_T + h_1} - \frac{1}{R_T + h_1 + r_0} \right)} = 8830 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Or la vitesse sur l'orbite basse vaut : $v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h_1}}$

La variation de vitesse à appliquer pour qu'il passe de l'orbite basse à celle de transfert :

$\Delta V_1 = V_1 - v_0 = \sqrt{2GM_T \left(\frac{1}{R_T + h_1} - \frac{1}{R_T + h_1 + r_0} \right)} - \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h_1}}$

A.N. : $\Delta V_1 = 1720 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

R10. Quelle est la durée du transfert ?

Solution:

Le transfert correspond à la moitié de la trajectoire elliptique de demi-grand axe a , donc la durée du transfert est la moitié de la période donnée par la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

Ainsi la durée du transfert est de : $t_{\text{tr}} = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_T}} = 1,11.10^4 \text{ s} = 3,09 \text{ h}$

Pour réduire les coûts, on envisage d'autres trajectoires qui utilisent moins de satellites.

R11. Définir ce qu'on appelle un satellite géostationnaire en précisant les caractéristiques de son orbite, son altitude, sa visibilité depuis un point donné de la Terre, son usage et toute autre donnée jugée digne d'intérêt. On pourra par exemple se poser la question si un tel satellite pourrait se trouver de manière permanente à la verticale d'une ville française en justifiant la réponse.

Solution:

- Un **satellite géostationnaire** est un satellite qui reste constamment au-dessus d'un même point de la surface terrestre. Un satellite géostationnaire est donc immobile par rapport à un observateur immobile de la Terre.
- Deux contraintes pour le plan du mouvement du satellite :

- En conséquence de la conservation du moment cinétique, le mouvement du satellite géostationnaire est plan et le plan de la trajectoire du satellite contient le centre de force, c'est-à-dire le centre de la Terre.
- De plus, pour être géostationnaire, il doit rester à chaque instant à la verticale du même point P de la Terre. Par conséquent le plan du mouvement du satellite géostationnaire doit être confondu avec le plan du mouvement du point P de la surface de la Terre.

Le mouvement d'un point P de la surface de la Terre dans le référentiel géocentrique est un mouvement circulaire dont le centre est sur l'axe de rotation de la Terre (pôle Sud-pôle Nord). Le plan du mouvement du point P est perpendiculaire à l'axe (pôle Sud-pôle Nord).

Ainsi le plan du mouvement du satellite géostationnaire doit contenir le centre de la Terre et doit être perpendiculaire à l'axe (pôle Sud-pôle Nord). Ce plan est unique : c'est le plan de l'équateur.

Le plan de la trajectoire d'un satellite géostationnaire est le plan de l'équateur.

- Un satellite géostationnaire reste à chaque instant à la verticale du même point de la surface de la Terre. Par conséquent, la période du mouvement du satellite géostationnaire doit être de 24h (plus précisément 23h56min4s : durée d'un jour sidéral, c'est-à-dire d'une révolution de la Terre sur elle-même).

La 3^e loi de Kepler permet de déterminer le rayon R_g de l'orbite : $\frac{T^2}{R_g^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

Soit $R_g = \left(\frac{GM_T T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$

Or $R_g = R_T + h$, donc $h = R_g - R_T = \left(\frac{GM_T T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} - R_T$

A.N. : Avec $T = 23 \times 60 \times 60 + 56 \times 60 + 4 \text{ s} = 86164 \text{ s}$ et $R_T = 6370.10^3 \text{ m}$

Altitude du satellite : $h = 3,6.10^7 \text{ m} = 36.10^3 \text{ km}$

- Depuis un point de la Terre, le satellite géostationnaire reste fixe.

R12. Serait-il envisageable d'utiliser uniquement des satellites géostationnaires dans un système GPS? **Expliquer** votre réponse.

Solution: Il est intéressant d'utiliser des satellites géostationnaires pour l'observation fixe d'une zone de la Terre, par exemple pour la météo ou pour la TV par satellite.

Rapport de jury

L'épreuve durait 4 heures et comportait deux parties totalement indépendantes : physique et chimie. La grande majorité des candidats ont abordé ces deux parties, on déplore néanmoins plusieurs copies totalement blanches en physique et certains n'ont même pas rendu la totalité des copies ce qui peut conduire à supposer des pages perdues et engendre un retard inutile dans le traitement de la correction.

Ce sujet en trois traitait quelques aspects du système GPS. La première partie reprenait essentiellement des notions de cours de 1^{ère} année sur la trajectoire des satellites ainsi que quelques questions de culture générales scientifique sur l'application des satellites.

Dans l'ensemble, les différentes parties ont été abordées. On demandait plusieurs fois de **retrouver des résultats du cours, ce qui doit être fait avec rigueur**. De nombreuses applications numériques permettaient de quantifier les résultats et de tester les candidats sur leur sens physique et leur esprit critique. L'épreuve demandait également à plusieurs occasions d'exploiter certaines données dans le texte de l'énoncé, et ce de manière quantitative.

