

? Lundi 6 octobre 2025 – Durée : 2 heures
Devoir Surveillé n°2 – Corrigé

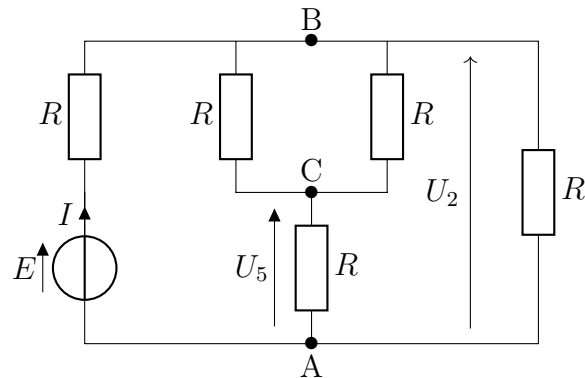


Remarque – Consignes générales :

- Faites des SCHÉMAS!!!!
- Chaque calcul doit être introduit par une phrase/des mots : « D'après la loi ... », « D'après l'énoncé », « D'après la définition », « D'après la question ... »
- Exprimer la grandeur demandée en LITTÉRAL, avant de passer aux valeurs numériques.
- **ENCADRER** : grandeur = expression littérale

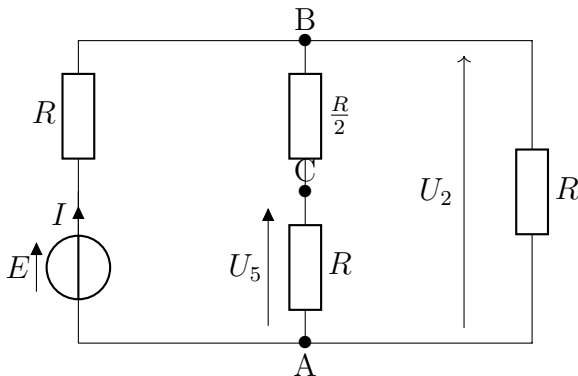
Exercice n°1 Étude d'un circuit résistif (~ 15 min)

Toutes les résistances sont égales à R .



R1. **Déterminer** la résistance équivalente R_{BC} entre B et C*.

Solution: En parallèle : $\frac{1}{R_{BC}} = \frac{2}{R}$, soit $R_{BC} = \frac{R}{2}$



R2. En exploitant la relation du pont diviseur de tension, **établir** l'expression de U_5 en fonction de U_2 .

Solution: R et R_{BC} sont en série, donc d'après la relation du pont diviseur de tension $U_5 = \frac{R}{R + \frac{R}{2}} U_2$,

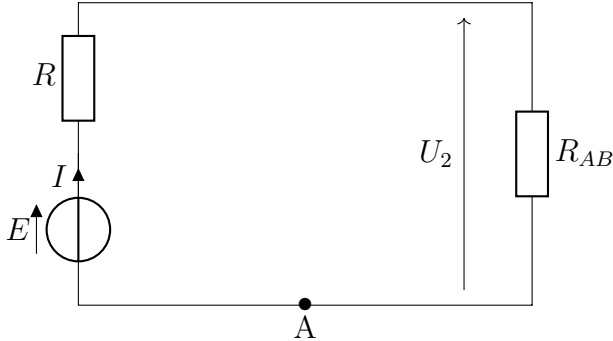
donc $U_5 = \frac{2}{3} U_2$

*. Il y a 2 résistances à associer.

R3. **Déterminer** la résistance équivalente R_{AB} entre A et B.

Solution: En série : $R' = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$

En parallèle avec R : $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{3R}{2}} = \frac{5}{3R}$, soit $R_{AB} = \frac{3R}{5}$



R4. **Établir** l'expression de U_2 en fonction de E .

Solution: R_{AB} et R sont en série, donc d'après la relation du pont diviseur de tension : $U_2 = \frac{R_{AB}}{R_{AB} + R} E$

Soit $U_2 = \frac{\frac{3R}{5}}{R + \frac{3R}{5}} E$, soit $U_2 = \frac{3E}{8}$

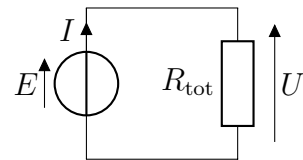
R5. En ramenant le circuit à une unique résistance équivalente[†], **déterminer** l'expression de l'intensité I en fonction de E et R uniquement.

