

👁 Électricité
TP n°2 Échantillonnage et condition de Shannon
— Corrigé

Mardi 15 septembre 2026

I Travail préparatoire

R1. Valeur moyenne de s périodique de période T : $\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$

Valeur efficace de s périodique de période T : $S_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$

R2. Valeur moyenne :

$$\begin{aligned} \langle s \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T S \cos^2(\omega t) dt \\ &= \frac{S}{2T} \int_0^T 1 + \cos(2\omega t) dt \\ &= \frac{S}{2T} \left(T + \frac{\sin(2\omega T) - \sin(0)}{2\omega} \right) \\ &= \frac{S}{2} \end{aligned}$$

R3. $S_{\text{eff}} = \sqrt{\langle S_m^2 \cos^2(\omega t) \rangle} = \frac{S_m}{\sqrt{2}}$

❤ À retenir —

La valeur efficace d'un signal SINUSOÏDAL d'amplitude S_m est $\frac{S_m}{\sqrt{2}}$

R4. D'après le graphe temporel : $T = 0,005$ s, donc $f = 200$ Hz

R5. Le spectre en amplitude comporte une composante continue de 2,0 V, un harmonique de 200 Hz d'amplitude 1,0 V, et un harmonique de 2000 Hz d'amplitude 0,2 V.

Ainsi : $e(t) = 2 + 1 \cos(2\pi \times 200t + \varphi_1) + 0,2 \cos(2\pi \times 2000t + \varphi_2)$ V

II Analyse spectrale

⚠ Attention —

R6. Le GBF indique la valeur de l'amplitude CRÊTE-à-CRÊTE, pour avoir une amplitude de 3,0 V, il faut indiquer sur le GBF 3,0 V_{pp} (V_{pp}= pick-to-pick).

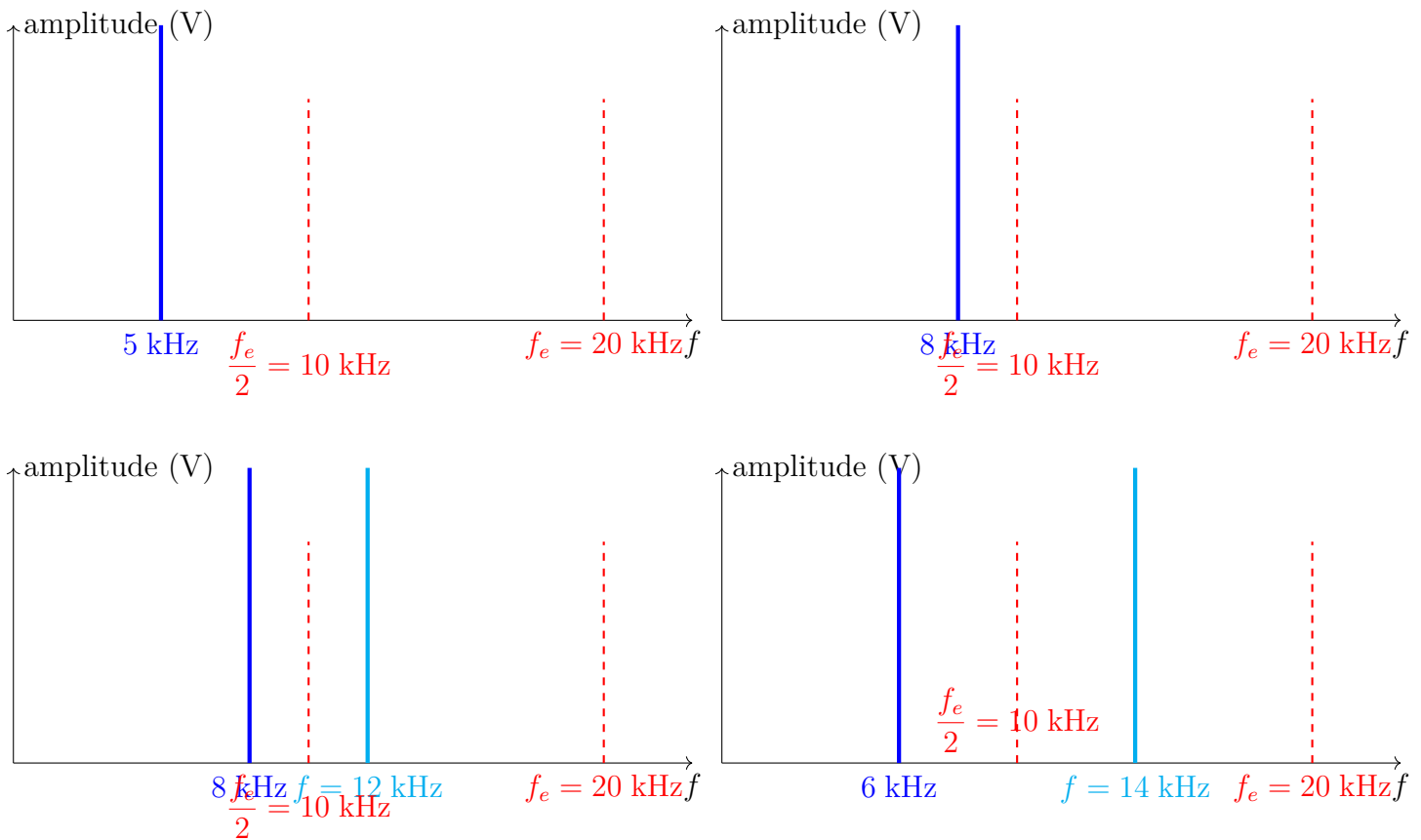
R7. $e(t) = 1,0 + 3,0 \cos(2\pi \times 200t)$ V

