



## Optique

# Chapitre O3 Interférences par division d'amplitude : interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson a été développé à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle par Albert MICHELSON.



FIGURE 1 – Albert Abraham MICHELSON (Physicien Américain (1852-1931))

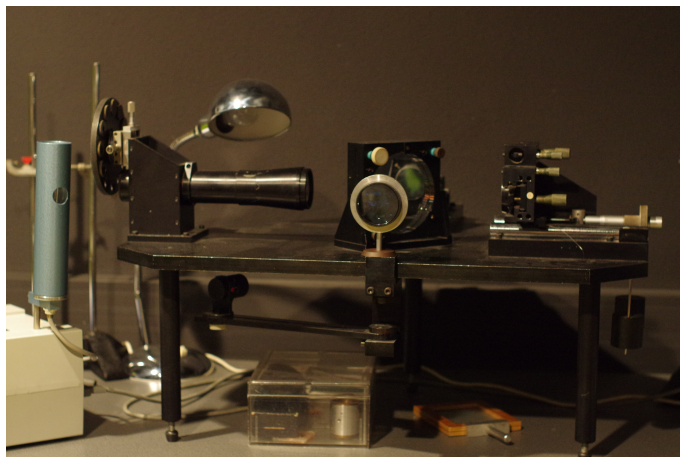


FIGURE 2 – Interféromètre de Michelson (Institut d'optique)

## Expérience historique de Michelson-Morley

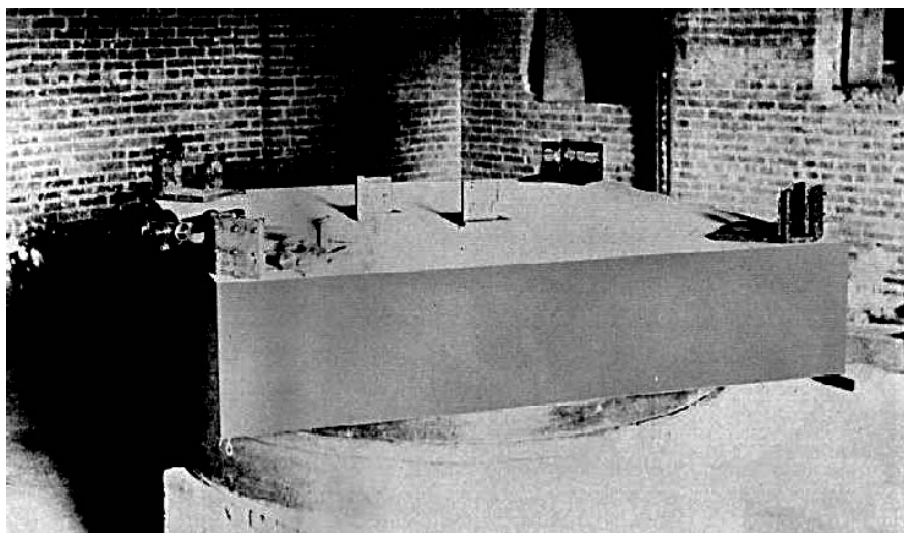


FIGURE 3 – L'interféromètre utilisé par MICHELSON et MORLEY

Il semblait à l'époque inenvisageable qu'une onde électromagnétique puisse se propager sans milieu matériel. Albert MICHELSON et Edward MORLEY ont donc cherché à mesurer la vitesse de la lumière par rapport à son support supposé, appelé l'éther, en se basant sur la loi classique d'addition des vitesses. La Terre sur son orbite avec une vitesse d'environ 30 km/s par rapport au Soleil pouvait permettre de détecter une variation de la vitesse de la lumière sur des parcours identiques en longueur mais qui devaient être différents en temps selon qu'ils seraient dans le sens du mouvement ou perpendiculairement au vent d'éther.

La conclusion tirée de cette expérience était que les deux temps de parcours étaient identiques. Cela remettait en cause les bases de la mécanique de NEWTON. L'expérience de Albert MICHELSON et Edward MORLEY n'a

pas été remise en cause tant elle avait été menée de façon rigoureuse et précise. De plus, au cours du 20<sup>e</sup> siècle elle a été à nouveau effectuée en utilisant un laser et des longueurs de bras de l'ordre du kilomètre ! La variation de l'ordre d'interférences, s'il y a, est extrêmement petit  $\Delta p < 10^{-12}$ , confirmant ainsi les premiers résultats obtenus un siècle plus tôt.

Après réflexions et les travaux de nombreux physiciens, et en particulier de LORENTZ et POINCARÉ, Albert EINSTEIN proposa la théorie de la relativité restreinte en 1905 qui affirma l'abandon de la nécessité d'un milieu comme l'éther. Cette théorie dit que les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à la vitesse  $c$  et cela quel que soit le mouvement de la source, et, enfin que la vitesse  $c$  est indépendante du référentiel lié à l'observateur. On retiendra donc que l'interféromètre de MICHELSON a eu une importance considérable dans l'évolution des théories en Physique, avec la naissance de la relativité restreinte en 1905, théorie qui fut une première étape vers la théorie de la relativité générale d'EINSTEIN en 1916.

Cette expérience a valu à MICHELSON le Prix Nobel de physique 1907.

## Applications actuelles

L'interféromètre de MICHELSON a été utilisé en **astronomie pour déterminer le diamètre apparent d'une étoile** ou bien pour **mesurer la distance angulaire séparant les deux composantes d'une étoile double**. On l'utilise aussi pour **étudier la sismologie d'étoile**, et en particulier celle du Soleil.

En laboratoire, il est utilisé pour **établir le profil d'une raie d'émission d'une source**, ou **pour mesurer des indices optiques ou des épaisseurs**.

Mais une de ses applications les plus naturelles est l'**étude de surfaces réfléchissantes**. On utilise, par exemple, une surface plane de très grande qualité pour le miroir et la surface à tester à la place du miroir. On se place au contact optique, alors tout défaut de planéité de surface de taille de l'ordre de quelques dixièmes de la longueur d'onde sera perceptible par formation des franges.

Enfin, l'**expérience Virgo** en Italie, a pour but de **détecter des ondes gravitationnelles** à l'aide d'un interféromètre de Michelson dont les bras font plus de 3 km. Ces ondes ont été détectées pour la première fois en 2015 avec le détecteur américain LIGO et ont valu le prix Nobel de physique 2017 à WEISS, BARISH et THORNE.



FIGURE 4 – Vue aérienne du site de l'expérience Virgo montrant le bâtiment central, le bâtiment du Mode-Cleaner, l'ensemble du bras ouest de 3 km de long et le début du bras nord (à droite)

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Virgo\\_\(interféromètre\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Virgo_(interféromètre))

Laser Interferometer Space Antenna (LISA) est une future mission spatiale de l'Agence spatiale européenne (ESA) dont l'objectif est de détecter des ondes gravitationnelles de basse fréquence depuis l'espace (lancement prévu en 2035). Il s'agit du premier observatoire spatial d'ondes gravitationnelles, les observatoires actuels, notamment LIGO et Virgo, étant terrestres.

## Pré-requis

- PC : O1. Optique ondulatoire – Superposition d'ondes lumineuses ; O2. Trous d'Young

## Objectifs du chapitre

- Décrire l'interféromètre de Michelson.
- Présenter les deux configurations possibles.

- Décrire la forme des franges d'interférences à partir de l'ordre d'interférence.

## Plan du cours

### I Présentation de l'interféromètre 4

|                                                 |   |
|-------------------------------------------------|---|
| I.1 Constitution . . . . .                      | 4 |
| I.2 Configurations . . . . .                    | 5 |
| I.2.a) Contact optique . . . . .                | 5 |
| I.2.b) lame d'air et coin d'air . . . . .       | 6 |
| I.3 Division d'amplitude . . . . .              | 6 |
| I.3.a) Définition . . . . .                     | 6 |
| I.3.b) Intérêt . . . . .                        | 6 |
| I.3.c) Localisation des interférences . . . . . | 6 |

### II En lame d'air 6

|                                                         |    |
|---------------------------------------------------------|----|
| II.1 Représentation équivalente en lame d'air . . . . . | 7  |
| II.2 Différence de marche à l'infini . . . . .          | 7  |
| II.2.a) En utilisant les sources fictives . . . . .     | 7  |
| II.2.b) Par calcul direct géométrique . . . . .         | 8  |
| II.3 Conditions expérimentales . . . . .                | 10 |
| II.3.a) Localisation des franges . . . . .              | 10 |

|                                                        |    |
|--------------------------------------------------------|----|
| II.3.b) Condition d'éclairage . . . . .                | 11 |
| II.4 Étude de la figure d'interférence . . . . .       | 11 |
| II.4.a) Nature des franges et rayons . . . . .         | 11 |
| II.4.b) Ordre d'interférence . . . . .                 | 12 |
| II.4.c) Épaisseur de la lame d'air . . . . .           | 14 |
| II.5 Applications : mesures spectroscopiques . . . . . | 15 |
| II.5.a) Mesure de l'écart d'un doublet . . . . .       | 15 |
| II.5.b) Longueur de cohérence temporelle . . . . .     | 16 |
| II.5.c) En lumière blanche . . . . .                   | 16 |