On rappelle qu'une certaine **honnêteté** de la part des candidats est requise dans les réponses attendues par les correcteurs : il est tout à fait contre-productif de tenter par n'importe quel procédé de retrouver un résultat donné dans l'énoncé en passant par des étapes « mathématiquement fausses ». Il faut également insister sur le fait qu'un minimum de clarté et de soin dans la rédaction est attendu ; de longs calculs qui n'aboutissent pas

sans aucune indication sur ce qui est entrepris ne rapportent aucun point.

Partie A : Trajectoire des satellites

Q1- Question élémentaire de cours de 1ère année, souvent TB, quelques idées saugrenues avec $1/4\pi..$ des r au cube et plusieurs erreurs de confusion entre le rayon r et l'altitude h .

Q2 - La démonstration de la trajectoire plane est rarement bien menée, on se contente souvent d'affirmer « la force ne dépend que d'un seul paramètre « r », donc la trajectoire est plane ». Quand le cours est connu, les expressions de A et B sont données correctement.

Q3 - Etude de la fonction avec son minimum souvent bien traités. L'application numérique est par contre peu traitée, à cause de la question précédente où A et B n'ont pas été déterminés.

Q4 - ajoutée par moi !

Q5 - Application numérique souvent fausse.

Q6 - Le cours donnant l'expression correcte de l'énergie mécanique E_m est rarement donné. Il y a souvent une erreur sur E_p puis dans la somme avec E_c quand on tente de retrouver la formule bien que la démonstration n'était pas demandée. Très rarement on a eu la bonne valeur numérique. Plusieurs fois, on a trouvé la remarque que $E_m < 0$ était impossible puisque son minimum était 0 .

Q7 - Souvent bien traité. Bien qu'on ait vu des calculs de dérivée bizarres tenant de justifier que la valeur optimale de λ était autour de 45° ou bien que sur le sol le satellite étant immobile son énergie cinétique devait être nulle.

Q8 - Très peu traitée.

Q9 - Très peu traitée, les rares tentatives ont se sont basées sur des différences d'énergie potentielle alors que l'altitude est quasi-constante pendant cette phase très courte dite de « boost ».

Q10 - Très peu traitée, des résultats fantaisistes de quelques secondes à plusieurs jours.

Q11 - La majorité savent qu'il y a une notion « d'immobilité » liée au satellite géostationnaire mais peu savent l'expliquer précisément et pensent qu'il peut rester « fixe » au dessus de la France.

Q12 - Peu traitée.

Exercice n°2 Vers Mars (D'après Centrale Supélec PC 2022)

Un demi-siècle après avoir marché sur la Lune, l'exploration spatiale semble se fixer à moyen terme l'objectif de l'exploration de la planète Mars par l'homme. Une telle expédition suppose de résoudre un très grand nombre de problèmes concernant aussi bien les aspects techniques que les aspects humains. Ce sujet propose d'étudier la cohérence de l'un des nombreux scénarios élaborés par la NASA pour un vol habité vers Mars.

Les sous-parties sont largement indépendantes, mais les données numériques fournies dans les différentes parties sont susceptibles d'être utilisées ailleurs.

Ce sujet est accompagné d'un **document réponse page ?? à rendre avec la copie (même s'il n'a pas été utilisé)**. Les principales données numériques sont regroupées page ??.

Dans toute cette partie du problème, les orbites des planètes autour du Soleil sont assimilées à des cercles de rayon égal au demi-grand axe a des ellipses. On se place dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen.

Partie A Vitesse de la Terre et de Mars dans le référentiel héliocentrique

R1. Donner les dimensions de la constante gravitationnelle G ainsi que son unité dans le système international (en fonction des 7 unités de base).

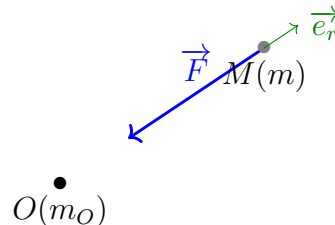
Solution: La force d'attraction gravitationnelle s'exprime $F = \frac{GmM_S}{r^2}$

$$\begin{aligned} [G] &= \frac{[F] \times [r^2]}{[mM_S]} \\ &= \frac{M.L.T^{-2} \times L^2}{M^2} \\ &= M^{-1}.L^3.T^{-2} \end{aligned}$$

L'unité SI de G est donc le $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

R2. Montrer que le moment cinétique $\vec{L}_O$ en O , centre du Soleil, d'un objet de masse m est une constante du mouvement.

Solution: On étudie l'objet de masse m dans le référentiel héliocentrique. Il est soumis uniquement à l'attraction gravitationnelle exercée par le soleil : $\vec{F} = -\frac{GmM_S}{r^2}\vec{u}_r$



On applique le théorème du moment cinétique par rapport au centre O du Soleil : $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F})$
Or $\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$, car la $\vec{F}$ est à chaque instant colinéaire au vecteur $\vec{OM}$.
Donc $\vec{L}_O(M)$ se conserve.

R3. On utilise les coordonnées cylindriques $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ avec $\vec{e}_z$ tel que $\vec{L}_O = L_O \vec{e}_z$.

Justifier que le mouvement est plan et exprimer $C = r^2 \frac{d\theta}{dt}$ en fonction de L_O et m . Quel est le nom de cette grandeur ?

Solution: Revoir la justification propre du mouvement plan.

