

CONCOURS BLANC 2026

ÉPREUVE de PHYSIQUE

Mardi 12 mai 2026 — De 13h30 à 17h30

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

Les candidat.e.s sont prié.e.s de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

PHYSIQUE - PCSI

Les candidat.e.s sont prié.e.s de mentionner de façon apparente à la fin de la copie,
FIN

L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un.e candidat.e repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, elle/il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'elle/il est amené.e à prendre.

Informations aux candidat.e.s :

- Le sujet est constitué de problèmes totalement indépendants entre eux, que le/la candidat.e est libre d'aborder dans l'ordre de son choix.
- Pour les applications numériques demandées on se contentera de 2 chiffres significatifs.
- Sauf si la question le demande explicitement, les résultats donnés sans aucun élément d'explication ou de justification ne se verront attribuer aucun point.

Contenu du DS :

Problème I	Un moteur à essence turbocompressé (<i>Durée ~ 1 heure</i>)	2
A	Rendement du moteur	2
B	Thermodynamique des gaz	2
C	Le cycle moteur à quatre temps	3
Problème II	Expérience d'EÖTVÖS (<i>Durée ~ 30 minutes</i>)	4
Problème III	Photographie (<i>Durée ~ 2h30</i>)	6
A	Objectif de l'appareil photographique	6
B	Accéléromètre à détection capacitive	7

Problème I Un moteur à essence turbocompressé (Durée ~ 1 heure)

DONNÉES

Aide de calcul : $9^{1/5} = 1,6$; $9^{2/5} = 2,4$

Le moteur qui équipe les automobiles thermiques peut être décrit comme une machine ditherme à air (on néglige la quantité de carburant et les gaz brûlés devant l'air au niveau des pistons) fonctionnant de manière pseudo-cyclique (l'air rejeté par la ligne d'échappement n'est évidemment pas le même que celui qui est admis dans le filtre à air, mais il est en même quantité). On caractérise un tel moteur par les températures de la «source froide» T_f (en pratique c'est celle de l'air ambiant et on prendra $T_f = 27^\circ\text{C}$) et de la «source chaude» T_c (au moins égale à celle du point le plus chaud du cycle, après la combustion du carburant).

A Rendement du moteur

Q1. Définir le rendement η d'un tel moteur thermique ditherme.

Énoncer et démontrer avec soin le théorème de Carnot.

Certains véhicules sont mus par un moteur à essence à quatre temps ; le carburant utilisé est de l'Eurosuper 95 produisant, par combustion totale, une énergie $W_v = 3,6 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{L}^{-1}$ (joules produits par litre de carburant consommé). En circulant à la vitesse stabilisée $v = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sur route horizontale, le moteur du véhicule étudié ici développe la puissance $\mathcal{P} = 18 \text{ kW}$ (pour vaincre essentiellement les frottements aérodynamiques) et consomme une quantité q égale à 5,4 litres de carburant pour parcourir 100 km.

Q2. Déduire des données ci-dessus le rendement réel η_r du moteur.

Quelle inégalité concernant T_c peut-on déduire du théorème de Carnot ?

Cette inégalité est-elle vérifiée en pratique, sachant que dans le moteur étudié la température est $T_c \simeq 2000 \text{ K}$?

B Thermodynamique des gaz

Une quantité donnée de gaz est caractérisé par ses fonctions d'état énergie interne U et enthalpie H et par leurs dérivées $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ et $C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$ qui sont les capacités thermiques du gaz. On définit le rapport adiabatique $\gamma = C_P/C_V$; dans ce qui suit ce rapport γ est supposé constant.

Q3. De quel(s) paramètre(s) thermodynamique(s) dépendent les fonctions U et H dans le cadre du modèle du gaz parfait ?

En déduire les expressions de C_P et C_V en fonction de la quantité de matière n , du rapport adiabatique γ et d'une constante fondamentale.

On admettra l'expression de l'entropie molaire $S_m(T, V)$ d'un gaz parfait de température T et de volume V :

$$S_m(T, V) = S_m(T_0, V_0) + \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}$$

Q4. En déduire la relation de LAPLACE qui relie les variations de pression P et de volume V évoluant de manière isentropique depuis un état initial (P_0, V_0) .

C Le cycle moteur à quatre temps

Le moteur à quatre temps a été décrit pour la première fois en 1862 par l'ingénieur Alphonse Beau. Ce cycle est décrit par l'air (pris à l'extérieur à la pression atmosphérique p_0), assimilé à un gaz parfait diatomique, qui évolue entre un volume minimal V_1 et un volume maximal.