Solution:

La résistance équivalente du circuit vaut

$$R_{\text{tot}} = R + \frac{3R}{5} = \frac{8R}{5}$$

D'après la loi d'Ohm et des mailles : $I = \frac{5E}{8R}$



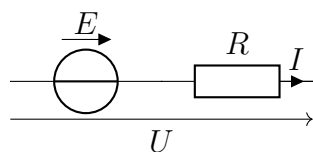
Exercice n°2 Lampe (~ 25 min)

On dispose d'une lampe, équivalente à une résistance R , et de six piles identiques, de force électromotrice E et de résistance interne r .

On cherche comment associer ces piles pour que la lampe brille le plus possible, c'est-à-dire pour que la puissance $\mathcal{P}$ dissipée par effet Joule dans la lampe soit maximale.

R1. **Donner** le modèle de Thévenin d'une pile.

Solution:

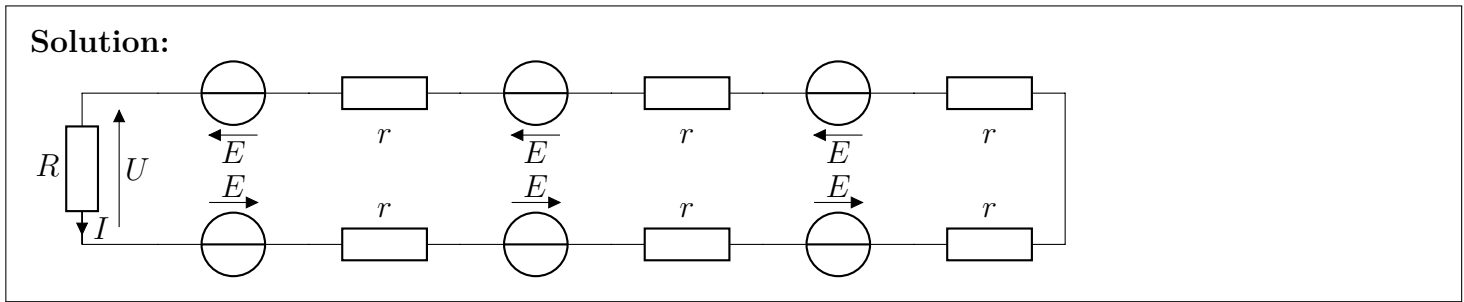


Modèle de Thévenin :

On envisage dans un premier temps de brancher les six piles en série avec la lampe.

[†]. Il y a 5 résistances à associer.

R2. **Représenter** un schéma du montage.



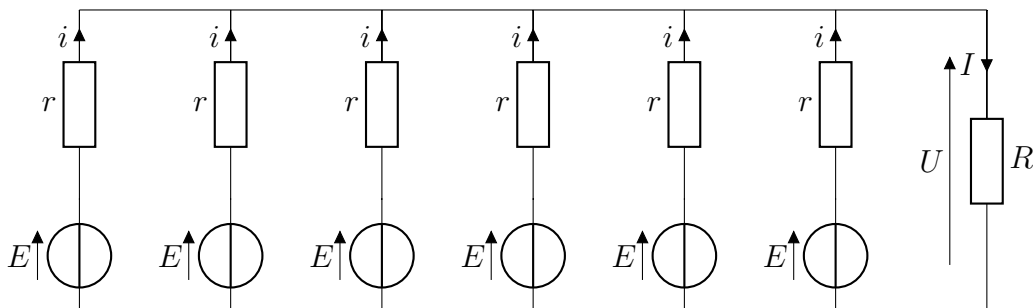
R3. **Établir** l'expression de l'intensité I qui circule dans la lampe en fonction de R , r et E .

Solution: Loi des mailles : $6E - 6rI - RI = 0$, donc
$$I = \frac{6E}{6r + R}$$

R4. **Exprimer** la puissance que la lampe reçoit en fonction de R et I , puis en fonction de R , r et E

Solution: Puissance reçue par la lampe :
$$\mathcal{P} = RI^2 = R \left(\frac{6E}{6r + R} \right)^2$$

On envisage maintenant de placer les six piles en parallèle de la lampe dont on donne le montage :



R5. **Exprimer** U d'une part en fonction de R et I , et d'autre part en fonction de E , r et i .

Solution: D'après la loi d'Ohm :
$$U = RI$$

Pour chaque pile, placée en convention récepteur :
$$U = E - ri$$

R6. **Exprimer** i en fonction de I .

Solution:

Remarque —
C'est un nœud éclaté.

D'après la loi des nœuds : $6i - I = 0$, donc
$$I = 6i$$

R7. **En déduire** l'expression de l'intensité I qui circule dans la lampe en fonction de R , r et E .