### III En coin d'air 16

|                                                      |    |
|------------------------------------------------------|----|
| III.1 Montage équivalent . . . . .                   | 16 |
| III.2 Observations expérimentales . . . . .          | 16 |
| III.2.a) Figure d'interférence . . . . .             | 17 |
| III.2.b) Localisation des franges . . . . .          | 17 |
| III.2.c) Condition d'éclairage . . . . .             | 17 |
| III.3 Franges du coin d'air . . . . .                | 18 |
| III.4 En lumière blanche : spectre cannelé . . . . . | 19 |
| III.5 Mesures interférométriques . . . . .           | 20 |

## Programme officiel

| Notions et contenus                                                                                          | Capacités exigibles                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson</b>           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Interféromètre de Michelson équivalent à une lame d'air éclairée par une source spatialement étendue.</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Localisation des franges. Franges d'égale inclinaison.                                                       | <p>Justifier les conditions d'observation des franges d'égale inclinaison, le lieu de localisation des franges étant admis.</p> <p>Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférences en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde.</p> <p><b>Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation adaptées à l'utilisation d'un interféromètre de Michelson en lame d'air.</b></p> <p><b>Mesurer l'écart en longueur d'onde d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation.</b></p> <p><b>Interpréter des observations faites en lumière blanche avec l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air.</b></p> |
| <b>Interféromètre de Michelson équivalent à un coin d'air éclairé par une source spatialement étendue.</b>   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Localisation des franges. Franges d'égale épaisseur.                                                         | <p>Justifier les conditions d'observation des franges d'égale épaisseur, le lieu de localisation des franges étant admis.</p> <p>Utiliser l'expression donnée de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences.</p> <p><b>Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation adaptées à l'utilisation d'un interféromètre de Michelson en coin d'air.</b></p> <p><b>Caractériser la géométrie d'un objet ou l'indice d'un milieu à l'aide d'un interféromètre de Michelson.</b></p> <p><b>Interpréter des observations faites en lumière blanche avec l'interféromètre de Michelson en configuration coin d'air.</b></p>            |

## Ai-je bien appris mon cours ?

- 1 – 😊 – 😞 – Décrire la constitution de l'interféromètre de Michelson.
- 2 – 😊 – 😞 – Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque configuration :
  - (a) Donner l'allure de la figure d'interférences ;
  - (b) Indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection permettant de l'observer ;
  - (c) Indiquer les conditions d'éclairage et la position du condenseur permettant de les atteindre.
- 3 – 😊 – 😞 – Donner, puis établir l'expression de la différence de marche en lame d'air.
- 4 – 😊 – 😞 – Considérons un Michelson en lame d'air d'épaisseur  $e$ . Établir la relation entre l'ordre  $p$  d'un anneau et son rayon  $R$  sur l'écran.
- 5 – 😊 – 😞 – Comment évoluent les rayons des anneaux avec l'épaisseur de la lame d'air ?
- 6 – 😊 – 😞 – Comment évolue l'ordre d'interférence sur la figure d'interférence en lame d'air ?

FlashCards :



## I Présentation de l'interféromètre de Michelson

### I.1 Constitution

L'interféromètre de Michelson est un dispositif d'interférences à deux ondes permettant par ses différents réglages d'observer de nombreux aspects des phénomènes d'interférences. Il permet également d'accéder à des mesures très précises dans des domaines variés.

Un interféromètre de Michelson est constitué de trois éléments optiques de haute qualité : deux miroirs placés à environ  $90^\circ$  l'un de l'autre et un **dispositif semi-réfléchissant assurant la division d'amplitude**. À cela s'ajoutent divers éléments mécaniques permettant son réglage.

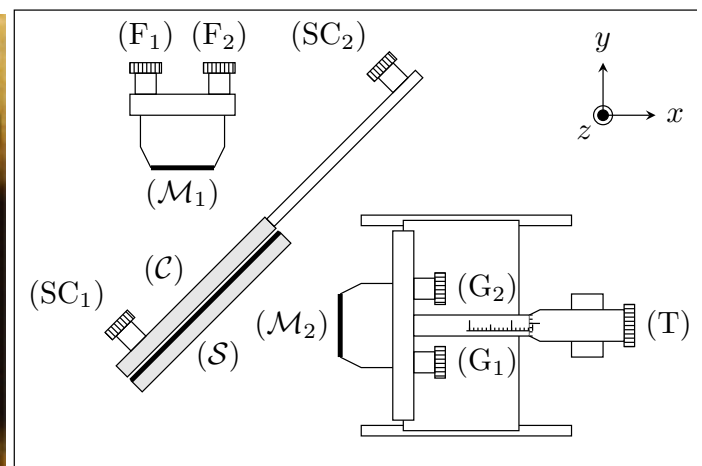
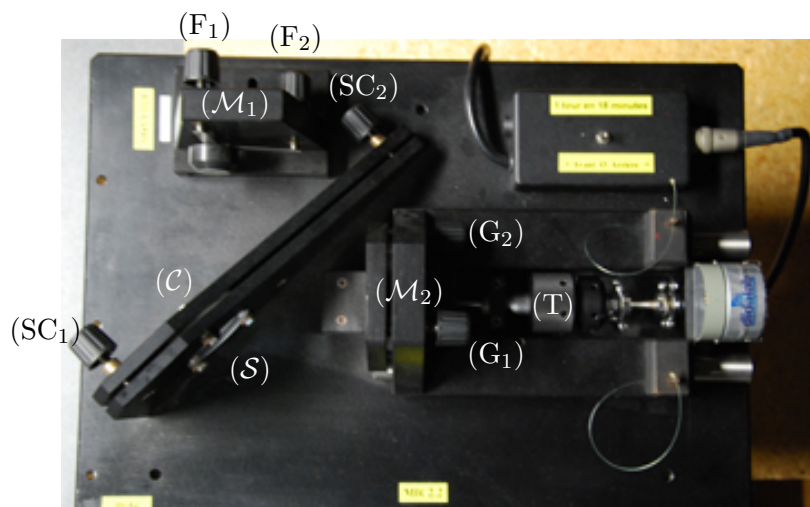


FIGURE 5 – Photo d'un interféromètre de Michelson

FIGURE 6 – Schéma d'un interféromètre de Michelson

- Le **miroir**  $\mathcal{M}_1$  est un miroir fixe (il ne peut pas translater). C'est un miroir de précision (planéité garantie avec une précision d'environ 50 nm). Les deux vis  $F_1$  et  $F_2$  sont des vis de réglage fin qui permettent de le faire pivoter autour des axes  $(Ox)$  et  $(Oz)$ .

- Le **miroir**  $\mathcal{M}_2$  est également un miroir de précision, qui peut pivoter autour des axes  $(Oy)$  et  $(Oz)$  grâce aux deux vis  $G_1$  et  $G_2$  de réglage grossier.  
Il peut de plus être translaté parallèlement à l'axe  $(Ox)$  grâce à la vis de translation  $(T)$ . C'est un miroir mobile. Le déplacement de  $\mathcal{M}_2$  est appelé **chariotage du miroir**.  
La position de  $\mathcal{M}_2$  le long de l'axe  $(Ox)$  peut être mesurée grâce à un vernier micrométrique (même système que sur un pied à coulisse ou un palmer).
- La **division d'amplitude** proprement dite est réalisée par l'association de deux lames de verre, appelées **séparatrice**  $\mathcal{S}$  et **compensatrice**  $\mathcal{C}$ . Ces deux lames sont inclinées de  $45^\circ$  par rapport aux miroirs.  
L'une des faces de la séparatrice est traitée pour la rendre semi-réfléchissante, ce qui lui permet de réfléchir la moitié de l'énergie lumineuse incidente et d'en transmettre l'autre moitié.  
La compensatrice a pour rôle de compenser la différence de marche due à un nombre de passages différent des rayons dans la séparatrice. En effet, en l'absence de lame compensatrice, le rayon qui se réfléchit sur  $\mathcal{M}_2$  traverse 3 fois la lame séparatrice alors que le rayon qui se réfléchit sur  $\mathcal{M}_1$  ne la traverse qu'une fois. On choisit donc des lames séparatrice et compensatrice de même indice et de même épaisseur. Avec deux vis ( $SC1$  et  $SC2$ ), on **règle l'orientation de la compensatrice afin qu'elle soit parallèle à la séparatrice**.