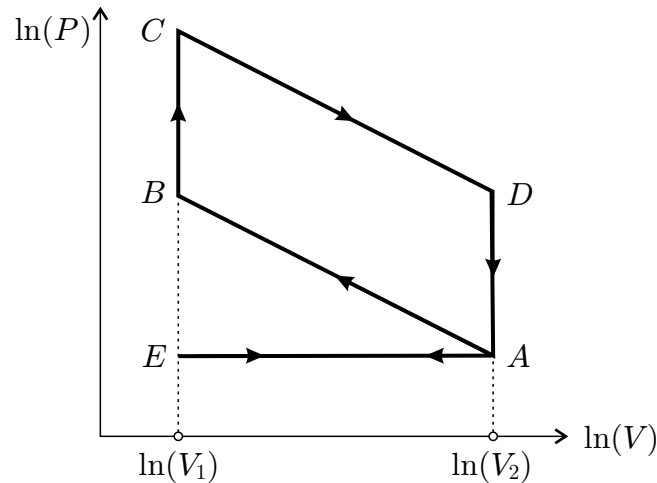


FIGURE 1 – Cycle moteur de Beau à quatre temps en échelle logarithmique

$V_2 = \alpha V_1$ avec le taux de compression $\alpha > 1$. Il est représenté sur la figure 1 en échelle doublement logarithmique dans le diagramme de Clapeyron.

Ce cycle comporte :

- Une phase d'admission EA de l'air extérieur dans les cylindres du moteur ;
- Une phase de compression adiabatique AB de l'air enfermé dans le piston (mélangé avec un peu d'essence) suivie de la combustion BC quasiment instantanée provoquée par une étincelle produite par le système électrique d'allumage ;
- Une phase motrice de détente adiabatique CD de l'air (et du combustible brûlé) jusqu'à l'ouverture en D des soupapes d'échappement avec chute brutale DA de la pression ;
- Une phase d'échappement AE évacuant les gaz brûlés avant la reprise du cycle.

Dans toute la suite de l'étude les phases d'échappement AE et d'admission EA ne jouent aucun rôle et on pourra donc les ignorer.

- Q5. On considère d'abord que toutes les évolutions au sein du cycle $ABCD AEA$ sont réversibles. Montrer que les transformations AB et CD sont décrites par deux droites parallèles et déterminer leur pente commune $p_{rv} < 0$.
- Q6. Reproduire sur votre copie le diagramme de la figure 1 en y ajoutant les isothermes de températures T_f (température minimale du cycle) et T_c (température maximale du cycle).
- Q7. Exprimer les transferts thermiques sur les phases AB, BC, CD et DA en fonction des températures T_A, T_B, T_C et T_D aux divers points du cycle.
En déduire l'expression η_{rv} du rendement du cycle moteur de la figure 1 en fonction des températures puis en déduire que $\eta_{rv} = 1 - \alpha^{1-\gamma}$.
- Q8. Pour le moteur étudié ici $\alpha = 9$ et on prendra pour l'air $\gamma = 1,4$. Calculer η_{rv} et commenter.

En réalité l'hypothèse de réversibilité des transformations adiabatiques AB et CD n'est pas réaliste ; pour s'approcher du rendement réel on la remplace par un modèle amélioré, toujours adiabatique mais non réversible, dans lequel le cycle devient $AB'C'D'A$, mais on suppose toujours que AB' et $C'D'$ sont des droites de pentes (négatives) respectives p'_{comp} et p'_{det} pour la compression AB' et la détente $D'A$.

- Q9. En application du second principe montrer que $p'_{comp} < p_{rv} < p'_{det}$.

Problème II Expérience d'EÖTVÖS (Durée ~ 30 minutes)

Un aspect fondamental de la gravitation est le principe d'équivalence. Introduit par Galilée au début du XVII^e siècle alors qu'il étudiait la chute des corps, il fût le point de départ du développement de la théorie de la gravitation. Un peu moins d'un siècle plus tard, Newton fut le premier à décrire l'interaction gravitationnelle par une formule. Il en déduisit la version la plus élémentaire du « principe d'équivalence faible » : la trajectoire d'un corps tombant en chute libre ne dépend ni de sa structure, ni de sa composition.