Solution: En exploitant les trois réponses précédentes : $E - r\frac{I}{6} = RI$, donc $E = \left(R + \frac{r}{6}\right)I$, donc

$$I = \frac{6E}{6R + r}$$

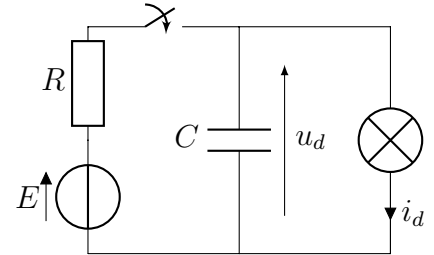
R8. **Exprimer** la puissance que la lampe reçoit en fonction de R et I , puis en fonction de R , r et E .

Solution: Puissance reçue par la résistance : $\mathcal{P} = RI^2 = R\left(\frac{6E}{6R + r}\right)^2$

Exercice n°3 Lampe à décharge (Durée ~ 1h20)

Une lampe à décharge, dont la tension entre ses bornes est notée $u_d(t)$, possède les caractéristiques suivantes :

- Si la lampe est éteinte, elle se comporte comme un interrupteur ouvert et reste éteinte tant que $|u_d(t)| < U_a$.
La tension U_a est la tension d'allumage.
- Si la lampe est allumée, elle se comporte comme un conducteur ohmique de résistance R_d et reste allumée tant que $|u_d(t)| > U_e$.
La tension U_e est la tension d'extinction et $U_e < U_a$.



I Première phase

Pour $t < 0$ le condensateur est déchargé et l'interrupteur est ouvert. À $t = 0$ on ferme ce dernier.

R1. **Justifier** la valeur de la tension $u_d(0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur.

Solution:



Remarque —

Citer l'argument utile, et écrire toute la phrase avec TOUS les mots pour justifier proprement le résultat.

Le fait que l'interrupteur est ouvert pour $t < 0$, n'apporte rien ici.

Pour $t < 0$ le condensateur est déchargé, donc $u_d(t < 0) = 0$. La tension aux bornes du condensateur est une fonction continue du temps, donc $u_d(0^+) = u_d(0^-) = 0$ V.

R2. **Justifier** que la lampe est alors éteinte. Que vaut alors i_d ?

Représenter le schéma du circuit étudié dans cette première phase (info : il n'y a qu'une maille).

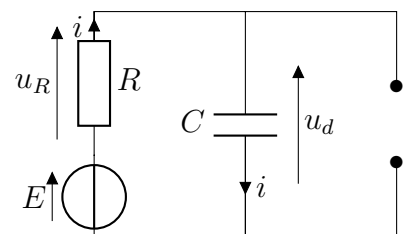
Solution:



Remarque —

Bien traduire l'énoncé : la lampe est un interrupteur ouvert tant qu'elle est éteinte.

La lampe se comporte donc comme un interrupteur ouvert.
Le condensateur et la résistance sont parcourus par le même courant, ils sont en série.



R3. **Établir** l'équation différentielle vérifiée par $u_d(t)$, l'écrire sous forme canonique

$$\frac{du_d}{dt} + \frac{u_d}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

Identifier l'expression de τ . Quel est son nom et son unité ?

Solution:



Remarque –

i et u_R ne sont pas définies sur le schéma fourni par l'énoncé : elles doivent absolument apparaître sur votre copie.

Nous sommes face au cas d'un circuit RC série en réponse à un échelon de tension : c'est le cas du I) du cours.

Loi des mailles : $u_d - u_R - E = 0$, or $u_R = -Ri$ et $i = C \frac{du_d}{dt}$

$$\text{Alors } u_d + RC \frac{du_d}{dt} - E = 0 \Leftrightarrow \boxed{\frac{du_d}{dt} + \frac{u_d}{RC} = \frac{E}{RC}}$$

On reconnaît l'équation différentielle fournie par l'énoncé avec $\boxed{\tau = RC}$, qui est la constante de temps caractéristique du circuit R, C série, qui s'exprime en secondes (s).

R4. **Établir** la solution de l'équation différentielle compte tenu de la condition initiale.

