

# CONCOURS BLANC 2026

## ÉPREUVE de PHYSIQUE

Mardi 12 mai 2026 — De 13h30 à 17h30

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

PHYSIQUE - PCSI

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente à la fin de la copie,  
FIN

L'énoncé de cette épreuve comporte 10 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un.e candidat.e repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, elle/il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'elle/il est amené.e à prendre.

Informations aux candidat.e.s :

- Le sujet est constitué de problèmes totalement indépendants entre eux, que le/la candidat.e est libre d'aborder dans l'ordre de son choix.
- Les données numériques et valeurs des constantes physiques nécessaires sont regroupées en fin d'énoncé.
- Pour les applications numériques demandées on se contentera de 2 chiffres significatifs.
- Sauf si la question le demande explicitement, les résultats donnés sans aucun élément d'explication ou de justification ne se verront attribuer aucun point.

### Contenu du DS :

|              |                                                             |   |
|--------------|-------------------------------------------------------------|---|
| Problème I   | Émissions carbone d'une voiture thermique (Durée ~ 1 heure) | 2 |
| A            | Fonctionnement de la voiture thermique                      | 2 |
| B            | Étude théorique du rendement                                | 3 |
| Problème II  | Marcher à son rythme pour aller loin (Durée ~ 1 heure)      | 4 |
| Problème III | Expérience de Rüchardt (Durée ~ 2 heures)                   | 5 |
| A            | Photographie de l'expérience                                | 5 |
| B            | Détermination de la période des oscillations                | 6 |
| C            | Étude mécanique avec frottements                            | 6 |
| D            | Étude en régime sinusoïdal forcé                            | 8 |

## Problème I Émissions carbone d'une voiture thermique (Durée ~ 1 heure)

Dans son sixième rapport d'évaluation, le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC) estime à 56 gigatonnes d'équivalent CO<sub>2</sub> les émissions annuelles mondiales. Sur ce total, environ 15% sont imputées au secteur des transports (routier, aérien et maritime).

Dans ce problème, nous nous intéresserons au transport routier responsable de plus de la moitié de ces émissions.

### A Fonctionnement de la voiture thermique

On s'intéresse au fonctionnement d'une voiture Clio de la marque Renault dont les caractéristiques sont données dans le document 1.

Document 1 - Caractéristiques techniques d'une Renault Clio

| Moteur                                              |         |
|-----------------------------------------------------|---------|
| Carburant                                           | Essence |
| Cylindrée ( cm <sup>3</sup> )                       | 898     |
| Rapport de compression                              | 9,5 :1  |
| Puissance maximale (ch)                             | 90      |
| Couple maximal ( N · m )                            | 140     |
| Performances                                        |         |
| Vitesse maximale ( km · h <sup>-1</sup> )           | 178     |
| 0 – 100 km · h <sup>-1</sup> ( s)                   | 12,1    |
| Carburant                                           |         |
| Consommation à 100 km · h <sup>-1</sup> ( L/100 km) | 10      |
| Volume du réservoir (L)                             | 45      |

TABLE 1 – Caractéristiques de la voiture

Source : www.renaultgroup.com

On définit le rapport volumétrique comme le rapport  $\delta = \frac{V_h}{V_b}$  et la cylindrée comme le volume total admis par l'ensemble des cylindres du moteur lors de la phase d'admission.

Le moteur à essence de cette voiture utilise un mélange air-essence modélisé par un cycle thermodynamique de Beau de Rochas.

Ce cycle est constitué des phases successives suivantes :

- 0 → 1 : admission isobare et isotherme du mélange dans la chambre de combustion jusqu'au point mort haut de volume  $V_h$ . La quantité de matière de mélange admise sera notée  $n_e$  ;
- 1 → 2 : compression adiabatique réversible du mélange vers le point mort bas de volume  $V_b$  où le mélange est porté à une température de 614 K ;
- 2 → 3 : combustion isochore du mélange qui atteint une température de 1800 K ;
- 3 → 4 : détente adiabatique réversible du mélange jusqu'au point mort haut où le mélange descend à une température de 879 K ;
- 4 → 1 : ouverture de la soupape modélisée par un refroidissement isochore jusqu'à la température ambiante de 300 K ;
- 1 → 0 : éjection isobare et isotherme du mélange jusqu'au point mort bas.

Pour simplifier l'étude, on assimile le mélange air-essence à un système fermé constitué d'une quantité de matière  $n_e$  d'un gaz parfait diatomique de coefficient isentropique  $\gamma$ , hors étapes d'admission et d'éjection. On notera {GP} ce système.