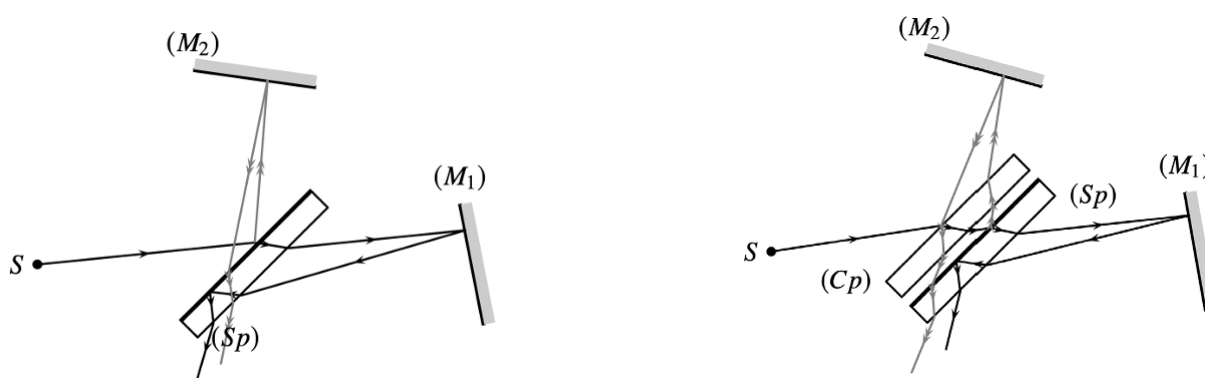


FIGURE 7 – Intérêt de la lame compensatrice (D'après Tout-en-un PC-PC\*, Dunod)

Pour un bon fonctionnement, ces deux lames doivent être parfaitement planes, de même épaisseur et parfaitement parallèles.

Dans toute la suite, on considérera que l'ensemble des lames séparatrice et compensatrice est équivalent à une lame séparatrice d'épaisseur nulle, n'introduisant aucune différence de marche.

## I.2 Configurations

### I.2.a) Contact optique



#### Définition – Contact optique

On dit que l'interféromètre est réglé au contact optique, si les miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$  sont :

- situés à égale distance de la séparatrice,
- et perpendiculaires entre eux.



#### À retenir – Contact optique

Au contact optique, en tout point  $M$ , le trajet dans les deux bras sont identiques, donc  $\delta(M) = 0$ , l'écran est donc uniformément éclairé.

La figure observée est appelée **TEINTE PLATE** : il s'agit d'une **unique frange d'interférence constructive**.

### I.2.b) lame d'air et coin d'air

#### Définition – lame d'air et coin d'air

A partir du contact optique, il y a deux façons de faire apparaître une différence de marche non uniforme :

- la configuration **LAME D'AIR** : les miroirs ( $\mathcal{M}_1$ ) et ( $\mathcal{M}_2$ ) sont perpendiculaires et à une distance différente de la séparatrice,
- la configuration **COIN D'AIR** : les miroirs ( $\mathcal{M}_1$ ) et ( $\mathcal{M}_2$ ) sont à la même distance de la lame séparatrice, mais l'un des deux est légèrement pivoté.

## I.3 Division d'amplitude

### I.3.a) Définition

#### Définition – Division d'amplitude

L'énergie du faisceau primaire est divisée en deux parties par réflexion et transmission sur la lame semi-réfléchissante. On fait interférer chaque rayon émis par la source avec lui-même.

### I.3.b) Intérêt

Avec les trous d'Young, on a interprété la perte de contraste avec une source étendue par la variation de l'ordre d'interférence en  $M$ ,  $\Delta p(M) = p_{S'}(M) - p_S(M)$ , pour deux points  $S$  et  $S'$  de la source étendue. Quand  $\Delta p(M)$  atteint des valeurs trop grandes, la superposition des figures d'interférences données par les différents points de la source conduit au brouillage des franges.

Dans le cas de la division d'amplitude, **la différence de marche en  $M$  est indépendante du point de la source d'où la lumière provient parce qu'elle se fait entre la séparation des rayons sur la lame semi-réfléchissante ( $Sp$ ) et la recombinaison en  $M$ . Dans ce cas, les figures d'interférences des différents points de la source étendue coïncident exactement.** Elles se renforcent et on observe des interférences très lumineuses et bien contrastées.

### I.3.c) Localisation des interférences

#### À retenir – Localisation des interférences

Les interférences produites par un interféromètre à division d'amplitude éclairé par une source étendue sont **LOCALISÉES**.

On appelle **lieu de localisation** la surface du champ d'interférences où le contraste est maximal. Cette surface se trouve définie comme étant l'**ensemble des points  $M$  intersection de deux rayons « émergents »** après réflexion sur ( $\mathcal{M}_1$ ) et ( $\mathcal{M}_2$ ) issus du même rayon « incident ». On y observe des **interférences à la fois lumineuses et contrastées**.

## II En lame d'air

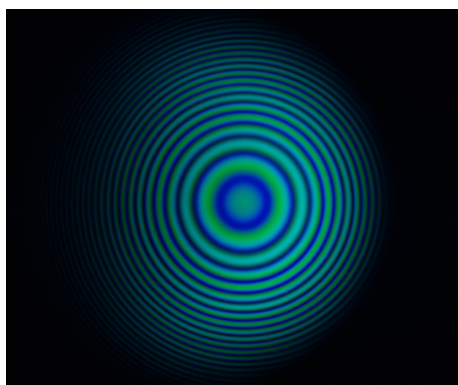


FIGURE 8 – Figure d'interférence obtenue en lame d'air  
(<https://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/sfo-00256991>)

## II.1 Représentation équivalente en lame d'air

### Démonstration à maîtriser n°1 – Schéma équivalent

- R1. Placer  $S'$  symétrique de  $S$  par rapport à la séparatrice.
- R2. Placer le miroir  $\mathcal{M}'_2$  symétrique de  $\mathcal{M}_2$  par la séparatrice.
- R3. Comment sont les deux miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}'_2$ ? Commenter le nom donné à la configuration du Michelson.
- R4. Représenter la source fictive  $S_1$  symétrique de  $S$  par  $\mathcal{M}_1$  et la source fictive  $S_2$  symétrique de  $S$  par  $\mathcal{M}'_2$ . De quelle distance sont-elles espacées?
- R5. Effectuer le tracé des rayons lumineux.
- R6. Comment émergent les deux rayons? Que peut-on en déduire sur la localisation des interférences?

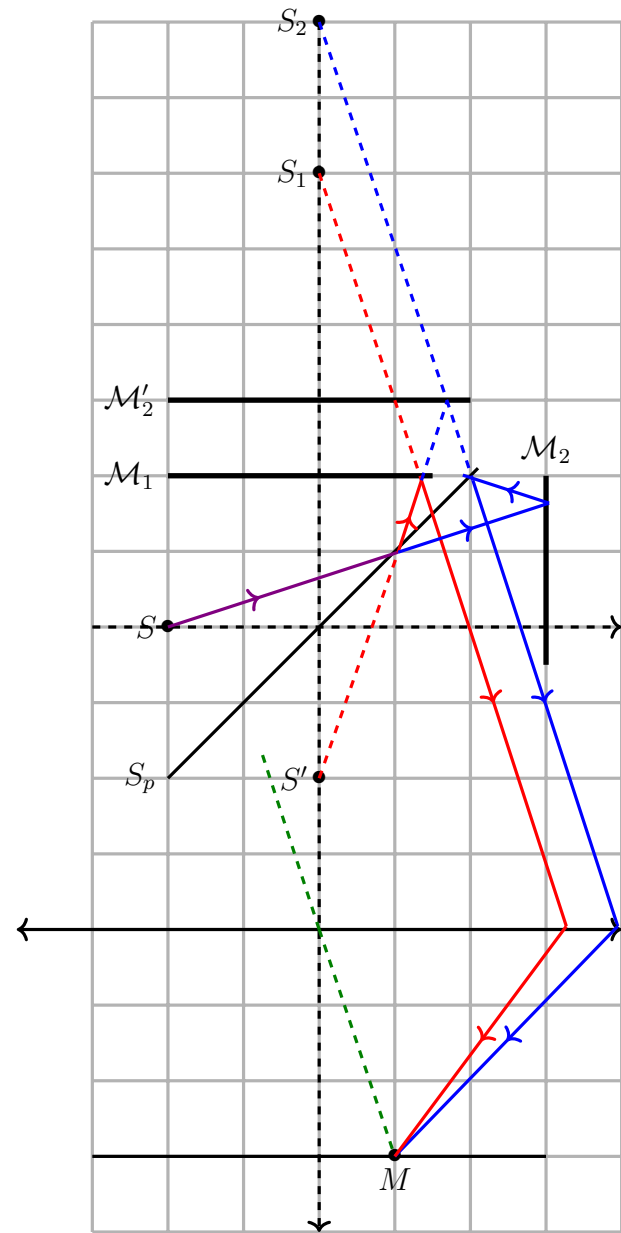


FIGURE 9 – Schéma équivalent

## II.2 Différence de marche à l'infini

On ne s'intéresse qu'aux interférences sur la surface de localisation, c'est-à-dire ici à l'infini. Ainsi, les rayons qui interfèrent sont parallèles entre eux. On s'intéresse aux interférences dans une direction  $i$  par rapport à l'axe du montage. On note  $e$  l'épaisseur de la lame d'air, c'est-à-dire la distance entre les miroirs fictifs. On se place dans l'air, d'indice optique  $n_0 = 1$ .