Le moment cinétique du point matériel $M(m)$ par rapport à O est défini par : $\vec{L}_O(M) = \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M)$
Par propriété du produit vectoriel, $\vec{L}_O(M)$ est orthogonal à $\vec{OM}$ et à $\vec{v}(M)$.

On en déduit que les vecteurs $\vec{OM}$ et $\vec{v}(M)$ sont orthogonaux au vecteur $\vec{L}_O(M)$ qui est constant (en direction, sens et norme).

On en déduit, qu'à tout instant, le mouvement du point matériel $M(m)$ a lieu dans le plan perpendiculaire au vecteur $\vec{L}_O(M)$ constant, et contenant le centre de force O .

En utilisant les coordonnées cylindriques :

$$\begin{aligned}\vec{L}_O(M) &= \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M) \\ &= r\vec{u}_r \wedge m(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta) \\ &= mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z \\ &= mC\vec{e}_z \\ &= L_O\vec{e}_z\end{aligned}$$

Ainsi $C = \frac{L_O}{m}$

Or m est constante, donc $r^2 \times \dot{\theta}$ est constant.

On appelle cette grandeur, la **constante des aires**.

R4. Déterminer, dans le cas d'une orbite circulaire de rayon R , la vitesse V de l'objet en fonction de G , M_S , R et m .

Calculer les valeurs numériques de V_T , la vitesse orbitale de la Terre et de V_M , celle de Mars, dans le référentiel héliocentrique.

Solution: La norme du vecteur vitesse sur le mouvement circulaire : $V = \|\vec{v}\| = R|\dot{\theta}| = \frac{C}{R}$, est constante, le mouvement est donc uniforme.

Principe fondamental de la dynamique à $M(m)$ dans $\mathcal{R}$ galiléen : $m\vec{a}(M/\mathcal{R}) = \vec{F}$

La loi des aires impose au mouvement circulaire d'être uniforme, alors $\vec{a}(M/\mathcal{R}) = -\frac{V^2}{R}\vec{u}_r$

$$\text{Ainsi } -m\frac{V^2}{R}\vec{u}_r = -\frac{GmM_S}{R^2}\vec{u}_r$$

$$\text{Alors : } V = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}$$

$$\text{A.N. : Pour la Terre } V_T = \sqrt{\frac{GM_S}{R_T}} = 2,98 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ en prenant } R_T = a_T.$$

$$\text{Pour Mars } V_M = \sqrt{\frac{GM_S}{R_M}} = 2,42 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ en prenant } R_M = a_M.$$

Partie B Aspect énergétique et troisième loi de Kepler

R5. Dédurre l'expression de l'énergie cinétique, puis de l'énergie mécanique de l'objet de masse m sur son orbite circulaire autour du Soleil en fonction de G , M_S , R et m .

Solution:

$$\begin{aligned} \text{Énergie cinétique : } \mathcal{E}_c &= \frac{1}{2}mV^2 \\ &= \frac{GmM_S}{2R} \\ \text{Énergie mécanique : } \mathcal{E}_m &= \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{p,\text{grav}} \\ &= \frac{1}{2}mV^2 - \frac{GmM_S}{R} \\ \mathcal{E}_m &= \frac{GmM_S}{2R} - \frac{GmM_S}{R} \\ \mathcal{E}_m &= -\frac{GmM_S}{2R} \end{aligned}$$

R6. Exprimer la période de rotation T de l'objet en fonction G , M_S et R (troisième loi de Kepler).

Solution:



Remarque – Ne pas oublier de préciser que le mouvement uniforme, ce qui permet d'écrire la durée comme la distance parcourue sur la vitesse.

Le mouvement est circulaire uniforme, la période de rotation s'écrit :

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi R}{V} \\ &= \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM_S}{R}}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_S}} \end{aligned}$$

Partie C Voyage aller Terre - Mars, orbite de transfert

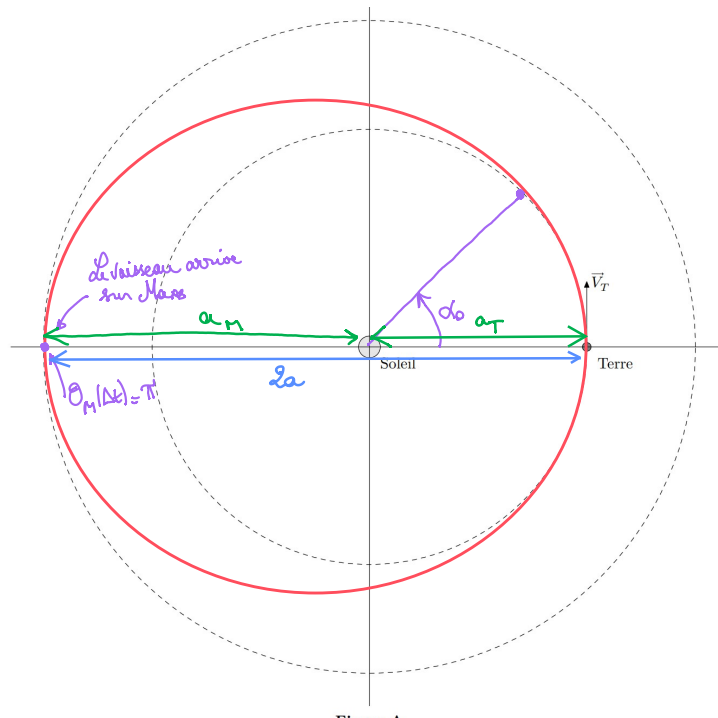
D'un point de vue énergétique, la méthode la plus efficace pour envoyer un vaisseau d'une orbite circulaire à une autre orbite circulaire coplanaire est de le placer sur une trajectoire de transfert elliptique tangente aux deux orbites circulaires, donc ici aux orbites de Mars et de la Terre (ellipse de Hohmann). On admet que seule l'attraction solaire agit sur le vaisseau pendant son mouvement.