On note respectivement  $W$ ,  $Q_c$  et  $Q_f$ , le travail reçu par le système de la part du rotor du moteur, le transfert thermique reçu par le système de la part de la source chaude et le transfert thermique reçu par le système de la part de la source froide sur un cycle. On note également d'un indice  $i$ , toute variable d'état associée à l'état  $i$ .

Q1. Identifier les sources chaude et froide, et donner leurs températures.

Q2. Donner, en justifiant, les signes de  $Q_f$ ,  $Q_c$  et de  $W$ .

Q3. Représenter le cycle dans le diagramme de Watt ( $P, V$ ). Commenter le sens de parcours du cycle représenté.

## B Étude théorique du rendement

Q4. Rappeler la relation de Mayer reliant les capacités thermiques à volume constant  $C_v$  et à pression constante  $C_p$  de {GP}.

En déduire les expressions de ces capacités thermiques en fonction de  $n_e$ ,  $\gamma$  et de  $R$ , la constante des gaz parfaits.

Q5. Exprimer  $Q_{23}$ , le transfert thermique reçu par {GP} lors de la phase  $2 \rightarrow 3$ , en fonction notamment des températures  $T_2$  et  $T_3$ .

Q6. Exprimer  $Q_{41}$ , le transfert thermique reçu par {GP} lors de la phase  $4 \rightarrow 1$ , en fonction notamment des températures  $T_1$  et  $T_4$ .

Q7. En déduire une expression du rendement du moteur  $\eta$  en fonction des températures  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$ .

Q8. Exprimer la température  $T_4$  en fonction de  $T_3$ ,  $V_b$ ,  $V_h$  et de  $\gamma$ .

Q9. Exprimer la température  $T_1$  en fonction de  $T_2$ ,  $V_b$ ,  $V_h$  et de  $\gamma$ .

Q10. En déduire l'expression de  $\eta$  en fonction de  $\delta$  et de  $\gamma$ .

L'application numérique donne  $\eta = 0,59$ . On utilisera cette valeur pour la suite.

Q11. Établir l'expression du rendement de Carnot  $\eta_c$  associé à ce cycle. Faire l'application numérique et commenter.

## Problème II Marcher à son rythme pour aller loin (Durée ~ 1 heure)

Le pas pendulaire effectué à la période propre de la jambe est le plus économe en énergie. La gravité devient l'allié naturel de nos muscles pour permettre le déplacement.

On se propose ici de déterminer la période propre d'oscillations d'une jambe adulte en utilisant un modèle mécanique simple.

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère cartésien  $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

On assimile la jambe à un solide rigide de masse  $m_o$  et de longueur  $d$  en rotation autour de l'axe horizontal  $(O, \vec{e}_x)$  fixe dans le référentiel d'étude.  $(O, \vec{e}_x)$  passe par la hanche du randonneur (il est sortant sur la figure 1). Le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe  $(O, \vec{e}_x)$  est notée  $J$ . On note  $H$  le centre d'inertie de la jambe situé à la distance  $d'$  de  $O$ .

$\gamma$  est l'angle entre la verticale passant par  $O$  et la droite  $(OH)$ .

La liaison pivot en  $O$  est supposée parfaite.

La jambe ne touche pas le sol dans cette étude.

On néglige tout frottement.

L'accélération de la pesanteur, notée  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ , est supposée uniforme.

Q12. Donner sans démonstration l'expression du moment cinétique scalaire,  $L_{Ox}$  de la jambe par rapport à l'axe  $(O, \vec{e}_x)$  en fonction de  $\gamma$  et  $J$ .

Q13. Exprimer le moment par rapport à  $(Ox)$  des actions mécaniques s'exerçant sur la jambe.

Q14. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $\gamma$ , caractérisant le mouvement de la jambe.

On souhaite retrouver cette équation à l'aide d'une méthode énergétique.

Q15. Donner sans démonstration l'expression de l'énergie cinétique de la jambe.

Q16. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur de la jambe en fonction de  $m_o$ ,  $g$ ,  $d'$ ,  $\gamma$  et d'une constante.

Q17. À l'aide d'un théorème énergétique, établir l'équation différentielle d'ordre 2 vérifiée par  $\gamma$  caractérisant le mouvement de la jambe.