Ce problème propose une description de l'expérience d'Eötvös, ayant permis dès la fin du XIX^e siècle, de valider une version réduite du principe d'équivalence avec une grande précision pour l'époque. L'expérience d'EÖTVÖS utilise un pendule de torsion. Dans le dispositif simplifié, représenté sur la figure 2 ci-dessous, deux sphères appelées S_1 et S_2 , homogènes de nature différente et de même masse pesante m ont leurs centres d'inertie placés aux extrémités d'une barre rigide, de masse M et de longueur $2L$, suspendue en son centre à un fil de quartz très fin, de constante de torsion C . On note m_{i1} et m_{i2} les masses inertielles respectives de S_1 et de S_2 . La barre est libre de tourner autour de l'axe Oz en tordant plus ou moins le ruban de suspension. On suppose que la barre reste tout le temps de l'expérience dans le plan orthogonal à l'axe Oz .

Le dispositif est placé de sorte qu'à l'équilibre, la barre soit normale au plan méridien à la latitude λ . Sa position est alors repérée par réflexion d'un faisceau lumineux sur un miroir plan, fixé au milieu de la barre, à l'aide d'une lunette.

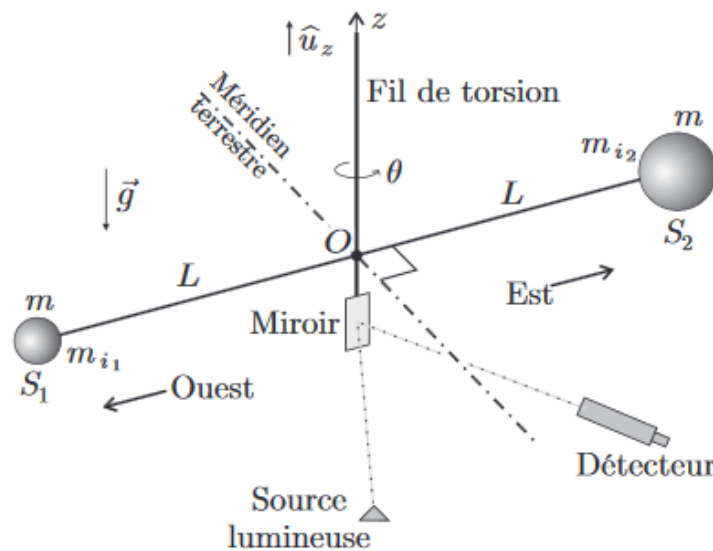


FIGURE 2 – Dispositif d'EÖTVÖS

On note $\mathcal{R}$ le référentiel du laboratoire centré sur O et supposé galiléen dans cette sous-partie où l'objectif est la détermination de la constante de torsion C du pendule.

On note J_0 le moment d'inertie de la barre par rapport à l'axe vertical (Oz) et J le moment d'inertie du système $S = \{\text{barre} + \text{sphères}\}$ par rapport à (Oz).

On repère la position de la barre à l'instant t par l'angle de torsion $\theta(t)$. On fait tourner le système d'un angle θ_m puis on le lâche sans vitesse initiale. Le fil exerce alors sur la barre un couple de rappel dont le moment par rapport à (Oz) a pour intensité $\mathcal{M}_{Oz} = -C(\theta(t) - \theta_0)$, l'angle θ_0 repère la position de la barre en l'absence de torsion.

On définit l'énergie potentielle associée à un couple de forces conservatif par la relation $\mathcal{M}_{Oz} = -\frac{d\mathcal{E}_p}{d\theta}$ où $\mathcal{M}$ est le moment du couple par rapport à l'axe de rotation.

Q10. En déduire l'expression de l'énergie potentielle associée au couple de torsion. On choisira $\mathcal{E}_p(\theta_0) = 0$.

En déduire l'expression de l'énergie mécanique de S en fonction de C , J , θ , θ_0 et $\dot{\theta}$.

Q11. On fait l'hypothèse que la puissance totale des forces de frottement peut se mettre sous la forme

$\mathcal{P}_{\text{frot}} = -\alpha\dot{\theta}^2$ où α est une constante positive. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$.

Q12. On observe des oscillations très faiblement amorties.

Quelle est la condition satisfaite par les constantes C , J et α ?

Préciser la forme de la solution sans déterminer l'expression exacte des deux constantes d'intégration.

Quelle est la valeur θ_∞ de $\theta(t)$ lorsque $t \rightarrow \infty$?

Exprimer la pseudo-période T du mouvement en fonction de la période propre T_0 et de la constante $\varepsilon = \frac{\alpha}{2\sqrt{JC}} \ll 1$.

À quelle condition sur ε , l'erreur relative introduite par l'approximation $T \approx T_0$ est-elle inférieure à 1 % ?
 Cette condition est supposée vérifiée par la suite.