### II.2.a) En utilisant les sources fictives

### Démonstration à maîtriser n°2 – Calcul avec les sources fictives

- R1. Que vaut la distance  $S_1S_2$ ?

**Solution:**  $S_1S_2 = 2e$ .

- R2. Relier la différence de marche  $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$  à  $(S_2M) - (S_1M)$ .

**Solution:**

$$\begin{aligned}\delta(M) &= (SM)_2 - (SM)_1 \\ &= (S'M)_2 - (S'M)_1 \\ &= (S_2M) - (S_1M) \\ &= (S_2H) + (HM) - (S_1M)\end{aligned}$$

Plaçons la source en  $M$ , l'onde issue de  $M$  est plane, donc les surfaces d'onde sont des plans.  $H$  et  $S_1$  appartiennent au même plan d'onde, donc  $(MH) = (MS_1)$ .

Par principe du retour inverse de la lumière,  $(HM) = (S_1M)$ .

Ainsi  $\delta(M) = (S_2H)$

- R3. Exploiter le théorème de Malus et le principe du retour inverse de la lumière pour en déduire la différence de marche.

**Solution:** Dans le triangle rectangle  $S_1HS_2$  rectangle en  $H$ ,  $\cos(i) = \frac{S_2H}{S_1S_2}$ , soit  $S_2H = 2e \cos(i)$ .

Ainsi  $\delta(M) = 2e \cos(i)$

- R4. En déduire l'expression de l'ordre d'interférence.

**Solution:** L'ordre d'interférence est défini par  $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{2e \cos(i)}{\lambda}$

- R5. De quoi dépend-elle ? Pourquoi parle-t-on de franges d'égale inclinaison ?

**Solution:** de l'épaisseur  $e$  de la lame d'air, et de l'angle d'incidence  $i$  sur les miroirs.

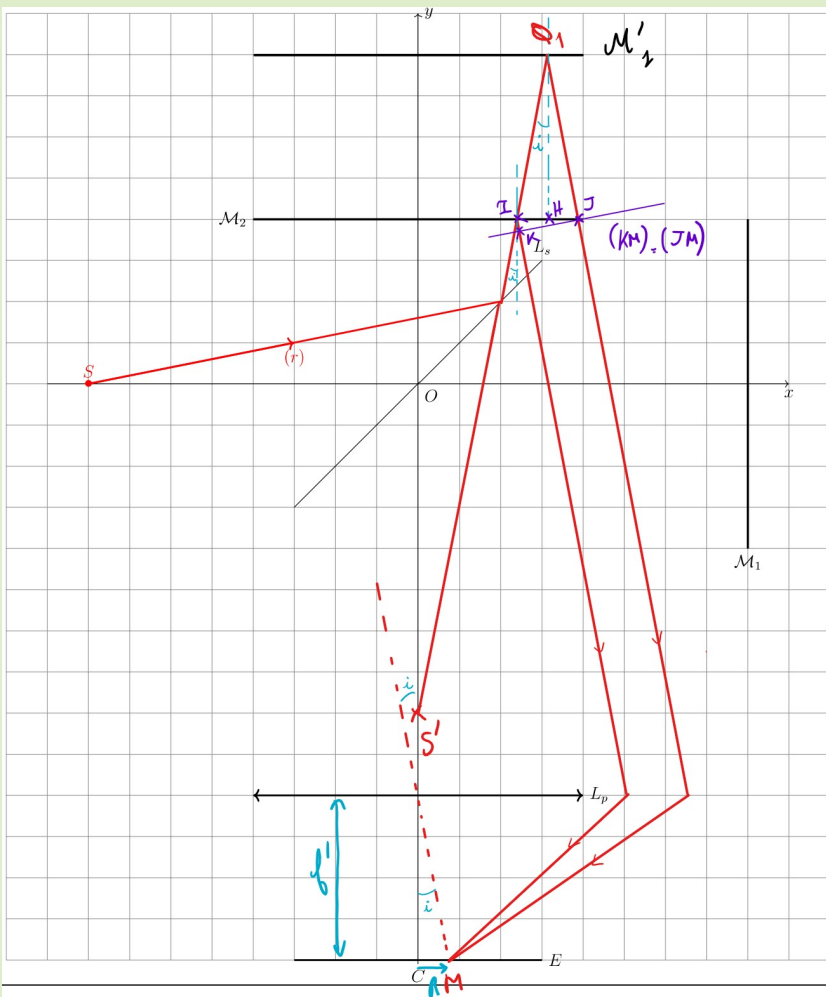
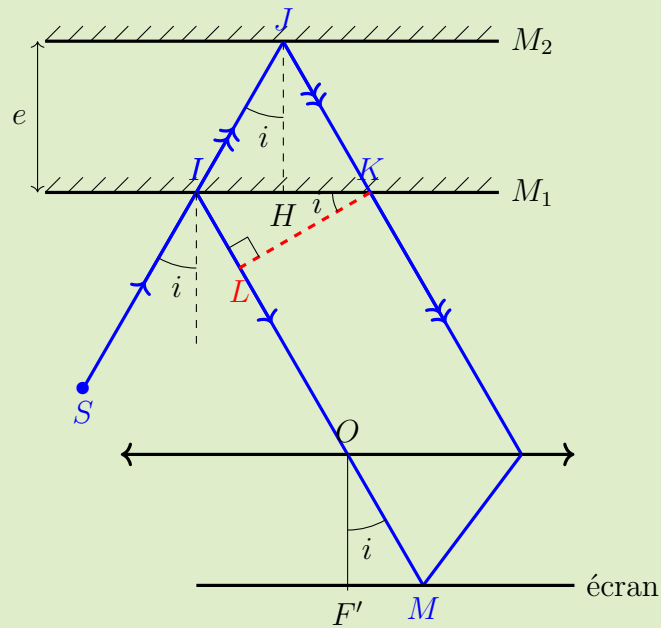
Les franges sont les lieux sur l'écran tel que  $\delta$  y est constant, à  $e$  fixé,  $\delta$  garde une même valeur à  $i$  constant. D'où le terme de franges d'égale inclinaison.

## II.2.b) Par calcul direct géométrique

### Démonstration à maîtriser n°3 – Par calcul direct

- R1. Faire un schéma équivalent de la lame d'air d'épaisseur  $e$ . Représenter la marche d'un rayon lumineux parvenant sur les miroirs avec un angle d'incidence  $i$ .

**Solution:**



R2. Utiliser le principe du retour inverse de la lumière et le théorème de Malus pour simplifier l'expression de la différence de marche.

**Solution:**

Différence de marche :

$$\begin{aligned}\delta(M) &= (SM)_1 - (SM)_2 \\ &= (S'M)_1 - (S'M)_2 \\ &= (S'I) + (IQ_1) + (Q_1J) + (JM) - \{(S'I) + (IK) + (KM)\} \\ &= (IQ_1) + (Q_1J) + (JM) - (IK) - (KM)\end{aligned}$$

Or  $J$  et  $K$  appartiennent au même plan d'onde relatif à  $M$ , donc d'après le théorème de Malus et le principe du retour inverse de la lumière,  $(JM) = (KM)$

De plus, dans l'air  $n = 1$ , et  $IQ_1 = Q_1J$

Ainsi :  $\delta(M) = 2IQ_1 - IK$

R3. Avec un peu de trigonométrie, établir que la différence de marche en fonction de  $i$  et  $e$ .

**Solution:**

$$\cos(i) = \frac{e}{IQ_1}, \text{ donc } IQ_1 = \frac{2e}{\cos(i)}$$

$$\text{Dans le triangle } IJK : \sin(i) = \frac{IK}{IJ}, \text{ donc } IK = \sin(i) \times 2IH = 2e \tan(i) \sin(i)$$

Ainsi

$$\begin{aligned}\delta(M) &= \frac{2e}{\cos(i)} - 2e \tan(i) \sin(i) \\ &= \frac{2e}{\cos(i)} (1 - \sin^2(i)) \\ &= \frac{2e}{\cos(i)} \cos^2(i)\end{aligned}$$

Soit  $\boxed{\delta(M) = 2e \cos(i)}$

♥ À retenir – Différence de marche en lame d'air

$$\delta(M) = 2e \cos(i)$$

avec  $e$  l'épaisseur de la lame d'air, et  $i$  l'angle d'incidence sur les miroirs.