Q18. En se plaçant dans l'approximation des petites oscillations, montrer que la période propre d'oscillations de la jambe est :  $T = \frac{2\pi\sqrt{J}}{\sqrt{m_o g d'}}$

Q19. Le moment d'inertie de la jambe est de la forme :  $J = k m_o d^2$  où  $k$  est une constante positive. Le centre d'inertie  $H$  de la jambe est situé à mi-hauteur de la jambe. En déduire que la période propre  $T$  de la jambe est indépendante de la masse et qu'elle est proportionnelle à la racine carrée de la longueur de la jambe.

Q20. Un randonneur adulte a une jambe d'environ 90 cm. La période d'oscillations de sa jambe est de 1,6 s. Quelle est la période propre d'oscillations de la jambe d'un randonneur enfant dont la jambe mesure environ 40 cm ?

Q21. À l'aide d'une description simple du pas effectué, montrer que la vitesse du randonneur, lorsqu'il respecte sa période d'oscillations naturelle, est proportionnelle à la racine carrée de la longueur de sa jambe. Montrer que la vitesse « naturelle » de l'enfant est environ 1,5 fois moins grande que celle de l'adulte.

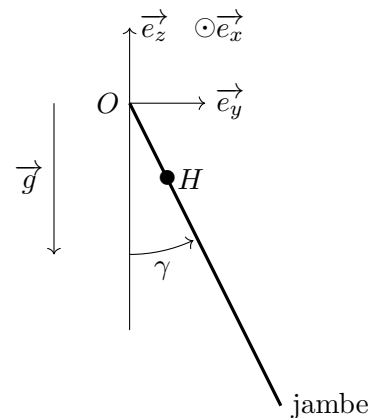


FIGURE 1 – Modélisation de la jambe

### Problème III Expérience de Rüchardt (Durée ~ 2 heures)

Les différentes parties sont indépendantes.

Ce sujet propose une étude de l'expérience de Rüchardt. Elle consiste à placer un gaz dans un récipient étanche muni d'un tube (figure 2). On ferme le tout par un piston qui peut librement coulisser dans le tube. Le diamètre du piston est du mieux possible égal à celui du tube, ce qui assure une étanchéité (pas de fuite de gaz).

Sous l'action de son poids, le piston commence à descendre. Ceci fait augmenter la pression dans le récipient, ce qui finit par arrêter la descente du piston, et par le faire remonter. Il s'en suit une série d'oscillations, comme on peut le voir sur la figure 3.