R7. Représenter, sur la figure A du document réponse, montrant les orbites de la Terre et de Mars, l'allure de l'orbite de transfert (trajectoire de Hohmann).

Exprimer le demi grand-axe de l'ellipse de transfert a , en fonction de a_M et a_T .

Solution: Le périhélie de la trajectoire elliptique se situe au niveau de la trajectoire de la Terre, la trajectoire elliptique n'est donc jamais à une distance du soleil inférieure à a_T , donc elle ne passe pas à l'intérieur de la trajectoire de la Terre

Le demi-grand axe est : $2a = a_M + a_T$, donc $a = \frac{a_M + a_T}{2}$



La position de la Terre au temps $t = 0$ du départ du vaisseau est prise comme origine angulaire ($\theta_T(t = 0) = 0$).

R8. Au départ de l'orbite de la Terre, exprimer en fonction de V_T , a_M et a_T la vitesse V'_T que doit avoir le vaisseau sur sa trajectoire de transfert.

En déduire la variation de vitesse $\Delta V_T = V'_T - V_T$. Calculer la valeur numérique de ΔV_T .

Solution: ATTENTION, la vitesse n'est pas constante sur un mouvement elliptique, qui n'est pas uniforme. De plus, il faut également distinguer la distance r entre le soleil et le vaisseau (qui varie) et le demi-grand axe, qui n'est pas une distance entre le soleil et le vaisseau.

Sur l'orbite de transfert, l'énergie mécanique s'exprime selon $\mathcal{E}_m = -\frac{GM_S m}{2a} = -\frac{GM_S m}{a_M + a_T}$

Or par définition de l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{GmM_S}{r}$

Au niveau de l'orbite de la Terre : $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}mV_T'^2 - \frac{GmM_S}{a_T}$

Alors :

$$\begin{aligned} -\frac{GM_S m}{a_M + a_T} &= \frac{1}{2} m V_T'^2 - \frac{GmM_S}{a_T} \\ \frac{1}{2} V_T'^2 &= \frac{GM_S}{a_T} - \frac{GM_S}{a_M + a_T} \\ V_T'^2 &= \frac{2GM_S a_M}{a_T(a_M + a_T)} \\ V_T'^2 &= V_T^2 \times \frac{2a_M}{a_M + a_T} \end{aligned}$$

Soit $V_T' = V_T \sqrt{\frac{2a_M}{a_M + a_T}}$

La vitesse varie de : $\Delta V_T = V_T' - V_T = V_T \left(\sqrt{\frac{2a_M}{a_M + a_T}} - 1 \right) = 2,93 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

En pratique, la variation de vitesse requise est plus importante en raison de la nécessité de se libérer de l'attraction de la planète à partir d'une orbite basse.

R9. Exprimer puis calculer la durée Δt du voyage jusqu'à l'orbite de Mars.

Solution: Pour parvenir à l'orbite de Mars depuis l'orbite de la Terre, le vaisseau doit décrire une demi-ellipse. La période sur le mouvement elliptique de demi-grand axe a est donnée par la 3^e loi de Kepler.

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{T}{2} \\ &= \pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_S}} \\ &= \pi \sqrt{\frac{(a_M + a_T)^3}{2GM_S}} \\ &= 2,23 \cdot 10^7 \text{ s} \\ &= 259 \text{ jours} < T_M = 687 \text{ jours} \end{aligned}$$

R10. Quel doit être l'angle $\alpha_0 = \theta_M(t=0) - \theta_T(t=0)$ (Terre - Soleil - Mars) formé par les directions de Mars et de la Terre, vus du Soleil, au moment du lancement afin que Mars soit au rendez-vous à l'arrivée du vaisseau ? Calculer la valeur numérique de α_0 et indiquer la position de Mars au moment du lancement sur la figure A du document réponse.

Solution: Prenons l'origine des angles à l'instant $t = 0$ auquel le vaisseau quitte la Terre $\theta_T(0) = 0$
Mars décrit une orbite circulaire de rayon a_M à la vitesse v_M constante : $V_M = a_M \dot{\theta}_M$ (*)

Le vaisseau parvient à la trajectoire de Mars pour $\theta_V(\Delta t) = \pi$, pour que Mars soit au rendez-vous il faut $\theta_M(\Delta t) = \pi$

On intègre (*) entre $t = 0$ et $t = \Delta t$:

$$\begin{aligned} V_M \Delta t &= a_M (\theta_M(\Delta t) - \theta_M(0)) \\ V_M \Delta t &= a_M (\pi - \theta_M(0)) \\ \theta_M(0) &= \pi - \frac{V_M \Delta t}{a_M} \\ \theta_M(0) &= 0,775 \text{ rad} \end{aligned}$$

Soit $\alpha_0 = 44,4^\circ$

R11. Dans l'hypothèse d'un problème survenu pendant le voyage aller nécessitant de ne pas explorer la planète, le vaisseau ne modifie pas sa vitesse lors du passage de l'orbite de Mars. Déterminer la position angulaire de la Terre au bout d'une révolution complète de celui-ci sur son orbite de transfert. Commenter.