R8.

R9. La valeur moyenne est la **composante continue** : sa valeur est donc donnée par l'amplitude du pic situé en $f = 0$ Hz. De l'ordre de $\langle u(t) \rangle = 0,6$ V dans ce TP.

III Acquisition numérique

- R10. Le signal en entrée est un signal sinusoïdal de valeur moyenne nulle, on s'attend donc à obtenir un unique harmonique à la fréquence du signal.
- R11. Le critère de Shannon n'est plus respecté à partir de $\frac{f_e}{2} = 10 \text{ kHz}$. Pour $f > \frac{f_e}{2}$, on observe un harmonique de fréquence inférieure à la fréquence du signal envoyé.
- R12. (les spectres sont un peu simplifiés et les amplitudes ne sont pas indiquées et sont un peu arbitraires...)

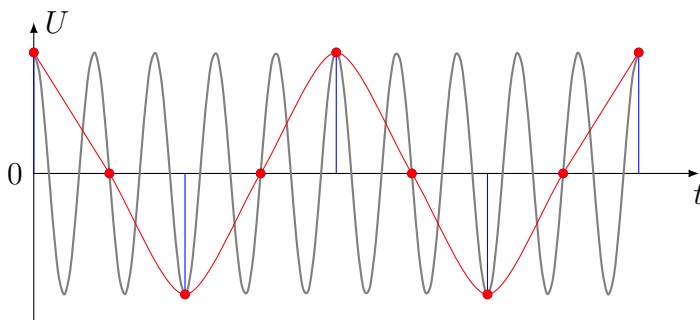


R13. $\left| \frac{f_e}{2} - f_{\text{mes}} \right| = \left| f_{\text{signal}} - \frac{f_e}{2} \right|$

- R14. Les signaux/harmoniques de fréquences supérieures à $\frac{f_e}{2}$ ne peuvent pas être acquis convenablement. Les harmoniques au-delà de $\frac{f_e}{2}$ sont « repliés » sur avant $\frac{f_e}{2}$, symétriquement par rapport à $\frac{f_e}{2}$.