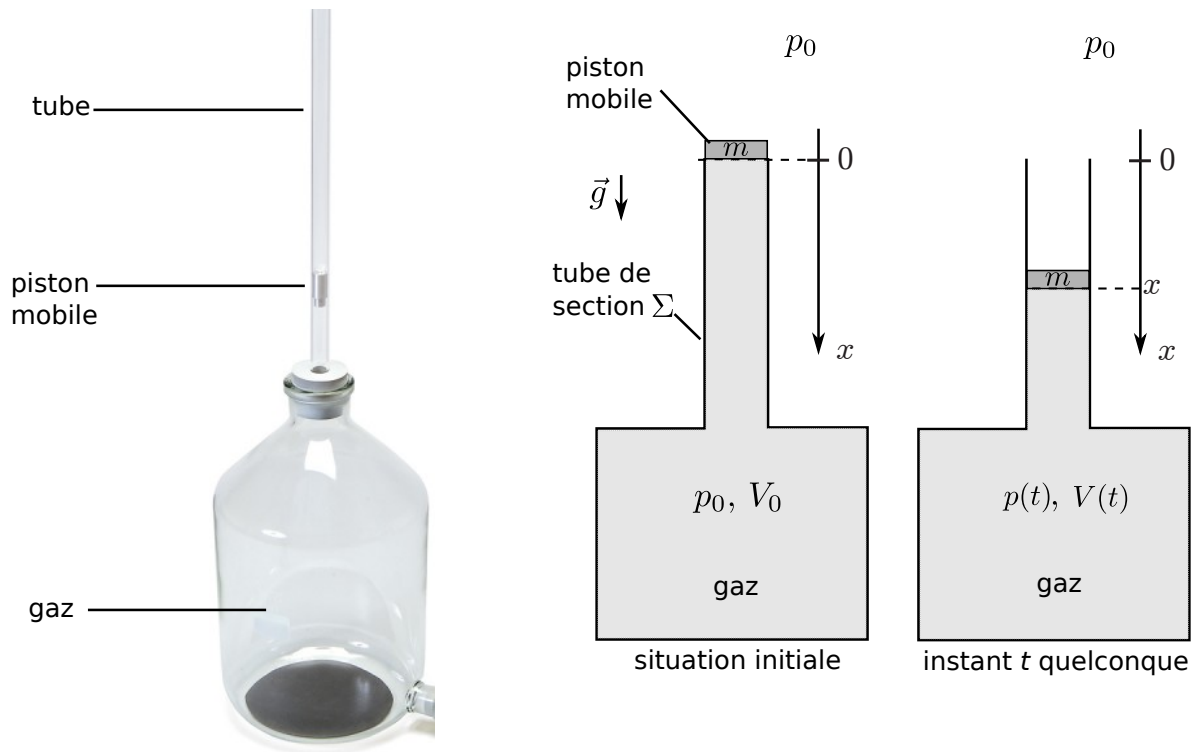


FIGURE 2 – Photographie et schéma de l'expérience

Proposée par Rüchardt en 1929, perfectionnée à plusieurs reprises, cette expérience et ses variantes ont permis des mesures extrêmement précises du coefficient adiabatique  $\gamma = C_p/C_V$  de divers gaz.

#### A Photographie de l'expérience

On souhaite photographier l'expérience, pour cela, on utilise une lentille convergente de distance focale  $f' = 10$  cm. L'expérience est située à la distance  $D = 30$  cm de l'appareil photographique.

Le capteur de l'appareil photographique, sur lequel se forme l'image, est une matrice rectangulaire de taille  $L \times \ell$  avec  $L = 36$  mm et  $\ell = 24$  mm constituée de pixels carrés de taille  $a$ . Le constructeur indique pour son capteur une résolution de 24 Mpixels.

Le piston oscille sur une distance d'environ 30 cm à une période de 1 seconde.

Q22. Rappeler les conditions de Gauss. Que permettent-elles ? Définir ce qu'est le stigmatisme approché.

Q23. Déterminer la valeur numérique de la distance  $D'$  entre le capteur et la lentille de l'objectif pour que l'image soit nette sur le capteur.

Q24. Déterminer la taille de l'image du piston sur le capteur sachant qu'il mesure 1 cm de haut.

Q25. Effectuer, sans chercher être à l'échelle, un schéma de la situation en traçant les rayons lumineux nécessaires.

Q26. Expliquer pourquoi si la durée d'exposition du capteur pendant la prise de la photographie est trop longue, la photo sera floue.

Calculer un ordre de grandeur de cette durée maximale d'exposition pour obtenir une photographie nette en fonction des paramètres pertinents, et proposer une application numérique.

## B Détermination de la période des oscillations

On utilise les notations de la figure 2. En particulier :

- $V_0$  est le volume initial de l'ensemble du gaz (récipient + partie dans le tube sous le piston).  
 $V(t)$  est le volume de ce même gaz, mais à un instant  $t$  quelconque. La pression du gaz est notée  $p(t)$  et sa température  $T(t)$ .
- La pression atmosphérique est  $p_0$ . C'est aussi la pression dans le récipient à l'instant initial.
- La section du tube est notée  $\Sigma$ .
- La masse du piston est  $m$  et l'intensité de la pesanteur est  $g$ .
- $\vec{e}_x$  est un vecteur unitaire descendant.

Q27. Rappeler la loi de Laplace reliant  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $p(t)$ ,  $V(t)$ , avec  $\gamma = C_p/C_V$  l'exposant adiabatique du gaz. Rappeler les hypothèses nécessaires pour que la loi de Laplace s'applique.

On suppose dans toute cette partie B que cette loi s'applique.

On admet que la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le piston se met sous la forme :

$$\vec{F} = -\gamma k x \vec{e}_x \quad (1)$$

Q28. En plus de  $\vec{F}$ , la seule autre force prise en compte comme agissant sur le piston est la force de pesanteur.

À l'aide d'une étude mécanique, établir une équation différentielle portant sur  $x(t)$ .

L'écrire sous une forme canonique en faisant intervenir la pulsation propre  $\omega_0$ . Donner l'expression de  $\omega_0$  en fonction de  $k$ ,  $\gamma$  et  $m$ .

Q29. Pour l'expérience considérée ici,  $m/k = 4,01 \times 10^{-2} \text{ s}^2$ . Le récipient étant rempli d'air, on mesure une période des oscillations  $T_0 = 1,08 \text{ s}$ . Exprimer  $\gamma$  en fonction de  $m/k$  et de  $T_0$ .

Pour information, l'application numérique donne  $\gamma = 1,36$ , et la valeur théorique est 1,4.

## C Étude mécanique avec frottements

Un pointage vidéo réalisé sur une expérience est montré sur la figure 3. L'amortissement de la courbe  $x(t)$  montre qu'il y a présence de dissipation (frottements solides ou fluides, échanges thermiques entre le gaz et le récipient, non uniformité de la pression, amortissement d'ondes acoustiques...). L'objectif de cette partie est de modéliser cette courbe, sans chercher à comprendre le détail du processus de dissipation.