Solution: De la même façon : $\theta_T(2\Delta t) = 0 + \frac{V_T}{a_T} \times 2\Delta t$

$$\theta_T = 8,86 \text{ rad} = 508^\circ$$

La Terre aura fait un tour complet et 147° .

On peut aussi raisonner sur la comparaison entre la période de la Terre et la durée mise par le vaisseau pour décrire toute l'ellipse : $\frac{2\Delta t}{T_T} = 1,4$. La terre aura donc effectué un tour complet et 0,4 fois un deuxième tour.

Le vaisseau ne sera donc pas en phase avec la Terre lorsqu'il atteindra l'orbite terrestre.

Partie D Durée de la mission

Toujours pour minimiser le cout énergétique, le voyage retour emprunte le même type d'orbite de transfert qu'à l'aller.

R12. Déterminer l'angle α_1 (Terre - Soleil - Mars) au moment du départ de Mars.

Solution: Quand le vaisseau arrive sur Terre, il faut que $\theta_V(\Delta t) = \theta_T(\Delta t) = 0$, et quand le vaisseau quitte Mars, le vaisseau est en $\theta_V(0) = \theta_M(0) = \pi$

$$\theta_T(\Delta t) - \theta_T(0) = \frac{V_T}{a_T} \Delta t$$

$$\text{Soit } \theta_T(0) = -\frac{V_T}{a_T} \Delta t$$

$$\text{Soit } \alpha_1 = \theta_M(0) - \theta_T(0) = \pi + \frac{V_T}{a_T} \Delta t = \pi + \frac{2\pi \Delta t}{T_T} = 7,6 \text{ rad}$$

$$\text{Soit } \alpha_1 = 360 + 75^\circ$$

R13. En déduire le nombre de jours que les astronautes vont pouvoir passer sur la planète rouge, la durée totale de la mission (en jours) et la période entre deux fenêtres de lancement depuis la Terre.

Solution: Le vaisseau part à $t = 0$ de la Terre, l'angle entre la Terre et Mars vaut α_0 .

Mars tourne à $\frac{V_M}{a_M}$, et la Terre tourne à $\frac{V_T}{a_T}$, donc l'angle entre les deux vecteurs ST et SM évolue de

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \left(\frac{V_M}{a_M} - \frac{V_T}{a_T} \right) t$$

Les astronautes doivent partir de Mars l'instant t_1 tel que $\alpha(t_1) = 2n\pi + \alpha_1$, soit $\alpha_0 + \left(\frac{V_M}{a_M} - \frac{V_T}{a_T} \right) t_1 = \alpha_1 + \pi$.

$$\text{Soit } t_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_0 + 2n\pi}{\frac{V_M}{a_M} - \frac{V_T}{a_T}}$$

Pour $n = -1$: $t_1 = 712$ jours, à qui il faut enlever les 259 jours du trajet aller, donc la durée sur Mars est de 453 jours.

La durée totale de la mission est donc $453 + 2 \times 259 = 970$ jours.

Moyennant une plus grande dépense énergétique, il est possible de modifier ce scénario de mission, et ce en fonction des objectifs voulus (réduction du temps de trajet aller ou retour, modification du temps global de mission en sont des exemples). Ainsi, une variation de vitesse $\Delta \vec{V}_T$ colinéaire à $\vec{V}_T$ plus importante au départ permet de réduire le temps du voyage aller.

Dans la suite, on cherche une réduction de 25% de l'angle balayé par le vaisseau pour atteindre l'orbite de Mars autour du Soleil.