## II.3 Conditions expérimentales

### II.3.a) Localisation des franges

Dans la configuration lame d'air, un rayon incident donne deux rayons qui sortent de l'interféromètre parallèles entre eux. Ces deux rayons se coupent donc en un point  $M$  situé à l'infini.

♥ À retenir – Localisation des interférences en lame d'air

En configuration lame d'air, on constate expérimentalement que la figure d'interférences est d'autant mieux contrastée que l'on observe à grande distance de l'interféromètre : les **interférences sont localisées à l'infini**. Le meilleur contraste s'obtient en **observant dans le plan focal image d'une lentille**

convergente.

### II.3.b) Condition d'éclairage

Pour obtenir sur l'écran de nombreuses franges, il faut de nombreuses valeurs de  $\delta$ , donc de nombreuses valeurs de  $i$ . Par conséquent, il faut que le faisceau atteignant le miroir ( $\mathcal{M}_2$ ) contienne un **maximum de rayons avec des angles  $i$  les plus variés possibles**.



#### À retenir – Condition d'éclairage

Pour cela, on **focalise le faisceau incident au voisinage des miroirs à l'aide d'une lentille convergente de courte distance focale**. Cela permet de nombreux angles d'incidence différents.

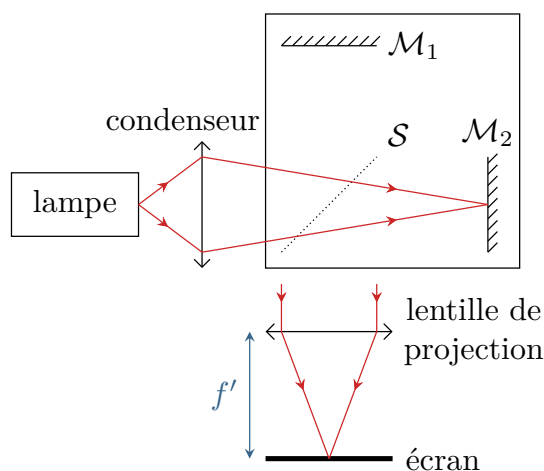


FIGURE 10 – Conditions d'éclairage et d'observation

## II.4 Étude de la figure d'interférence

Pour étudier la figure d'interférence, on place une lentille convergente à la sortie de l'interféromètre et on observe la figure d'interférence dans le plan focal image de la lentille. **Elle conjugue les rayons sortant à l'infini du Michelson avec l'écran, par conséquent elle n'introduit pas de différence de marche.**

### II.4.a) Nature des franges et rayons

#### Démonstration à maîtriser n°4 – Allure de la figure

R1. Compte-tenu de la dépendance de  $\delta$ , quelle est l'allure de la figure d'interférences ?

**Solution:** D'après la formule de Fresnel :  $I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{2e \cos(i)}{\lambda} \right) \right)$

Les lieux d'intensité constante sont tels que  $2e \cos(i)$  est constant, soit  $i$  constant.

La figure d'interférence est donc constituée d'**anneaux d'égale inclinaison** de centre  $C$ .

R2. Que peut-on dire de  $i$  dans les conditions de Gauss ? Comment peut-on approximer, au 2<sup>e</sup> ordre,  $\cos(i)$  et  $\tan(i)$  ?

**Solution:** Dans les conditions de Gauss,  $i \ll 1$ , donc  $\tan(i) \approx i$  et  $\cos^2(i) \approx 1 - \frac{i^2}{2}$

R3. Déterminer que le rayon  $r(i)$  d'un anneau associé à l'angle d'incidence  $i$  vaut  $r \approx f'i$ .

**Solution:**  $\tan(i) = \frac{r(i)}{f'}$ , donc  $r(i) \approx f'i$

- R4. Établir une expression approchée de l'ordre d'interférence en fonction de  $i$ , puis en fonction de la distance  $r$  entre  $F'$  et  $M$ .

**Solution:**

$$\begin{aligned} p(M) &= \frac{2e \cos(i)}{\lambda} \\ &\approx \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \\ &\approx \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2}\right) \end{aligned}$$

- R5. En déduire l'expression du rayon de l'anneau d'ordre d'interférence  $p$  :  $r_p = f' \sqrt{2 - p \frac{\lambda_0}{e}}$

**Solution:**

$$\begin{aligned} p(M) &= \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{r_p^2}{2f'^2}\right) \\ \frac{r_p^2}{2f'^2} &= 1 - \frac{p\lambda}{2e} \\ r_p^2 &= f'^2 \left(2 - \frac{p\lambda}{e}\right) \end{aligned}$$

Soit  $r_p = f' \sqrt{2 - \frac{p\lambda}{e}}$

Le rayon de l'anneau est d'autant plus faible que l'ordre d'interférence est élevé.

- R6. Quel est l'impact du choix de distance focale  $f'$  de la lentille de projection sur le rayon des anneaux ? Comment choisir  $f'$  ?

**Solution:** Le rayon d'un anneau d'ordre d'interférence donné proportionnel à  $f'$ , donc il est préférable de choisir  $f'$  la plus grande possible.

### ♥ À retenir — Figure d'interférences en lame d'air

À  $e$  fixée,  $\delta$  ne dépend que de l'angle d'incidence  $i$ , une frange donnée (d'intensité constante) correspond à une même valeur de  $i$ . On parle donc de **franges d'égale inclinaison**.  
Les **franges d'égale inclinaison** sont des anneaux concentriques.

## 🍃 Démonstration à maîtriser n°5 – Dépendance avec l'ordre d'interférence

R1. Où l'ordre d'interférences est-il le plus élevé ? le plus faible ?

Exprimer l'ordre d'interférence maximal  $p_{\max}$ .

**Solution:** 
$$p = \frac{2e}{\lambda} \left( 1 - \frac{r^2}{2f'^2} \right)$$

Ordre d'interférence maximal, au centre :  $p_{\max} = \frac{2e}{\lambda}$

Il est le plus faible au bord de la figure d'interférence (au bord des miroirs).

R2. Applications numériques avec  $e = 100 \mu\text{m}$  ;  $\lambda_0 = 640 \text{ nm}$  ;  $f' = 50 \text{ cm}$ .

(a) Déterminer l'ordre d'interférence au centre, c'est-à-dire pour  $r = 0$  ( $\Leftrightarrow i = 0$ ). Commenter.

**Solution:** Au centre :  $p_{\max} = p(r = 0) = \frac{2e}{\lambda} = 312,5$  : c'est un demi-entier, le centre de la figure est donc sombre, c'est un lieu d'interférence destructive.

(b) Déterminer les ordres d'interférence et les rayons des trois premiers anneaux lumineux (comptés à partir du centre).

**Solution:**

- Le premier anneau brillant est d'ordre d'interférence l'entier inférieur à  $p_{\max}$  le plus proche, soit  $p_1 = 312$ ,  $R_1 = f' \sqrt{2 - \frac{312 \times \lambda}{e}} = \sqrt{2} f' \sqrt{1 - \frac{312}{p_{\max}}} = 0,0283 \text{ m} = 2,83 \text{ cm}$
- L'anneau suivant est d'ordre d'interférence  $p_2 = p_1 - 1 = 311$ , soit  $R_2 = 4,90 \text{ cm}$
- L'anneau suivant est d'ordre d'interférence  $p_3 = p_2 - 1 = 310$ , soit  $R_3 = 6,32 \text{ cm}$

## ♥ À retenir – Évolution selon l'ordre d'interférence

En lame d'air, l'ordre d'interférence est maximal au centre de la figure et minimal sur le pourtour.

La distance entre deux anneaux brillants successifs n'est pas constante : les anneaux sont de plus en plus rapprochés à mesure que l'on s'éloigne du centre.