On note J_1 les moments d'inertie, considérés égaux, de chacune des deux sphères par rapport à l'axe vertical passant par leurs centres respectifs.

On admettra que si le principe d'équivalence faible s'applique alors $J = J_0 + 2J_1 + 2mL^2$.

On mesure la période T des oscillations pour différentes valeurs de la longueur L avec des sphères de masse pesante $m = 0,2$ kg.

Les résultats sont consignés dans le tableau ci-contre :

L [m]	$6,0 \cdot 10^{-2}$	$7,0 \cdot 10^{-2}$	$8,0 \cdot 10^{-2}$
T [s]	436	509	581
T^2 [s ²]	$1,9 \cdot 10^5$	$2,6 \cdot 10^5$	$3,4 \cdot 10^5$

Q13. En utilisant les résultats précédents, écrire la relation entre T^2 , L^2 , J_0 , J_1 , m et C .

À partir des résultats de mesure, donner une estimation de la valeur de la constante de torsion C .

Compte-tenu des ordres de grandeurs des différents termes intervenant dans l'expression de T , montrer que l'on peut écrire : $m \approx \frac{C}{8\pi^2} \frac{T^2}{L^2}$.

Problème III Photographie (Durée ~ 2h30)

« Photographe, c'est savourer la vie intensément, à chaque centième de seconde. »

Marc Riboud

Les appareils photographiques actuels, qu'ils soient intégrés à un smartphone ou non, combinent des technologies relevant à la fois de l'optique géométrique, de la mécanique vibratoire et de l'électronique embarquée. Le choix de l'objectif, l'obtention d'une profondeur de champ suffisante et la maîtrise du flou de bougé imposent une compréhension fine de la formation des images. Parallèlement, la stabilisation optique moderne repose sur des capteurs inertiels miniaturisés, notamment des accéléromètres MEMS capacitifs, dont le fonctionnement exploite les lois de la mécanique, de l'électrostatique et des circuits oscillants.

Dans ce sujet, on s'intéresse au fonctionnement physique d'un appareil photographique avec stabilisateur d'image : on étudiera d'abord la formation géométrique de l'image et ses contraintes, puis la détection et la correction des vibrations à l'aide d'un capteur capacitif dont la réponse mécanique et électrique sera modélisée.

A Objectif de l'appareil photographique

Cette partie est composée de deux sous-parties indépendantes.

A.1 Objectif et téléobjectif

Cette partie traite de la comparaison entre l'encombrement d'un téléobjectif composé de deux lentilles et d'un objectif composé d'une unique lentille permettant de former une même image d'un objet situé à une grande distance du photographe.

On modélise l'objectif d'un appareil photographique par une lentille L_1 que l'on associe à un capteur CCD de taille $15,8 \times 23,6 \text{ mm}^2$. La lentille L_1 est convergente de vergence $V_1 = 5,0 \delta$. La distance entre la lentille L_1 et le capteur, notée Δ , est appelée encombrement de l'appareil. Cet appareil photographique est utilisé pour photographier un animal de hauteur 80 cm situé à 200 m.

Q14. À quelle distance de la lentille d'entrée L_1 faut-il placer le capteur pour former une image nette ?

Q15. Réaliser un schéma représentant la situation, on fera apparaître la lentille L_1 , ses foyers objet et image, ainsi que le capteur CCD que l'on placera en accord avec la question précédente.

Q16. Quel est l'encombrement Δ de l'appareil photographique ?

Q17. Quelle est la taille de l'image obtenue sur le capteur ?

On remplace l'objectif simple par un téléobjectif constitué de la même lentille d'entrée L_1 associée à une seconde lentille L_2 placée à une distance 15,5 cm derrière la lentille d'entrée L_1 . Cette seconde lentille est divergente, de vergence -20δ . La distance entre la lentille L_1 et le capteur, notée Δ' , est appelée encombrement du téléobjectif. On photographie le même animal de hauteur 80 cm toujours situé à 200 m.

Q18. À quelle distance de lentille d'entrée L_1 faut-il placer le capteur pour former une image nette ? On donnera un résultat à deux chiffres significatifs.

Q19. Réaliser un schéma représentant la situation, on fera apparaître les lentilles L_1 et L_2 , leurs foyers objet et image, ainsi que le capteur CCD que l'on placera en accord avec la question précédente.

Q20. Quel est alors l'encombrement Δ' du téléobjectif ?