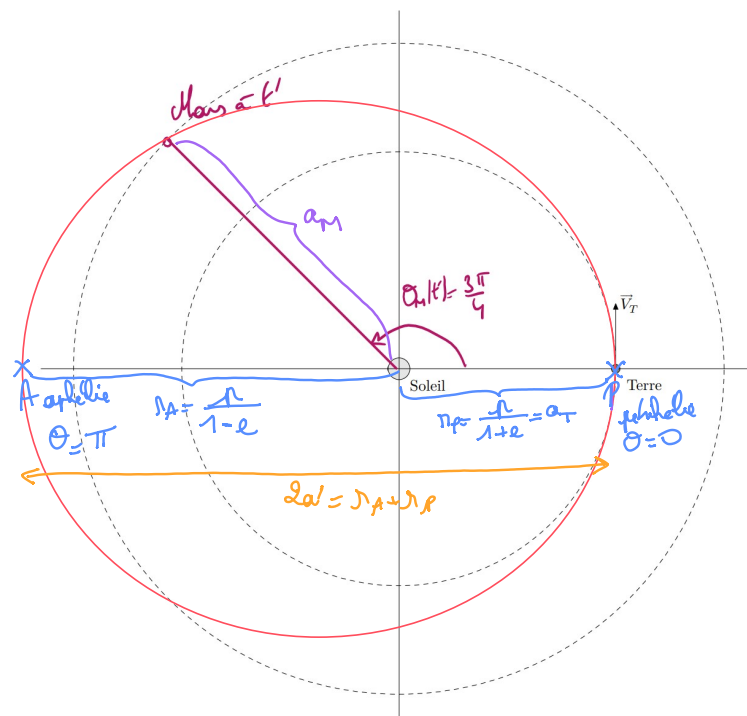
On se place de nouveau avec la position de la Terre au lancement prise comme origine angulaire ($\theta_T(t=0) = 0$) et on souhaite que le vaisseau atteigne Mars à un instant $\Delta t'$ tel que $\theta_M(\Delta t') = 3\pi/4$. On admet que la nouvelle trajectoire du vaisseau est une conique dont l'un des foyers est le Soleil et d'équation polaire

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

où p est appelé paramètre de la conique et e son excentricité.

R14. Placer sur la figure B du document réponse la position de Mars à l'arrivée du vaisseau.

Solution:



R15. Justifier que r_P , le périhélie de la trajectoire du vaisseau (distance minimale du Soleil au vaisseau), vérifie $r_P = a_T$.

Solution: $r(\theta)$ est minimal, au périhélie, pour $1 + e \cos(\theta)$ maximal, donc pour $\theta = 0$. Ainsi $r_P = a_T$, car pour $t = 0$, le vaisseau quitte la Terre situé à l'angle $\theta_T(0) = 0$.

R16. Montrer que l'excentricité s'écrit

$$e = \frac{a_M - a_T}{\frac{1}{\sqrt{2}}a_M + a_T}$$

et calculer sa valeur numérique. Tracer sur la figure B l'allure de la trajectoire.

Solution: $r(\theta = 0) = \frac{p}{1 + e} = a_T$

$$r(\theta = 3\pi/4) = \frac{p}{1 + e \cos(3\pi/4)} = a_M, \text{ or } \cos(3\pi/4) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

En faisant le rapport des deux relations précédentes :

$$\begin{aligned}\frac{1+e}{1-\frac{e}{\sqrt{2}}} &= \frac{a_M}{a_T} \\ a_T + ea_T &= a_M - \frac{e_M}{\sqrt{2}} \\ e \left(a_T + \frac{a_M}{\sqrt{2}} \right) &= a_M - a_T \\ e &= \frac{a_M - a_T}{a_T + \frac{a_M}{\sqrt{2}}} \\ e &= 0,251 < 1\end{aligned}$$

La trajectoire est donc elliptique.

R17. Exprimer l'énergie mécanique E_M du vaisseau sur cette trajectoire en fonction de m , V_T et e .

Solution: Sur un mouvement elliptique de demi-grand axe a' : $E_M = -\frac{GmM_S}{2a'}$

Or le demi grand axe est tel que : $a' = \frac{r_P + r_A}{2}$, avec le périhélie $r_P = a_T = \frac{p}{1+e}$ et l'aphélie $r_A = \frac{p}{1-e}$

$$\begin{aligned}2a' &= r_P + r_A \\ 2a' &= a_T + \frac{p}{1-e} \\ 2a' &= a_T + \frac{a_T(1+e)}{1-e} \\ 2a' &= a_T \times \frac{1-e+1+e}{1-e} \\ 2a' &= \frac{2a_T}{1-e} \\ \text{Énergie mécanique : } E_M &= -\frac{GmM_S}{2a'} \\ &= -\frac{GmM_S}{2a_T}(1-e) \\ &= -\frac{mV_T^2(1-e)}{2}\end{aligned}$$

R18. En déduire la vitesse V_T'' que doit avoir le vaisseau au départ pour se placer sur sa nouvelle orbite, toujours en fonction de V_T et e .

Solution: Par conservation de l'énergie mécanique :

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mV_T''^2 - \frac{GmM_T}{a_T} &= -\frac{mV_T^2(1-e)}{2} \\ \frac{1}{2}mV_T''^2 - mV_T^2 &= -\frac{mV_T^2(1-e)}{2} \\ V_T''^2 &= 2V_T^2 - V_T^2(1-e)\end{aligned}$$

Soit $V_T'' = V_T\sqrt{1+e}$

R19. Donner, en fonction de V_T et e , la variation de vitesse $\Delta V'_T = V''_T - V_T$ qu'il faut communiquer au vaisseau pour le mettre sur sa nouvelle trajectoire de transfert. Calculer la valeur numérique de $\Delta V'_T$.

Solution: Variation de vitesse $\Delta V'_T = V''_T - V_T = V_T(\sqrt{1+e} - 1) = 3,53.10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

R20. Exprimer $C = r^2 \frac{d\theta}{dt}$ en fonction de a_T et V''_T .

Solution: Quand le vaisseau quitte la Terre, son vecteur vitesse est orthoradial, alors $L_O = m a_T V''_T$
Ainsi $C = a_T V''_T$

R21. Évaluer le temps $\Delta t'$ du transfert entre la Terre et Mars.