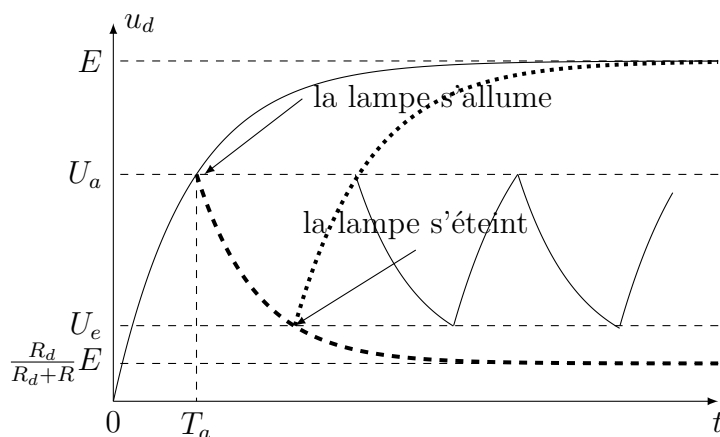
Solution: La solution de cette équation différentielle s'écrit $u_d(t) = K e^{-t/\tau} + E$ (On se rapprochera du cours pour le détail de la méthode).

Le condensateur était déchargé avant la fermeture de l'interrupteur, donc $u_d(0^-) = 0$. La tension aux bornes du condensateur est une fonction continue du temps, donc $u_d(0^+) = u_d(0^-) = 0$.

$$\text{Ainsi } \boxed{u_d(t) = E(1 - e^{-t/\tau})}$$

R5. **Tracer** l'allure de u_d au cours du temps.

Solution:



R6. **Déterminer** une condition sur la f.e.m. E pour que la lampe puisse s'allumer, c'est-à-dire pour que la tension à ses bornes puisse dépasser U_a .

Solution: u_d augmente jusqu'à atteindre E . Pour que la lampe puisse s'allumer il est nécessaire que u_d puisse dépasser U_a , il faut donc que la valeur finale atteinte par u_d soit supérieure à U_a : $\boxed{E > U_a}$.

On considère que cette condition est vérifiée.

R7. **Établir** l'expression de l'instant T_a auquel la lampe s'allume.

Solution: L'instant T_a d'allumage est tel que

$$U_a = E(1 - e^{-T_a/\tau}) \Leftrightarrow 1 - \frac{U_a}{E} = e^{-T_a/\tau}, \text{ soit } T_a = -\tau \ln \left(1 - \frac{U_a}{E} \right)$$

II Deuxième phase : la lampe est allumée

On s'intéresse maintenant à ce qu'il se passe lorsque la lampe est allumée, qui est alors équivalente à un conducteur ohmique de résistance R_d .

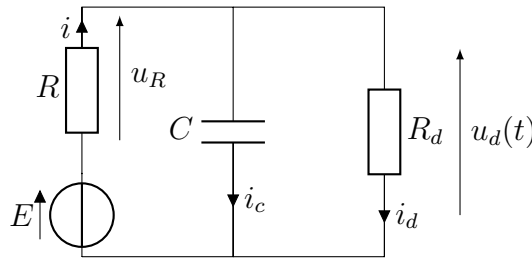
On note T_a l'instant auquel la lampe s'allume tel que $u_d(T_a^-) = U_a$

R8. **Exprimer** $u_d(T_a^+)$ à l'instant qui suit l'allumage de la lampe.

Solution: Juste avant l'allumage de la lampe, à l'instant T_a^- , $u_d(T_a^-) = U_a$. La tension aux bornes du condensateur étant une fonction continue du temps, alors $u_d(T_a^+) = u_d(T_a^-) = U_a$

R9. **Représenter** le circuit dans ce cas et y introduire les grandeurs électriques nécessaires.

Solution: Lorsque la lampe est allumée, elle est équivalente à une résistance R_d .



⚠ Remarque –

Ajouter les grandeurs électriques nécessaires : trois intensités (une par branche), et la tension aux bornes de R .

R10. **Établir** l'équation différentielle vérifiée par $u_d(t)$ pour $t > T_a$, l'écrire sous forme canonique

$$\frac{du_d}{dt} + \frac{u_d}{\tau'} = \frac{u_d(\infty)}{\tau'}$$

Identifier les expressions de τ' en fonction de R , R_d et C , et de $u_d(\infty)$ en fonction de E , R et R_d .

Solution: Il y a 5 inconnues : i_d , u_d , i_c , u_R et i . Il faut donc 5 équations indépendantes.