Q21. Quelle est la taille de l'image formée à l'aide du téléobjectif ?

Q22. Quelle serait la distance focale d'un téléobjectif mono-lentille constitué d'une seule lentille convergente et qui permettrait de former une image de la même taille que celle obtenue à l'aide du téléobjectif ? Quel serait l'encombrement d'un tel appareil photographique ?

A.2 Profondeur de champ

L'appareil photographique est désormais utilisé pour photographier l'image d'un objet A placé à 6 cm de l'objectif sur l'axe optique. On modélise l'objectif de l'appareil photographique par une lentille simple de distance focale 2 cm.

Q23. Rappeler ce que sont les conditions de Gauss.

Définir la notion de stigmatisme rigoureux et approché.

Q24. Réaliser un schéma à l'échelle de la situation décrite ci-dessus en y faisant également apparaître l'image A' conjuguée à l'objet A par la lentille.

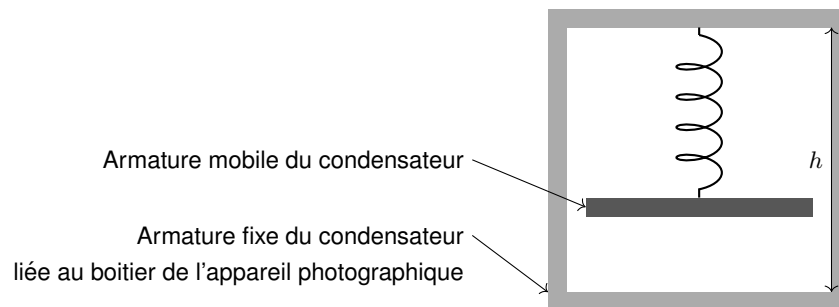
- Q25. Ajouter sur votre schéma un diaphragme de 6 cm de diamètre centré sur l'axe optique accolé à la lentille, ainsi que le pixel central du capteur placé dans le plan de l'image A , centré sur l'axe optique et de taille 1 cm.
Construire graphiquement les positions extrêmes de l'objet A (notées A_1 et A_2) respectant les conditions assurant un stigmatisme approché.
Mesurer la profondeur de champ p à l'aide de votre schéma.
- Q26. Réaliser un nouveau schéma et déterminer la nouvelle profondeur de champ p' pour un diaphragme de diamètre 4 cm centré sur l'axe optique. Quelle est l'influence du diamètre du diaphragme sur la profondeur de champ ?

B Accéléromètre à détection capacitive

Cette partie est composée de deux sous-parties indépendantes.

B.1 Filtrage mécanique

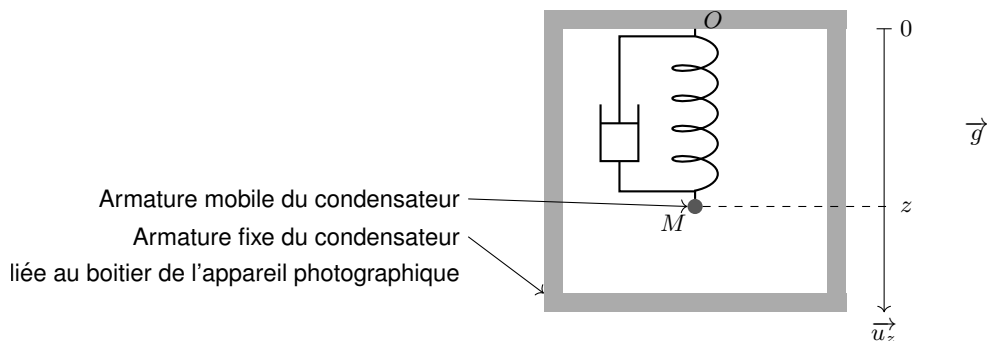
L'intégralité des appareils photographiques numériques modernes sont équipés d'accéléromètres afin de stabiliser l'image lors d'une prise de vue. Cet outil est particulièrement utile lors d'une photographie réalisée avec une grande focale afin de compenser les tremblements de la main du photographe. On se propose d'étudier ici un accéléromètre à détection capacitive. Un conducteur suspendu par un ressort constitue l'armature mobile d'un condensateur, tandis que le boîtier de l'appareil photographique (supposé fixe) porte la seconde armature composant le condensateur. La mesure de la capacité du condensateur permet d'estimer le mouvement engendré par les tremblements du photographe. On note h la hauteur totale de la cavité dans laquelle l'armature mobile est libre de se déplacer.