On donne :

$$\int_0^{\theta_M(\Delta t')} \frac{1}{(1+e \cos \theta)^2} d\theta = 2,15$$

avec l'excentricité calculée en question R16.

Solution: D'après la conservation de la constante des aires :

$$\begin{aligned} r(\theta)^2 \dot{\theta} &= a_T V''_T \\ \frac{p^2}{(1+e \cos(\theta))^2} \frac{d\theta}{dt} &= a_T V''_T \\ dt &= \frac{1}{a_T V''_T} \frac{p^2}{(1+e \cos(\theta))^2} d\theta \\ \int_0^{\Delta t'} dt &= \int_0^{\theta_M(\Delta t')} \frac{1}{a_T V''_T} \frac{p^2}{(1+e \cos(\theta))^2} d\theta \\ \Delta t' &= \frac{p^2}{a_T V''_T} \int_0^{\theta_M(\Delta t')} \frac{1}{(1+e \cos \theta)^2} d\theta \\ \Delta t' &= \frac{(a_T(1+e))^2}{a_T V''_T} \times 2,51 \\ &= 2,51 \times \frac{a_T(1+e)^2}{V''_T} \\ &= 175 \text{ jours} \end{aligned}$$

La durée du transfert a donc été raccourcie de 84 jours.

Rapport de jury

Dans un premier temps, les modalités du voyage sont étudiées. Faisant essentiellement appel à la mécanique de première année, cette approche nécessite des connaissances élémentaires du programme, mais également du bon sens afin de suivre la logique proposée, en particulier à l'occasion de la question ouverte.

Analyse globale des résultats

S'il est toujours délicat d'analyser globalement une situation à partir de 3500 copies différentes, il paraît néanmoins possible d'affirmer que le sujet a révélé un certain nombre de difficultés.

Alors que la première partie est essentiellement relative au programme de PCSI, et que la seconde s'appuie majoritairement sur celui de PC, le jury peut déplorer que les bases du programme de première année sont plus difficilement restituées. Si cela est souvent le cas, le jury est conscient que les conditions de travail de ces deux dernières années ne sont certainement pas étrangères à la situation actuelle, et ne souhaite absolument pas en tirer d'autres enseignements hâtifs. Il note d'autre part que les bilans, qui constituent une approche fondamentale du programme de deuxième année, sont rarement traités avec le soin idoine.

Il a notamment constaté une bonne volonté manifeste de la plupart des candidats, s'efforçant de remplir de nombreuses copies, alors même que le sujet n'était absolument pas maîtrisé. Si la non maîtrise de certains

concepts physiques est regrettable, il apparaît tout aussi important de noter la pauvreté de certains raisonnements mathématiques : sans faire référence à des notions qui peuvent paraître compliquées, le jury déplore que bon nombre d'étudiants ne soient pas en mesure de placer un angle sur un cercle, confondant régulièrement $3\pi/2$ et $3\pi/4$. Dans le même registre, l'usage des puissances (déduire x de x^a) s'est avéré être un obstacle insurmontable pour un bien trop grand nombre de candidats.

Le jury constate également une explosion de «raisonnements/démonstrations» basés sur des analyses dimensionnelles. Si ce type de raisonnement est à favoriser lorsqu'il s'agit d'appréhender un concept délicat, il convient de rappeler qu'il ne s'agit nullement d'une démonstration à part entière, mais d'une première approche facilitatrice, qui peut parfois s'avérer incomplète, voire aboutir à des résultats faux.

Il est également important de souligner l'importance des applications numériques dans ce sujet. Étant très concret, ces applications numériques devaient permettre de lui donner tout son sens et ne devaient donc pas être négligées. Si le jury a été bienveillant sur le nombre de chiffre significatifs, il a toutefois apprécié une certaine mesure dans leur utilisation.

Enfin, le malus de présentation a concerné moins de 5% des copies, ce qui révèle une attention réelle à la forme de la copie rendue : le jury tient à remercier les étudiants pour cette marque de respect qui sera utile à tout ingénieur. **Il demande la plus grande vigilance toutefois dans l'usage d'acronymes, en particulier lorsqu'ils ne sont que peu utilisés.** Par exemple, «ip1» pour «infinitement petit d'ordre 1» a été peu mais régulièrement rencontré ; un scientifique se doit d'être compris de tous et rester vigilant sur les mots qu'il emploie.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

I Le voyage entre la Terre et Mars

I.A – Vitesse de la Terre et de Mars dans le référentiel héliocentrique

Q1. Comme cette question ne demande que de donner les dimensions et l'unité, le jury a fait preuve de bienveillance face à la multiplicité des notations. Il note toutefois que certaines écritures mêlant dimensions et grandeurs peuvent s'avérer notoirement fausses et invite les candidats à davantage de cohérence.

Q2. Il est attendu ici un théorème (ou une « loi » !) du moment cinétique explicite ainsi que la particularité de la force étudiée, qu'elle soit nommée « force centrale » ou que sa direction soit explicite. Notons qu'un dessin donnant la direction de la force peut suffire.