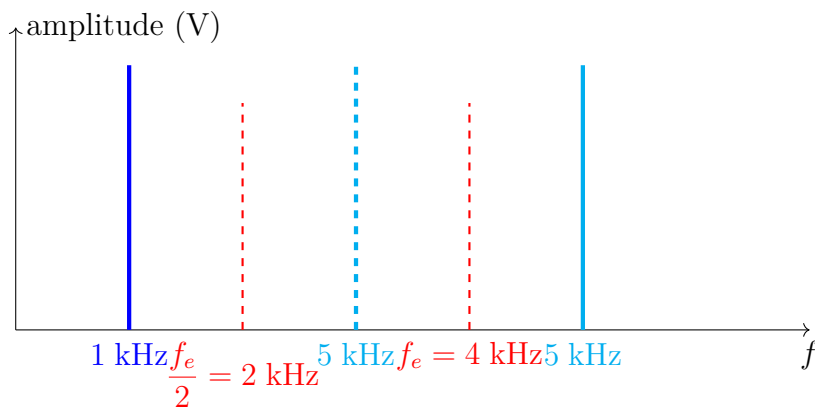
Par exemple (tout ressemblance avec des faits ayant vraiment existés est fortuite).

$f = 5 \text{ kHz}$ et $f_e = 4 \text{ kHz}$, donc $T_e = 1,25T$: un point est acquis toutes les 1,25 périodes du signal.



Le signal qu'on veut acquérir est le gris. Le signal réellement acquis est le signal rouge, il est de période 5 fois plus grande que celle du signal de départ. Sa fréquence vaut donc 1 kHz.

Spectralement :



Il y a 2 repliements : une fois symétriquement par rapport à f_e , puis par rapport à $\frac{f_e}{2}$.

R15. Le critère de Shannon est respecté si $f < \frac{f_e}{2}$, or $T_{\text{tot}} = N_e T_e = \frac{N_e}{f_e}$

Le critère de Shannon impose donc $f < \frac{N_e}{2T_{\text{tot}}}$, soit $T_{\text{tot}} < \frac{N_e}{2f}$

R16. Pour avoir la meilleure résolution spectrale, c'est-à-dire pouvoir distinguer deux harmoniques de fréquence proche, il faut choisir T_{tot} la plus élevée possible.

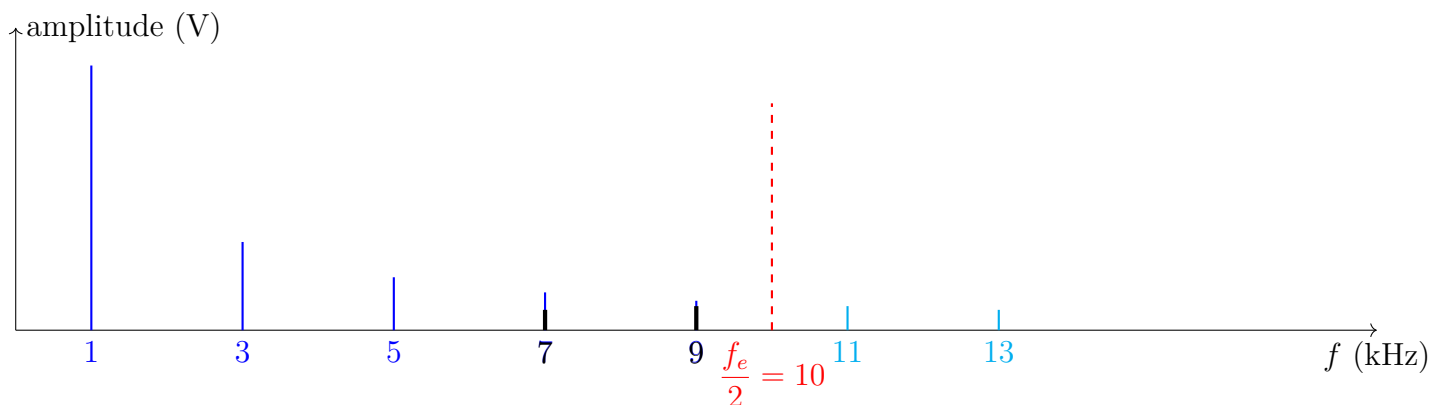
R17. À N_e et f fixées, la valeur maximale de T_{tot} est imposée. Pour avoir la meilleure résolution spectrale, il faut choisir T_{tot} à cette valeur maximale.