<https://www.f-legrand.fr/scidoc/simul/optique/interferencesMichelson.html>

### Remarques –

- Le nombre d'anneaux visibles est égal à la partie entière de  $p_{\max} - p_{\min}$  :  

$$\lfloor p_{\max} - p_{\min} \rfloor = \left\lfloor \frac{2e}{\lambda} \frac{R_0^2}{2f'^2} \right\rfloor$$
, où  $R_0$  est le rayon de la figure d'interférence (lié au rayon des miroirs et au grossissement de la lentille utilisée).
- Pour une figure d'interférences de taille donnée, on observe d'autant plus d'anneaux que la lame d'air est épaisse.
- Soit  $p_{\max}$  est l'ordre d'interférence au centre, quelconque a priori (c'est-à-dire ni entier ni demi-entier). Le premier anneau brillant est d'ordre :  $p_1 = \lfloor p_{\max} \rfloor$ , qui est le plus grand entier strictement inférieur à  $p_{\max}$ .  
 Le deuxième anneau brillant est d'ordre :  $p_2 = p_1 - 1 = \lfloor p_{\max} \rfloor - 1$ .  
 Le  $N^{\text{e}}$  anneau brillant est d'ordre :  $p_N = p_1 - N = \lfloor p_{\max} \rfloor - N$ .  
 Le rayon du  $N^{\text{e}}$  anneau est :  $R_N = f' \sqrt{1 - (\lfloor p_{\max} \rfloor - N) \frac{\lambda}{e}}$

#### II.4.c) Influence de l'épaisseur de la lame d'air



#### Démonstration à maîtriser n°6 – Influence de l'épaisseur

On translate le miroir ( $\mathcal{M}_2$ ) ce qui a pour effet de modifier l'épaisseur  $e$  de la lame d'air.

Comment évolue le rayon de l'anneau brillant quand on augmente l'épaisseur de la lame d'air ? quand on diminue l'épaisseur ?

**Solution:**  $r_p = f' \sqrt{2 - \frac{p\lambda}{e}}$  : pour  $p$  donné, si  $e$  augmente,  $\frac{1}{e}$  diminue, donc  $-\frac{1}{e}$  augmente, donc  $r_p$  augmente. Quand on augmente l'épaisseur de la lame d'air le rayon d'un anneau d'ordre d'interférence donné augmente.

Il y a d'autant plus d'anneaux visibles que l'épaisseur de la lame d'air est élevée.

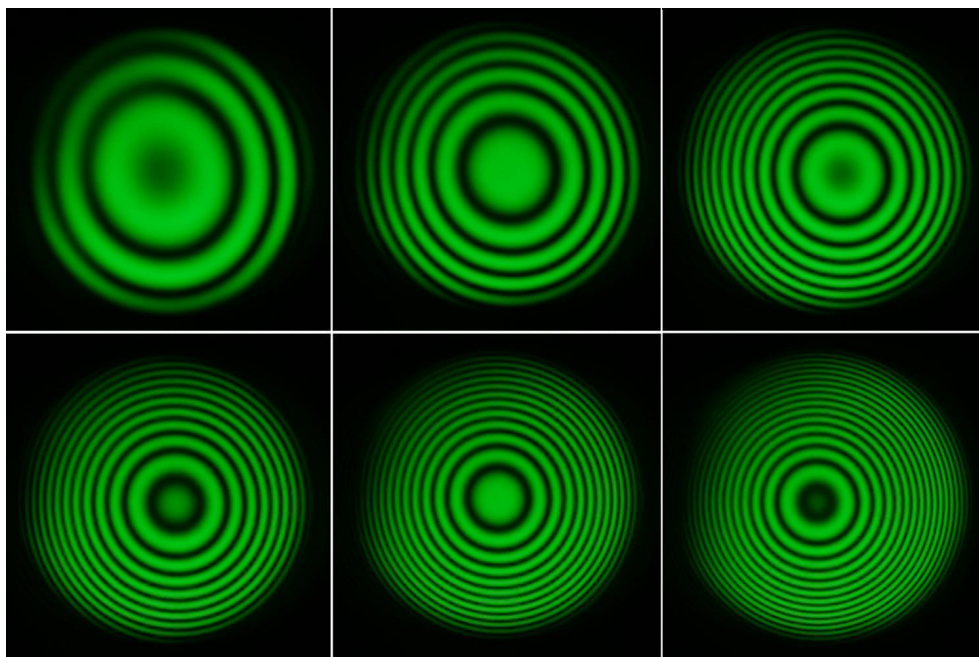


FIGURE 11 – Interférences obtenues avec un interféromètre de Michelson en lame d'air, éclairé par une source monochromatique (à 546 nm) étendue, pour des épaisseurs de 0.25mm (haut à gauche), 0.5mm, 0.75mm, 1mm, 1.25mm et 1.5mm (bas à droite) <https://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/sfo-00287618>

♥ À retenir – Évolution de la figure avec l'épaisseur de la lame d'air  
 En lame d'air, lorsqu'on s'éloigne du contact optique, c'est-à-dire si on augmente l'épaisseur de la lame d'air, le rayon de l'anneau lumineux d'ordre  $p$  donné augmente, on dit que les **anneaux sortent**.

## II.5 Applications : mesures spectroscopiques

### II.5.a) Mesure de l'écart d'un doublet

<http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/physique-animee-Michelson-battements-optiques.xml>

La lampe à vapeur de sodium (Na) émet principalement un doublet jaune (couleur de la lampe allumée) c'est-à-dire deux raies de longueurs d'onde très proches. On note  $\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$  la valeur moyenne des longueurs d'onde du doublet et  $\Delta\lambda = |\lambda_2 - \lambda_1|$  l'écart entre les longueurs d'onde de chaque raie.

On éclaire l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air par une lampe au Sodium. Lorsqu'on translate le miroir mobile, le contraste s'annule périodiquement (près du centre). Au maximum de contraste, on parle de coïncidence et lorsque que le contraste est nul, on parle d'anti-coïncidence (brouillage de la figure d'interférence).

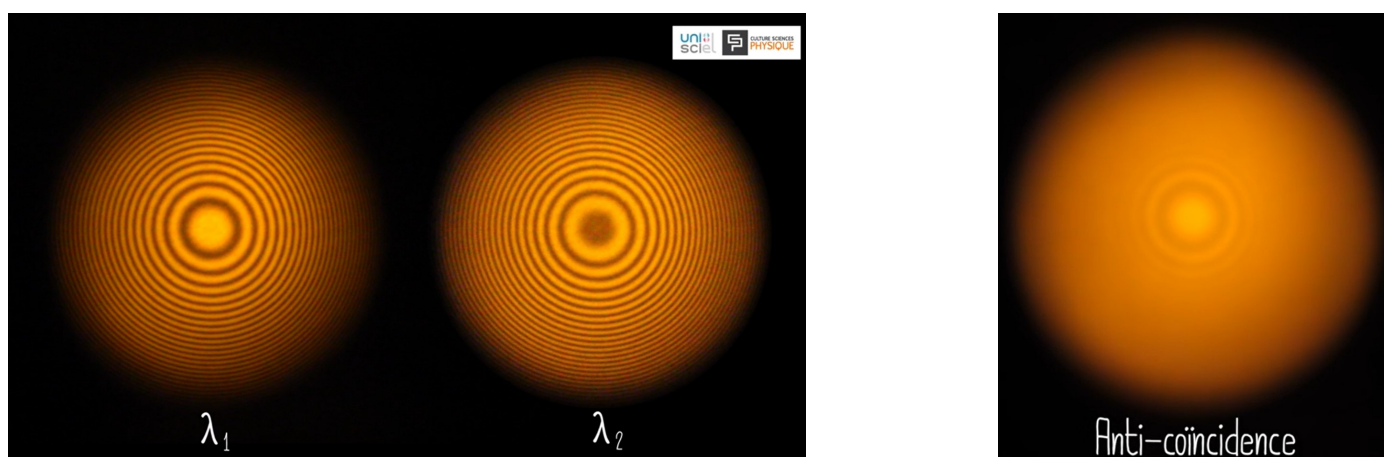


FIGURE 12 – Anticoïncidence

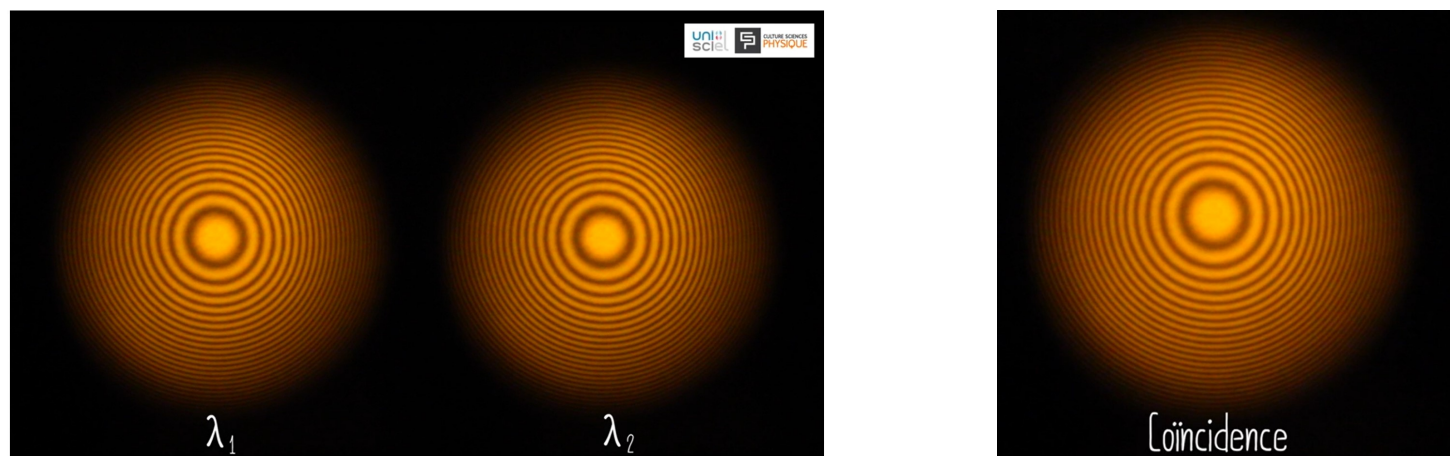


FIGURE 13 – Coïncidence

En repérant les positions du miroir mobile correspondant aux anti-coïncidences, on peut évaluer l'écart  $\Delta\lambda$  du doublet (cf TD).