On modélise mécaniquement l'armature mobile par une masse ponctuelle M de masse m , suspendue à un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k , dont l'autre extrémité est fixée en O un point solidaire de l'appareil photographique. Le système d'amortissement est modélisé par une force de frottement de la forme

$$\vec{F}_f = -\alpha \vec{v}$$

avec $\vec{v}$ la vitesse du point M par rapport au boîtier de l'appareil photographique.



On cherche à exprimer l'amplitude des vibrations, notée Z_M , engendrées par les tremblements de la main du photographe. Les tremblements de la main du photographe sont modélisés par un mouvement sinusoïdal vertical du point O avec une pulsation ω et une amplitude Z_O

$$z_O(t) = Z_O \cos(\omega t)$$

La position de la masse M est repérée dans le référentiel de l'appareil photographique par sa position verticale z .

- Q27. On note z_{eq} la position d'équilibre de la masse M dans le référentiel de l'appareil photographique. Déterminer son expression en fonction de la longueur à vide ℓ_0 du ressort, de la masse m de l'armature mobile, de l'intensité du champ de pesanteur terrestre g et la constante de raideur k .

Q28. Établir l'équation différentielle du mouvement de la masse M dans le référentiel de l'appareil photographique. L'équation fera apparaître le coefficient de frottement α , la constante de raideur k , la masse m , la position d'équilibre z_{eq} , la pulsation ω et l'amplitude Z_O .

Indication : Le référentiel de l'appareil photographique étant en mouvement dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$, il n'est pas galiléen, et il faut ajouter au bilan des forces la force $\vec{f}_{ie} = -m\vec{a}(O/\mathcal{R}_T) = -m\ddot{z}_O\vec{u}_z$.

Dans la suite on note $Z = z - z_{eq}$ la position de la masse M par rapport à sa position d'équilibre.

Q29. Montrer que l'équation du mouvement de M peut se mettre sous la forme

$$\ddot{Z} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{Z} + \omega_0^2 Z = Z_O\omega^2 \cos(\omega t)$$

Donner l'expression des paramètres ω_0 et Q .

On s'intéresse désormais au mouvement de la masse M en régime sinusoïdal permanent établi.

Q30. Justifier que la quantité $Z(t)$ peut s'écrire sous la forme

$$Z(t) = Z_M \cos(\omega t + \phi)$$

Que sont les quantités Z_M , ω et ϕ ?

Q31. À l'aide d'un passage aux complexes, exprimer Z_M en fonction de Z_O , Q et de la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$.

Q32. Quelle est la nature du filtre associé à $Z_M(x)$?

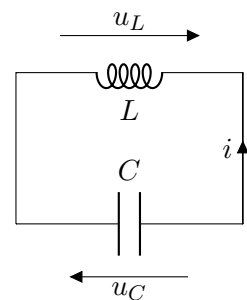
Q33. Montrer que $Z_M(x)$ passe par un maximum en $x = x_r$ si $Q > 1/\sqrt{2}$ et préciser l'expression x_r .

Q34. Étudier les asymptotes basse et haute fréquences de $Z_M(x)$ puis tracer sur un même graphique l'allure de la courbe $Z_M(x)$ pour $Q_1 < 1/\sqrt{2}$ et $Q_2 > 1/\sqrt{2}$.

Q35. La main d'un photographe vibre de 2 mm à une fréquence de 10 Hz, quelle est l'amplitude du mouvement du capteur Z_M dans ces conditions ? On prendra $\omega_0 = 2 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $Q = 20$ pour l'application numérique.

B.2 Mesure de la capacité

Une mesure directe de capacité n'est pas chose simple. Afin de mesurer la capacité de l'accéléromètre, ce dernier est associé à une bobine d'inductance L afin de former un oscillateur LC dont la fréquence des oscillations dépend de la capacité C de l'accéléromètre, capacité qui est elle-même liée aux vibrations du boîtier engendrés par les tremblements de la main du photographe.



Q36. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur.

Q37. Exprimer la fréquence des oscillations du signal u_C en fonction de la capacité C de l'accéléromètre.

Q38. On suppose que, lors de l'utilisation de l'appareil photographique, la capacité varie faiblement autour de sa valeur en l'absence de vibration C_0 de telle façon que $C = C_0 + \Delta C$ avec $\Delta C \ll C_0$. Montrer à l'aide d'un développement limité que l'on peut écrire

$$f = f_0 \left(1 - \frac{\Delta C}{2C_0} \right)$$

en précisant l'expression de f_0 en fonction de L et C_0 .