Q3. Cette question a été particulièrement mal rédigée. Alors qu'il s'agit d'une question de cours, bon nombre de candidats partent du résultat, supposant $\overrightarrow{OM}$ selon $\vec{e}_r$, et invalidant ainsi toute démonstration ultérieure. Au détour de cette question, le jury tient à rappeler l'intérêt de la sémantique en physique : si la constante des aires avait pris tout son sens, certains candidats ne l'appelleraient pas « constante de l'air » par exemple. Cela éviterait que le candidat erre, comme il le dit d'ailleurs parfois, sans le savoir.

Q4. Une simple relation fondamentale de la dynamique (qui peut recevoir bien d'autres dénominations !) permet de conclure. Notons que si des variables sont mentionnées, elles ne doivent pas apparaître coute que coute dans le résultat final.

I.B – Aspect énergétique et troisième loi de Kepler

Q5. Lorsqu'une question demande de déduire une expression, il ne peut s'agir en aucun cas de donner un résultat sans aucune explication. Certains commentaires relèvent avec étonnement une énergie mécanique négative. Le jury invite tout préparateur à s'interroger sur le sens du signe de l'énergie mécanique pour un mouvement newtonien.

Q6. Plusieurs méthodes sont envisageables dans cette question, mais là encore le candidat doit réaliser qu'il est invité à aller un tout petit peu au-delà d'une simple écriture brute de la troisième loi de Kepler, parfois incorrecte, voire inhomogène.

I.C – Voyage aller Terre – Mars

Q7. Les deux tiers des candidats se sont trompés sur cette question, imaginant une orbite de transfert entre 0 et $\pi/2$. Il va sans dire que cette méprise révèle de sérieuses lacunes et augure mal de la suite de cette étude.

Q8. Cette question a sans aucun doute été l'une des moins bien traitées, relativement au nombre de candidats qui l'ont abordée : si 70 % des candidats se sont attelés à cette question, près de 80 % d'entre

eux n'obtiennent pas de points. En effet, ayant l'habitude de travailler avec des orbites circulaires, le passage à une orbite elliptique constitue pour la majorité une difficulté insurmontable. Beaucoup n'ont pas compris que le passage de l'orbite circulaire à l'orbite elliptique nécessitait un apport d'énergie et qu'on ne pouvait pas écrire une conservation de l'énergie mécanique.

Q9 et Q10. Ces deux questions étant dans la suite logique de la **Q8**, elles sont peu abordées et le plus souvent mal abordées. Pourtant, le simple bon sens permet d'engranger la majorité des points. Nous invitons vraiment les candidats à s'interroger sur la deuxième loi de Kepler afin de mieux appréhender cette évolution de la vitesse au cours d'un orbite de transfert : ainsi rechercher « la » vitesse d'un mouvement elliptique devient impossible.

Notons que le jury a fait preuve de mansuétude en évitant toute « double peine » : un candidat qui se serait trompé sur **Q8** mais qui aurait suivi un raisonnement cohérent dans ces questions s'est vu attribuer les points malgré une application numérique fautive.

Q11. Cette question est également peu abordée, mais le jury apprécie la prise de recul de certains candidats notant combien la planète rouge porte bien son nom de par la combativité qu'il faudrait aux astronautes pour arriver à leurs fins.

I.D – Durée de la mission

Q12. Là encore, beaucoup de difficultés à trouver le bon angle.

Q13. Cette question ouverte, sans nul doute la plus exigeante de l'épreuve, a fait preuve de la plus grande vigilance de la part du jury. Ce dernier déplore que les deux tiers des candidats n'aient pas abordé cette question. Afin de privilégier le raisonnement au calcul, les compétences « communiquer », « analyser » et « réaliser » ont été évaluées, en ayant à cœur de valoriser tout raisonnement construit, même s'il n'aboutit pas à un résultat tangible. Plusieurs portes d'entrée sont envisageables, mais force est de constater que le plus difficile est d'entrer. Une des étapes clé pour aborder un problème ouvert est de poser un ou plusieurs symboles qui représentent les grandeurs physiques recherchées ou utiles au raisonnement. Le jury constate que cela ne fait pas partie des réflexes des candidats. Suivre le raisonnement d'un candidat est souvent ardu lorsqu'il s'agit d'une juxtaposition de phrases : il ne doit pas négliger la force des schémas.

Q14. À priori, cette question ne demande qu'à placer un point, donné, sur un cercle, soit d'être capable de déterminer où figure $3\pi/4$. Malheureusement, cette demande représente pour certains un réel obstacle.

Q15. Cette question peut être abordée de plusieurs manières. De par sa position elle est assez peu abordée.

Q16. La relation donnant l'excentricité étant donnée, de nombreux candidats savent la retrouver et la calculer. Concernant le tracé des trajectoires, le jury tient tout de même à rappeler que les données permettent de savoir que, quoiqu'il en soit de la valeur numérique, le candidat doit aboutir à une conique, ce que certains semblent ignorer, allant parfois jusqu'à modifier les orbites de la Terre et de Mars pour que ces dernières conviennent à leur tracé : une telle attitude, heureusement minoritaire, inquiète le jury.

Q17 à Q21. Cette partie n'est que très peu abordée par les candidats : seuls les tout meilleurs ont su appréhender cette nouvelle trajectoire.