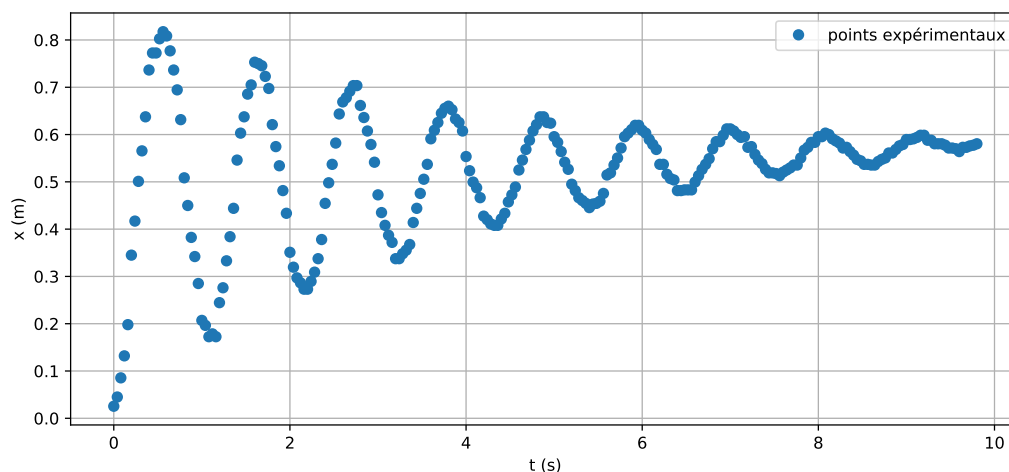


FIGURE 3 – Données issues d'un pointage vidéo. L'échelle des  $x$  est approximative, celle des  $t$  est précise.

Nous supposons que l'équation du mouvement du piston s'écrit sous la forme suivante, et nous allons tester si ceci permet une description correcte de l'enregistrement  $x(t)$  :

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = g \quad (2)$$

La pulsation propre de ce système est  $\omega_0$ , son expression théorique reste la même que précédemment. Le facteur de qualité  $Q$  traduit la présence plus ou moins forte de dissipation. Le second membre  $g$  est constant.

Q30. En vous aidant de la figure 3, et sans faire de calculs, donner en justifiant une valeur approchée de  $Q$ . Comment se nomme le type de régime dans lequel se trouve le système ?

Q31. Établir la forme générale des solutions  $x(t)$  de l'équation (2). Exprimer la pseudo-pulsation  $\Omega$ .

Q32. Déterminer l'expression de la position d'équilibre,  $x_{\text{eq}}$ .

Q33. Y a-t-il une différence significative entre la période propre  $T_0$  et la pseudo-période  $T$  ? Justifier.

Q34. Un modèle des données est représenté figure 4. En utilisant une de vos expressions précédentes, et les valeurs numériques en légende de la figure, en déduire une valeur approchée de  $Q$ .

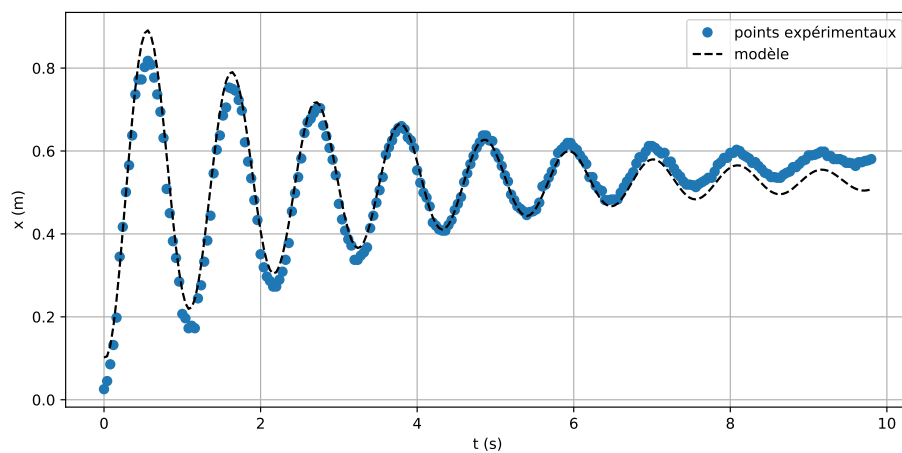


FIGURE 4 – Données et modèle du type  $C + (A * \cos(\Omega * t) + B * \sin(\Omega * t)) * \exp(-\mu * t)$ .