Loi des mailles : $u_d - u_R - E = 0$ (1)

Loi des nœuds : $i = i_c + i_d$ (2)

Lois d'Ohm : $u_R = -Ri$ (3) et $u_d = R_d i_d$ (4)

Relation du condensateur : $i_c = C \frac{du_d}{dt}$ (5)

Cherchons à exprimer i , i_c et i_d en fonction de u_d afin d'injecter ces expressions dans la loi des nœuds :

$$(4) \Rightarrow i_d = \frac{u_d}{R_d} \text{ (4')} ; (3) \text{ dans (1) } u_d + Ri - E = 0, \text{ soit } i = \frac{E - u_d}{R} \text{ (1')}$$

$$(4'), (1') \text{ et (5) dans (2) : } \frac{E - u_d}{R} = C \frac{du_d}{dt} + \frac{u_d}{R_d}, \text{ soit } \frac{E}{R} = C \frac{du_d}{dt} + \frac{u_d}{R_d} + \frac{u_d}{R}$$

Ainsi $\frac{du_d}{dt} + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R_d} + \frac{1}{R} \right) u_d(t) = \frac{E}{RC}$, que l'on peut identifier à $\frac{du_d}{dt} + \frac{u_d}{\tau'} = \frac{u_d(\infty)}{\tau'}$

avec

- $\frac{1}{\tau'} = \frac{R + R_d}{RR_dC}$, soit $\tau' = \frac{R_dRC}{R_d + R}$

- et $\frac{u_d(\infty)}{\tau'} = \frac{E}{RC}$, soit $u_d(\infty) = \frac{E}{RC} \times \frac{R_dRC}{R_d + R}$, soit $u_d(\infty) = \frac{R_d}{R_d + R}E$

R11. **Résoudre** complètement l'équation différentielle Q10. (On fera attention au fait qu'ici l'instant initial correspond à l'instant T_a).

Solution: La solution générale de cette équation différentielle s'écrit $u_d(t) = u_{d,H}(t) + u_{d,P}$, avec :

- $u_{d,H}(t) = Ke^{-t/\tau'}$

- $u_{d,P}$ recherchée constante telle que $\frac{du_{d,P}}{dt} + \frac{u_{d,P}}{\tau'} = \frac{u_d(\infty)}{\tau'}$, soit $u_{d,P} = u_d(\infty)$

Solution générale : $u_d(t) = Ke^{-t/\tau'} + u_d(\infty)$



Remarque –

La condition initiale de cette deuxième phase est l'instant T_a , il faut rechercher K à l'instant T_a .

Or à $t = T_a^+ : Ke^{-T_a/\tau'} + u_d(\infty) = U_a$, soit $K = e^{T_a/\tau'}(U_a - u_d(\infty))$

Ainsi $u_d(t) = (U_a - u_d(\infty))e^{-(t-T_a)/\tau'} + u_d(\infty) = U_a + u_d(\infty)(1 - e^{-(t-T_a)/\tau'})$

R12. Sur le graphe de la question Q5, **représenter** l'allure de $u_d(t)$ pour $t > T_a$ une fois la lampe allumée.

Solution: Cf ci-dessus : en tirets

R13. 🎵 🎵 Sous quelle condition la lampe peut-elle s'éteindre ?

Solution: u_d diminue de U_a à l'instant T_a et atteint après un temps très long $u_d(\infty) = \frac{R_d}{R_d + R}E$. La lampe s'éteint à condition que la valeur atteinte par u_d au bout d'un temps très long soit inférieure à la tension d'extinction U_e . Il faut donc que $\frac{R_d}{R_d + R}E < U_e$

R14. 🎵 🎵 Si la condition précédente est remplie, **déterminer** l'instant T_e auquel la lampe s'éteint.

Solution: T_e est l'instant :

$$\begin{aligned} u_d(T_e) &= (U_a - u_d(\infty))e^{-(T_e - T_a)/\tau'} + u_d(\infty) = U_e \\ (U_a - u_d(\infty))e^{-(T_e - T_a)/\tau'} &= U_e - u_d(\infty) \\ e^{-(T_e - T_a)/\tau'} &= \frac{U_e - u_d(\infty)}{U_a - u_d(\infty)} \\ -\frac{T_e - T_a}{\tau'} &= \ln \left(\frac{U_e - u_d(\infty)}{U_a - u_d(\infty)} \right) \\ T_e &= T_a - \tau' \ln \left(\frac{U_e - u_d(\infty)}{U_a - u_d(\infty)} \right) \end{aligned}$$

Soit
$$t_e = T_a + \tau' \ln \left(\frac{U_a - \frac{R_d}{R_d + R} E}{U_e - \frac{R_d}{R_d + R} E} \right)$$

R15. 🎶 🎶 **Tracer** l'allure de u_d au-delà.

Solution: Cf ci-dessus.

Pour $t > T_e$ jusqu'à l'allumage suivant : :

Au-delà, en trait continu..