### II.5.b) Longueur de cohérence temporelle

On considère une source non monochromatique dont le spectre d'émission a une largeur spectrale  $\Delta\lambda$  autour d'une valeur moyenne  $\lambda_m$ . On a vu au chapitre précédent qu'il y a interférence si la différence de marche est inférieure à la longueur  $\ell_c$  de cohérence temporelle de la source (cf critère semi-quantitatif du brouillage :  $p_{\lambda_m} - p_{\lambda_{\max}} > 1/2$ ). Expérimentalement, on part au contact optique puis on charriote le miroir jusqu'à repérer un brouillage, on peut alors évaluer  $\Delta\lambda$ .

### II.5.c) En lumière blanche

#### ♥ À retenir – Michelson en lame d'air éclairé en lumière blanche

- Au **contact optique**,  $e = 0$ ,  $p = 0$  pour toutes les longueurs d'onde, donc l'écran est blanc, de la couleur de la source, et le spectre contient toutes les longueurs d'onde.
- Proche du contact optique, l'écran est de teintes colorées quasi-uniformes appelées **teintes de Newton**. L'écran apparaît de la couleur complémentaire des quelques radiations qui interfèrent destructivement.
- Pour  $\delta > \ell_c$  (très vite hors du contact optique), l'écran apparaît blanc. Il s'agit d'un **blanc d'ordre supérieur** dont le **spectre est cannelé**. En effet, de nombreuses radiations interfèrent destructivement et sont absentes du spectre, et beaucoup interfèrent constructivement. L'œil ne peut plus les distinguer, ce qui donne une impression de blanc.

## III En coin d'air

### III.1 Montage équivalent

#### ♥ À retenir – Configuration du coin d'air

En coin d'air, les miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$  ne sont plus perpendiculaires. Sur le schéma équivalent, les miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}'_2$  forment un angle  $\alpha \neq 0$  appelé **angle du coin d'air**. En pratique  $\alpha$  est très faible :  $\alpha \approx 10^{-3}$  rad.

### III.2 Observations expérimentales

### III.2.a) Figure d'interférence



FIGURE 14 – Figure d'interférence obtenue en coin d'air ( $\alpha = 77 \mu\text{rad}$ ,  $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ ) <https://xyod.github.io/anim-ophy/Michelson/>

### III.2.b) Localisation des franges

En configuration coin d'air, la figure d'interférences est peu contrastée, sauf lorsque l'on forme l'image des miroirs sur l'écran avec une lentille de projection.

#### ♥ À retenir – Localisation des interférences en coin d'air

En configuration **coin d'air**, les interférences sont **localisées près des miroirs**.

On utilise donc une **lentille convergente** ( $\mathcal{L}_2$ ) en sortie de l'interféromètre pour **faire l'image du miroir** ( $\mathcal{M}_1$ ) **sur un écran** c'est-à-dire que ( $\mathcal{M}_1$ ) et l'écran sont conjugués par ( $\mathcal{L}_2$ ).

### III.2.c) Condition d'éclairage

#### ♥ À retenir – Condition d'éclairage

Afin de voir les franges, il faut éclairer les miroirs avec un faisceau de rayons parallèles en incidence quasi normale.

Pour cela, on place la source dans le plan focal objet d'une lentille convergente ( $\mathcal{L}_1$ ), près de son foyer.

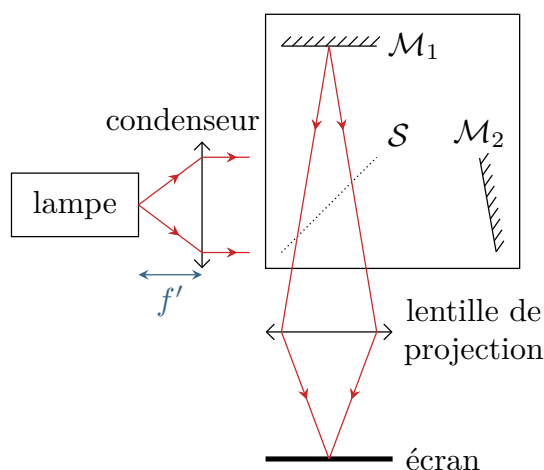


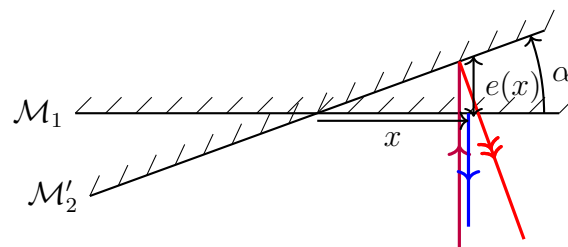
FIGURE 15 – Conditions d'éclairage et d'observation

### III.3 Franges du coin d'air

#### Différence de marche en coin d'air (admise et fournie)

En coin d'air en  $M$ , à proximité des miroirs à une distance  $x$  du coin d'air la différence de marche est

$$\delta(M) = 2e(x) = 2\alpha x$$



#### Démonstration à maîtriser n°7 – Ordre d'interférence

R1. En déduire l'expression de l'ordre d'interférence.

**Solution:** Ordre d'interférence :  $p(x) = \frac{\delta(x)}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x}{\lambda_0}$

R2. Décrire les franges d'interférences.

**Solution:** Les franges d'interférences sont des zones telles que  $\delta = \text{cste}$  ou  $p = \text{cst}$  soit ici  $e(x) \approx \alpha x = \text{cst}$ .

Ce qui permet d'interpréter la forme des franges observées : franges rectilignes parallèles à l'arête commune des miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$ .

Ces franges sont donc appelées FRANGES D'EGALE EPAISSEUR.

R3. Exprimer l'interfrange au niveau des miroirs. Est-il constant ?

**Solution:** L'interfrange est telle que  $p(x+i) = p(x) + 1$ , soit  $\frac{2\alpha(x+i)}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x}{\lambda_0} + 1$ , soit  $\frac{2\alpha i}{\lambda_0} = 1$ , soit

$$i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Il est constant, donc les franges sont équidistantes.

R4. Comment évolue l'interfrange avec l'angle du coin d'air ?

**Solution:** L'interfrange augmente quand l'angle du coin d'air diminue.

Lorsqu'on se rapproche du contact optique ( $\alpha$  diminue), les franges s'éloignent les unes des autres.

R5. Les franges sont observées sur un écran de projection conjugué avec le miroir  $\mathcal{M}_1$  par une lentille convergente de distance focale  $f'$ .

(a) Quelle inégalité doit être vérifiée entre la distance focale  $f'$  et la distance  $D$  entre le miroir  $\mathcal{M}_1$  et l'écran ? Comment choisir  $f'$  ?

**Solution:** Pour que la projection soit possible, il faut que  $D > 4f'$ . Il est donc préférable de choisir une lentille de courte distance focale.

(b) Exprimer le grandissement en fonction de  $f'$  et  $\overline{OA}$ .

**Solution:** D'après la relation de conjugaison de Newton :  $\gamma = \frac{f'}{FA} = \frac{f'}{FO + OA} = \frac{f'}{f' + OA}$

(c) En déduire l'expression de l'interfrange  $i'$  sur l'écran.

**Solution:** L'interfrange sur l'écran s'exprime selon  $i' = |\gamma|i = \left| \frac{f'}{f' + OA} \right| i = \left| \frac{f'}{f' + OA} \right| \times \frac{\lambda_0}{2\alpha}$

### ♥ À retenir – Figure d'interférences

Les franges d'interférences obtenues en coin d'air sont des **franges rectilignes parallèles à l'arête commune des miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$** . On parle de **franges d'égale épaisseur**.

## III.4 En lumière blanche : spectre cannelé

La lumière blanche est une source polychromatique dont la densité spectrale d'intensité est centrée en  $\lambda_0 = 600$  nm et dont la largeur spectrale vaut  $\Delta\lambda = 400$  nm.

