

Optique TD n°O2 Interférences par division du front d'onde : trous d'Young

Exercice n°	§	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Capacités										
Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences des trous d'Young.	I.1 I.2.a)									
Justifier la forme des franges observées sur un écran éloigné parallèle au plan contenant les trous d'Young	I.2.b)									
Identifier l'effet de la diffraction sur la figure observée.	IV									
Exprimer l'ordre d'interférences sur l'écran dans le cas d'un dispositif des fentes d'Young utilisé en configuration de Fraunhofer.	I.3									
Perte de contraste par élargissement spatial de la source. Utiliser un critère semi-quantitatif de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences pour interpréter des observations expérimentales.	II.3.c)									
Perte de contraste par élargissement spectral de la source. Utiliser un critère semi-quantitatif de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences pour interpréter des observations expérimentales.	III.2									
Observations en lumière blanche. Relier la longueur de cohérence temporelle, la largeur spectrale et la longueur d'onde en ordres de grandeur.	III.3									

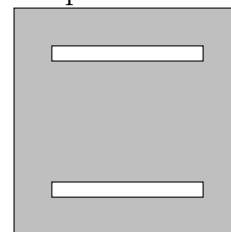
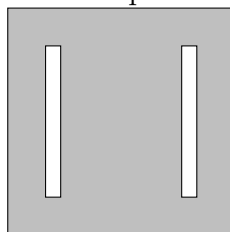
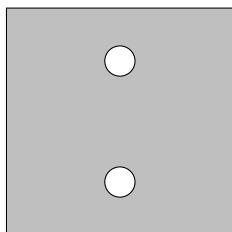
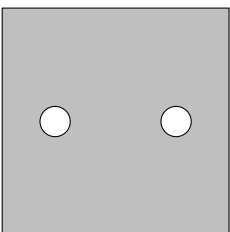
Parcours possibles

- ♪ Si vous avez des difficultés sur ce chapitre : 1, 2, 3, 4 (Q1 à Q6)
- ♪ ♪ Si vous vous sentez moyennement à l'aise, mais pas en difficulté : 2, 3, 4, 5.
- ♪ ♪ ♪ Si vous êtes à l'aise : 4, 5, 6, 7 ou 8

I Exercices d'application

Exercice n°1 Figures d'interférence ♪

On éclaire un dispositif d'Young (trous ou fentes) en lumière monochromatique. Représenter l'allure de la figure d'interférences observée sur un écran à grande distance pour chacun des dispositifs ci-dessous.

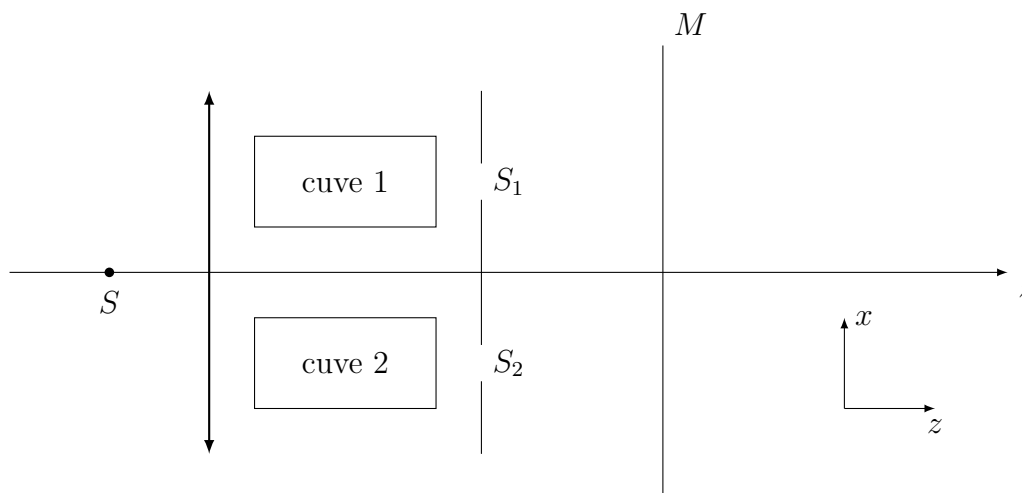


Exercice n°2 Mesure de l'indice d'un gaz 🎵

Nous considérons un montage expérimental constitué de deux fentes d'Young distantes de a avant lesquelles sont placées deux cuves identiques transparentes pouvant contenir un gaz.

Les cuves sont éclairées par une onde plane au moyen d'une source ponctuelle S monochromatique placée au foyer objet d'une lentille convergente (L). L'observation se fait sur un écran placé à une distance D des fentes $D \gg a$. Nous notons ℓ la longueur des cuves parallèlement à la direction de l'onde plane incidente.

L'air est d'indice n_{air} .