R18. Choisir $\Delta f = 1$ Hz par exemple, $T_{\text{tot}} = 1$ s, impose $N_e > 2222$.

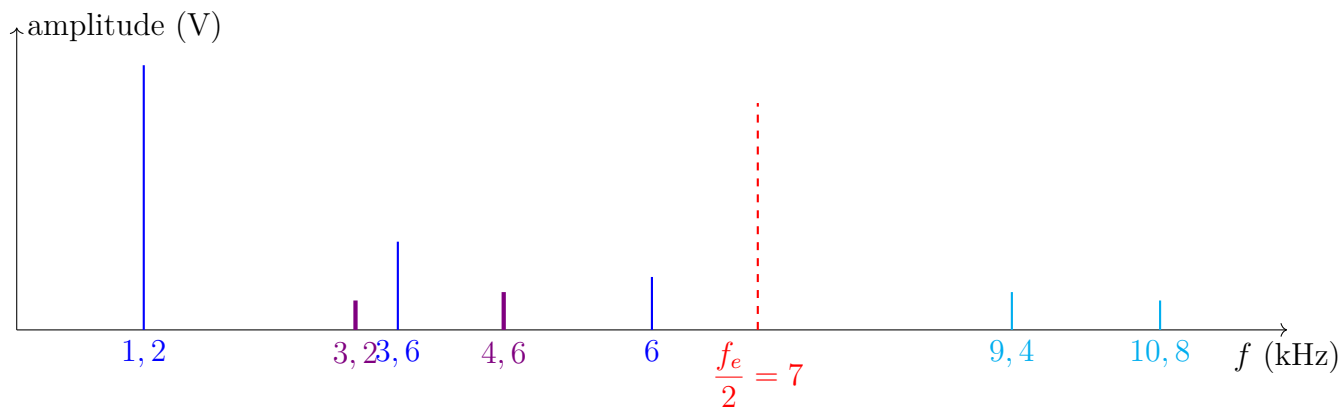
R19. Avec les mêmes réglages il ne pourrait pas être possible de distinguer 1111 kHz et 1111,1 kHz, on ne verrait donc qu'un seul harmonique.

R20. Pour observer les trois premiers harmoniques du créneau, il faut que $f_{\text{max}} = f_5 = 5 \text{ kHz} < \frac{f_e}{2}$, soit $f_e > 10 \text{ kHz}$.

R21. Avec $f_e = 20 \text{ kHz}$, il n'est pas possible d'acquérir convenablement les harmoniques de fréquences supérieures à 10 kHz, les harmoniques à partir de $11f$ seront repliés symétriquement par rapport à 10 kHz (qui se retrouvent cachés dans les harmoniques plus importants précédents...).



Par exemple, avec $f = 1, 2 \text{ kHz}$ et $f_e = 14 \text{ kHz}$ (pour mieux visualiser le repliement) :



♥ Bilan du TP –

Le seul paramètre qu'on peut choisir sur les oscilloscopes est souvent la durée d'acquisition T_{tot} . Cette durée est reliée à la fréquence d'échantillonnage f_e et au nombre d'échantillons N_e par

$$T_{\text{tot}} = (N_e - 1)T_e = \frac{N_e - 1}{f_e}$$

et à la résolution spectrale Δf par :

$$T_{\text{tot}} = \frac{1}{\Delta f}$$

Afin d'avoir la meilleure résolution spectrale, il faut choisir T_{tot} la plus **longue possible**, mais en l'**augmentant** trop, la condition de Nyquist-Shannon peut ne plus être respectée pour les fréquences plus élevées du spectre.

Il faut donc faire un compromis :

- choisir T_{tot} suffisamment faible pour que la condition de Nyquist-Shannon soit vérifiée jusqu'à la fréquence f_{max} souhaitée du signal :

$$T_{\text{tot}} < \frac{N_e - 1}{2f_{\text{max}}}$$

- puis la plus **élevée** pour avoir la meilleure résolution spectrale.