Le programme retourne, en unités cohérentes SI :

$\Omega = 5.83$ ,  $\mu = 0.30$ ,  $A = -0.43$ ,  $B = -0.059$ ,  $C = 0.53$

## D Étude en régime sinusoïdal forcé

En 1940, Clark et Katz modifient la méthode de Rüchardt afin d'en améliorer la précision. Ils obtiennent des valeurs de  $\gamma$  associées à des incertitudes relatives de l'ordre de 0,1%, et qui serviront de référence pour la dizaine d'années qui suivent.

Par rapport à la méthode de Rüchardt, ils procèdent à deux modifications principales :

- Le piston mobile sépare maintenant, de façon étanche, deux compartiments. Son oscillation n'est plus verticale, mais horizontale.
- Un électroaimant exerce une force  $\vec{F}_E(t) = F_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$  sur le piston mobile.

On admet que sous certaines hypothèses, tout ceci modifie l'équation du mouvement pour donner :

$$m\ddot{x} = -\gamma kx - \lambda\dot{x} + F_E(t) \quad (3)$$

avec  $\lambda$  un coefficient de frottement,  $k$  une constante de raideur qui dépend, comme dans le cas précédent, de la géométrie du système et de la pression du gaz au repos, et  $F_E(t) = F_0 \cos(\omega t)$  un forçage à la pulsation  $\omega$  imposée.

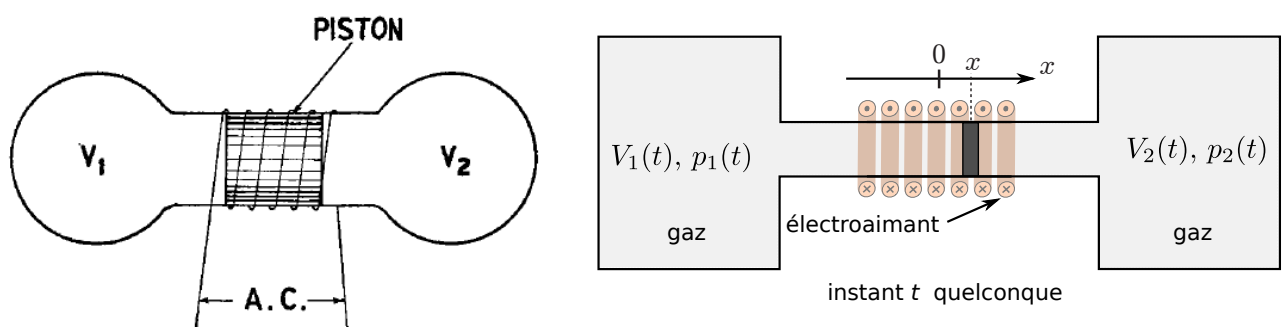


FIGURE 5 – schéma de la manipulation, à gauche issue de l'article original (source : <https://doi.org/10.1139/cjr40a-002>), à droite retravaillée

### D.1 Mise en équation

Clark et Katz exploitent le phénomène de résonance. Pour le mettre en évidence, nous utilisons la notation complexe (avec  $j$  le nombre complexe tel que  $j^2 = -1$ ) :

- le signal  $F_E(t) = F_0 \cos(\omega t)$  est représenté par  $\underline{F}_E(t) = F_0 e^{j\omega t}$  ;
- la position de la masse est du type  $x(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , représentée par  $\underline{x}(t) = \underline{X}_0 e^{j\omega t}$ , avec l'amplitude complexe  $\underline{X}_0 = X_0 e^{j\varphi}$ .

Q35. À partir de l'équation (3), établir une expression de l'amplitude complexe  $\underline{X}_0$ . L'écrire sous la forme

$$\underline{X}_0 = \frac{A}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (4)$$

On donnera les expressions de  $A$ ,  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $F_0$ ,  $\lambda$ ,  $k$ ,  $\gamma$  et  $m$ .

Le candidat pourra admettre cette relation (4) pour poursuivre.

Q36. Donner l'expression de l'amplitude  $X_0$  du signal  $x(t)$ , en fonction de  $\omega$ ,  $\omega_0$ ,  $Q$  et  $A$ .

Q37. Indiquer vers quoi tend  $X_0$  lorsque la pulsation du forçage  $\omega$  tend vers 0, puis lorsqu'elle tend vers  $+\infty$ .