Comme pour les trous d'Young éclairés en lumière blanche, l'interfrange augmente avec la longueur d'onde. La figure d'interférences obtenues en lumière blanche est donc similaire.

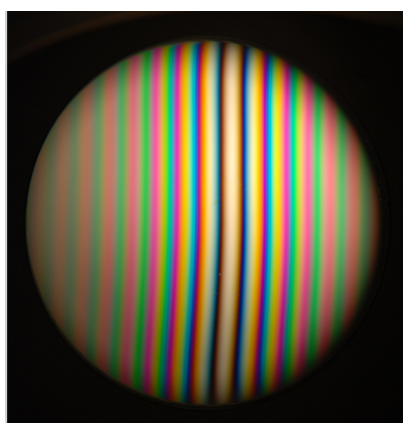


FIGURE 16 – Franges d'égale épaisseur en lumière blanche (Gérard Rebmann.  
<https://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/sfo-00257495v1>)

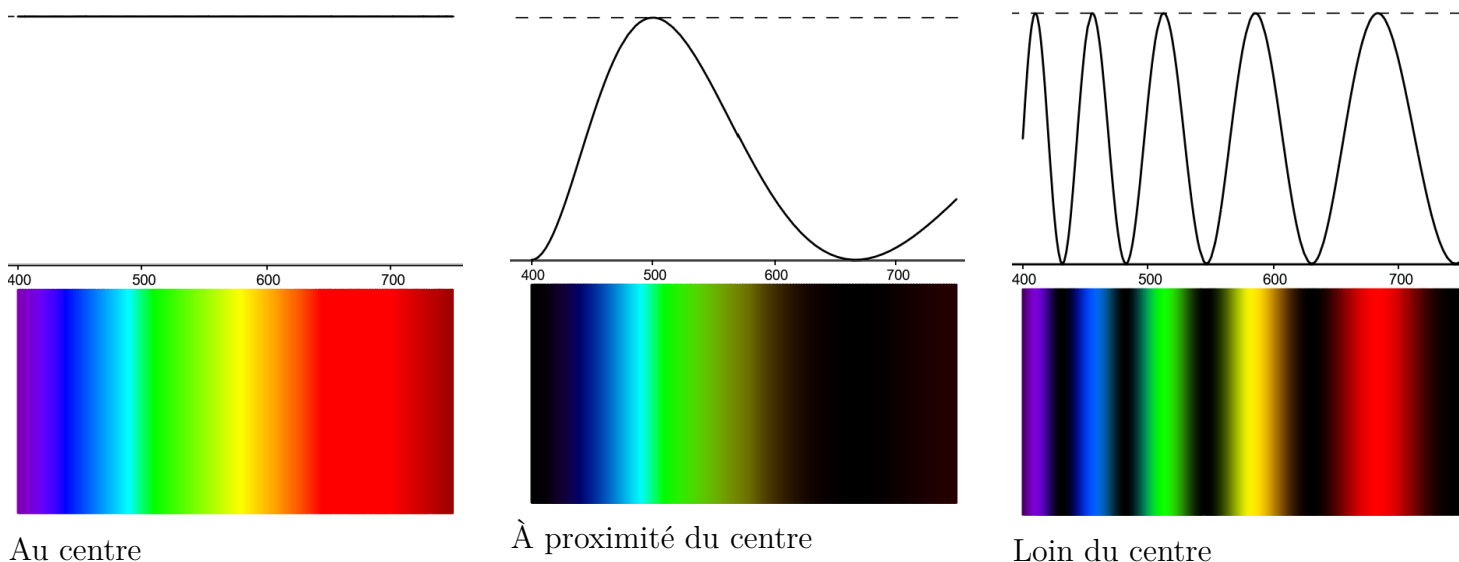


FIGURE 17 – Spectres observés à différents endroits (d'après <https://www.geogebra.org/m/usV5s5FR>)

### Activité n°8 –

On cherche à interpréter les observations.

- R1. Qu'observe-t-on en  $x = 0$  (au centre de la figure d'interférences) ? Pourquoi ?
- R2. Qu'observe-t-on en  $|x|$  proche du centre (où  $p$  reste faible) ?
- R3. Qu'observe-t-on à grande distance ? Pourquoi ?
- R4. Déterminer, pour une abscisse  $x$  et pour un angle des miroirs  $\alpha$  donnés, l'expression des longueurs d'ondes des cannelures.

**Solution:** Les cannelures sont observées à des longueurs d'onde  $\lambda_n$  telles qu'en  $x$ , ces radiations monochromatiques interfèrent destructivement.

$$p_n = n + \frac{1}{2}, \text{ soit } \frac{2\alpha x}{\lambda_n} = n + \frac{1}{2}, \text{ soit } \lambda_n = \frac{2\alpha x}{n + \frac{1}{2}}$$

**Solution:** Hormis en  $x = 0$ , la nature de l'interférence n'est donc pas la même pour toutes les longueurs d'onde. Avec un spectromètre à fibre optique, on réalise le spectre de la lumière obtenue en un point  $M$  de la figure d'interférences. Les figures ci-dessous donnent les spectres aux 3 points repérés sur la figure précédente.

- (a) Au centre de la figure :  $x = 0$  donc  $p = 0$  pour toutes les longueurs d'onde, qui interfèrent toutes constructivement. Le spectre en sortie de l'interféromètre est identique au spectre en entrée, la couleur observée aussi.
- Immédiatement autour, on observe des raies irisées : ce sont les **TEINTES DE NEWTON**. Seules une ou deux longueurs d'onde interfèrent destructivement, et on observe la couleur complémentaire.
- À grande distance, lorsque  $x$  devient trop grand,  $\delta$  devient grande, beaucoup de longueurs d'onde interfèrent destructivement, beaucoup constructivement, si bien que l'œil n'est plus capable de les distinguer et a une impression de blanc, appelé **BLANC D'ORDRE SUPÉRIEUR**. C'est ce que donne le spectre (c) : on parle de **spectre cannelé**.

Le blanc d'ordre supérieur correspond au brouillage des franges car le critère  $\delta(M) < L_C$  n'est plus respecté.

En pratique, le blanc d'ordre supérieur apparaît pour des différences de marche très faibles puisque pour une lampe à filament  $\ell_c \approx 0,1 \mu\text{m}$ .

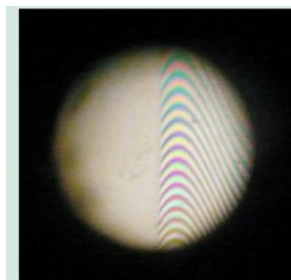
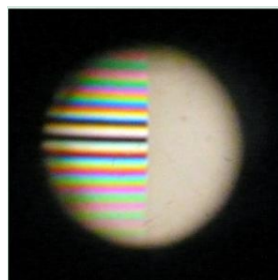
### ♥ À retenir – Michelson éclairé en coin d'air lumière blanche

- En  $x = 0$ , une frange brillante blanche. Le spectre en sortie de l'interféromètre est identique au spectre en entrée, la couleur observée aussi.
- Immédiatement autour, on observe des **raies irisées** : ce sont les **teintes de Newton**, du fait de l'extinction de certaines longueurs d'onde dans le spectre pour lesquelles l'ordre d'interférence est un demi-entier.
- À grande distance, on observe un **blanc d'ordre supérieur** dont le spectre présente un grand nombre de **cannelures** : **spectre cannelé**.

## III.5 Mesures interférométriques

- Mesure d'un indice optique d'une lame, ou de son épaisseur.

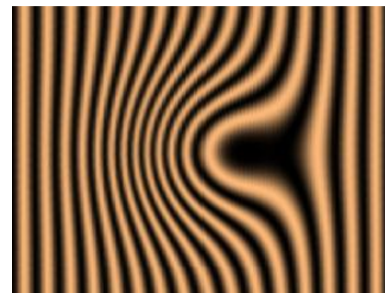
En lumière blanche, on interpose sur une partie du faisceau lumineux, devant l'un des miroirs une fine lame (par ex. lamelle de microscope), elle fait varier de façon sensible la différence de marche (ajout de  $2ne_{\text{lame}}$ ) et fait perdre les franges de lumière blanche. Il faut alors chariotter le miroir pour retrouver les franges. La distance du chariotage permet de retrouver les franges.



- Mesure d'un défaut de planéité.

Une lame de verre est placée devant l'un des deux miroirs, on peut détecter les défauts de la lame si elle n'est pas parfaitement parallèle.

On constate ici un décalage de trois interfranges, c'est-à-dire au niveau du défaut sur la lame la différence de marche est augmentée de  $3\lambda_0$ . Cela permet de remonter à l'épaisseur du défaut.



- De la même façon, on peut remonter aux caractéristiques d'un jet de gaz (largeur, indice).