Q38. On pose  $u = \omega/\omega_0$ . Expliquer pourquoi la recherche d'un maximum de la fonction  $X_0(\omega)$  est équivalente à la recherche d'un minimum pour la fonction  $f(u) = (1 - u^2)^2 + u^2/Q^2$ .

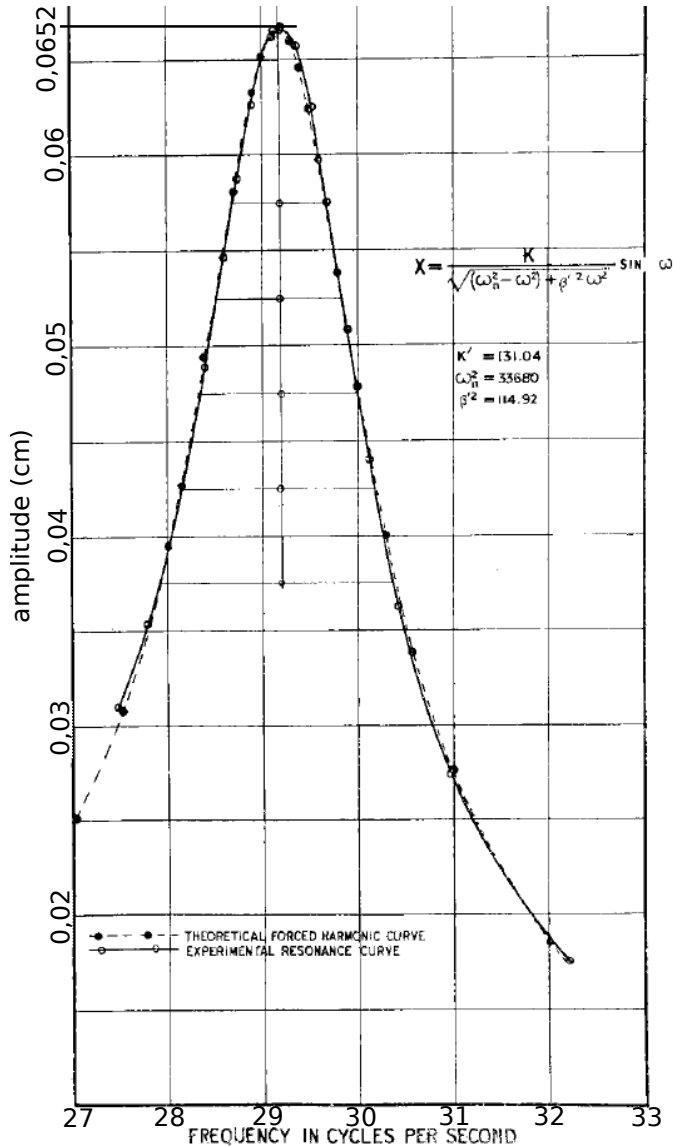
Q39. Montrer que  $f$  admet un minimum en  $u \neq 0$  seulement si  $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Déterminer alors l'expression de  $u$ , noté  $u_r$ , pour lequel  $f$  est minimale.

Q40. On note  $\omega_r$  la pulsation non nulle pour laquelle  $X_0(\omega)$  est maximale, lorsque  $Q > 1/\sqrt{2}$ . Déterminer l'expression de  $\omega_r$  en fonction de  $\omega_0$  et de  $Q$ . Que dire du rapport  $\omega_r/\omega_0$  lorsque  $Q \approx 10$  comme ici ?

Q41. Tracer l'allure de la courbe  $X_0(\omega)$ , en précisant les expressions en  $\omega = 0$  et  $\omega = \omega_0$ .

## D.2 Exemples de résultats

Clark et Katz exploitent la mesure de  $\omega_r$  pour remonter à celle de  $\gamma$ . Ils prennent en compte diverses corrections non abordées ici (écart aux gaz parfaits, mise en mouvement du gaz, non adiabaticité..). La figure 6 montre des exemples de valeurs obtenues.



|                |                    |
|----------------|--------------------|
| July 15, 1938: | 1.401 <sub>6</sub> |
|                | 1.401 <sub>4</sub> |
|                | 1.401 <sub>3</sub> |
| Feb. 24, 1939: | 1.401 <sub>3</sub> |
|                | 1.400 <sub>8</sub> |
|                | 1.401 <sub>0</sub> |
| March 7, 1939: | 1.401 <sub>2</sub> |
|                | 1.400 <sub>9</sub> |
| Average        | 1.401 <sub>2</sub> |

FIGURE 6 – Gauche : courbe de  $X_0$  en fonction de la fréquence (en Hz) obtenue par Clark et Katz. Droite : valeurs obtenues pour du diazote, sous 1 bar, lors de différentes répétitions de l'expérience. (source : [doi.org/10.1139/cjr40a-003](https://doi.org/10.1139/cjr40a-003))

Q42. On note  $\gamma_i$  la valeur numéro  $i$  de  $\gamma$  obtenue par Clark et Katz sur la figure 6 (droite). Il y a  $N = 8$  valeurs. "Average" est la moyenne de ces 8 valeurs.

Quelle opération effectuer pour évaluer l'incertitude-type sur cette valeur moyenne ?

Q43. On souhaite estimer la valeur du facteur de qualité  $Q$  pour l'expérience de la figure 6 (gauche). On rappelle que les fréquences de coupures  $f_{c,1}$  et  $f_{c,2}$  sont définies comme celles pour lesquelles  $X_0(f) = (X_0)_{\max} / \sqrt{2}$ . Pour une résonance assez piquée comme ici, on a la relation

$$|f_{c,1} - f_{c,2}| \approx \frac{f_r}{Q}$$

avec  $f_r$  la fréquence de résonance. On donne  $\sqrt{2} \approx 1,4$ .

Exploiter la figure 6 (gauche) pour en déduire une valeur de  $Q$ . Expliquer votre démarche, par exemple à l'aide d'une reproduction de l'allure de la figure 6 sur votre copie. On arrondira raisonnablement les valeurs pour faire les applications numériques.

On s'intéresse ensuite aux valeurs de  $\gamma$  obtenues. La valeur prédite par la théorie, pour un gaz parfait diatomique, est  $\gamma = 1,4$ .

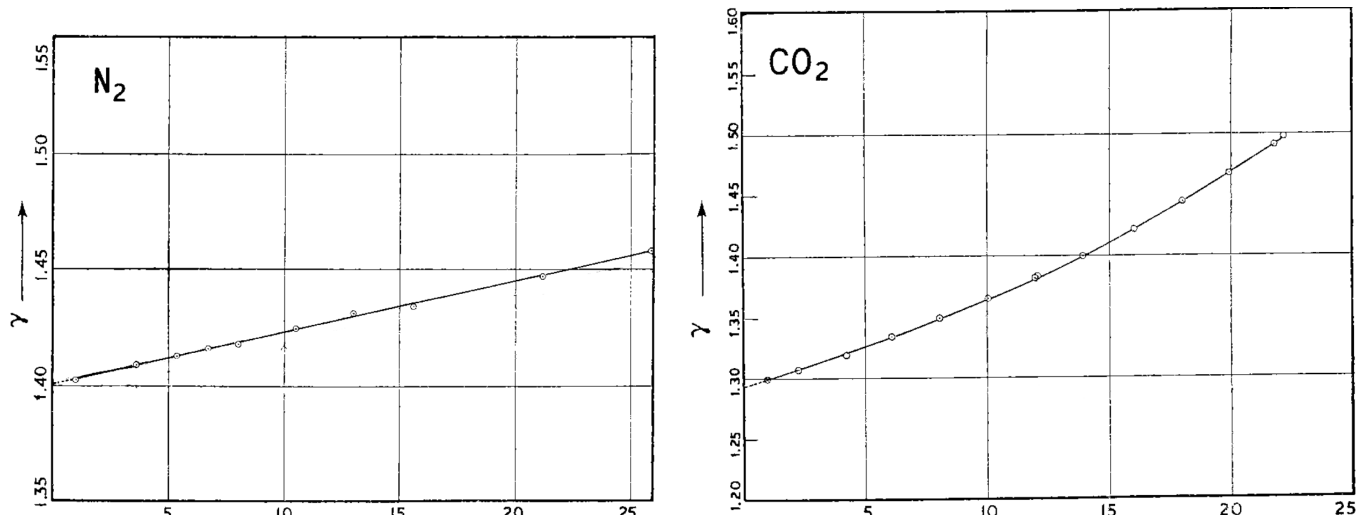


FIGURE 7 – valeurs de  $\gamma$  obtenues par Clark et Katz, à différentes pressions.  
Gauche : pour  $N_2$ . Droite : pour  $CO_2$

- Q44. On considère les résultats pour le diazote  $N_2$  (figure 7, gauche). Qu'est-ce qui explique les écarts de plus en plus importants à la valeur 1,4 à mesure que la pression augmente ?
- Q45. On considère les résultats pour le  $CO_2$  (figure 7, droite). Qu'est-ce qui explique les écarts importants à la valeur 1,4, même à basse pression ?