- Q1. Tracer les deux rayons interférant au point M .
- Q2. En notant respectivement n_1 et n_2 l'indice de réfraction des gaz contenus dans les cuves 1 et 2, déterminer la différence de chemin optique $\delta = (SS_2M) - (SS_1M)$ en un point M de l'écran.
En déduire l'expression de l'intensité.
- Q3. Déterminer l'interfrange et la position de la frange d'ordre 0. Est-il possible de repérer la position de cette frange en lumière monochromatique ?
- Q4. Initialement, un vide très poussé avait été effectué dans la première cuve, la seconde contenant de l'air (à la pression et à la température du laboratoire) de telle sorte qu'initialement $n_1 = 1$ et $n_2 = n_{\text{air}}$. On fait rentrer de l'air lentement dans la première cuve, qu'observe-t-on sur l'écran ?
- Q5. Entre l'état initial et l'équilibre, on observe le défilement de N franges brillantes, déterminer l'indice de l'air. Discuter de la faisabilité de l'expérience sachant que $n_{\text{air}} - 1 \approx 3 \times 10^{-4}$.

Exercice n°3 Cohérence temporelle et spatiale d'une source 🎵

On étudie la cohérence d'une source lumineuse utilisée dans une expérience d'interférences à deux fentes (type Young). On suppose que la lumière émise est quasi-monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 600 \text{ nm}$, mais que sa cohérence temporelle et spatiale est limitée.

- Q1. Expliquez la différence entre cohérence temporelle et cohérence spatiale d'une source.
Quelle condition doit respecter une source pour produire des franges d'interférence nettes et stables ?
- Q2. La lumière utilisée provient d'une diode laser dont la largeur spectrale est $\Delta\lambda = 2 \text{ nm}$. Calculez la longueur de cohérence ℓ_c de cette source.
- Q3. En déduire le temps de cohérence τ_c de cette source lumineuse. Quelle interprétation physique peut-on donner à ce temps ?
- Q4. Soit $d = 1 \text{ mm}$, la taille de la diode laser. On place deux fentes séparées d'une distance $a = 0,1 \text{ mm}$ à une distance $L = 0,1 \text{ m}$ de la source. Le critère de cohérence spatiale est-il assuré ?

Exercice n°4 Trous d'Young éclairés par le doublet du mercure ♪ (Cohérence temporelle)

Considérons un dispositif de fentes d'Young éclairé par une lampe à vapeur de mercure assimilée à une source ponctuelle située au foyer principal objet d'une lentille convergente ($\mathcal{L}_1$, de distance focale f'_1), dont on isole le doublet jaune par un filtre approprié. Ce doublet est formé de deux raies très rapprochées, modélisées par deux raies monochromatiques de même intensité I_m et de longueurs d'onde $\lambda_1 = 577 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 579 \text{ nm}$.

Les fentes d'Young sont séparées d'une distance a et ont pour largeur $a/10$. Sur l'écran placé dans le plan focal image d'une deuxième lentille convergente ($\mathcal{L}_2$, de distance focale f'_2), on observe la figure d'interférences.

La configuration considérée est donc la configuration de Fraunhofer.

Q1. Faire un schéma précis du dispositif.

Q2. Pour une seule radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 , établir l'ordre d'interférences au point de l'écran d'abscisse x puis celle de l'intensité. Décrire la figure d'interférences.

Q3. Définir l'interfrange. Pour laquelle des longueurs d'onde λ_1 ou λ_2 est-il le plus grand ?

Q4. Les ondes issues de la raie 1 et celles issues de la raie 2 interfèrent-elles ?

Q5. Justifier qualitativement qu'il y aura brouillage de la figure d'interférences périodiquement.

Q6. Exploiter le critère semi quantitatif pour déterminer les abscisses x des brouillages.

On souhaite établir ces résultats plus quantitativement.

Q7. ♪ ♪ Montrer que l'intensité totale se met sous la forme

$$I(x) = I_{\text{moy}} \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta\lambda}{2\lambda^2} \frac{ax}{f'_2} \right) \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda f'_2} \right) \right]$$

avec I_{moy} une constante de proportionnalité dépendant de l'intensité I_m des raies ; $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ la séparation du doublet et $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ sa longueur d'onde moyenne. Comme les deux longueurs d'onde sont très proches, on approximera $\lambda_1\lambda_2 \simeq \lambda^2$.

Q8. ♪ ♪ Déterminer la période spatiale des deux cosinus. En déduire que l'un d'eux s'interprète comme un terme d'interférences et l'autre comme un facteur de contraste dépendant du point d'observation. Représenter alors schématiquement l'allure de $I(x)$.

Q9. Pour deux fentes d'Young de largeur égale à $\frac{a}{10}$, estimer la taille de la figure d'interférences sur l'écran et le nombre de franges observables. Qu'observe-t-on réellement sur l'écran ?

Donnée

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos \left(\frac{a+b}{2} \right) \cos \left(\frac{a-b}{2} \right)$$

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°5 Étoile double ♪ ♪ (Cohérence spatiale)

Les objets observés en astronomie sont souvent de dimension angulaire trop faible pour être résolus par un télescope. C'est le cas par exemple des exoplanètes orbitant autour d'étoiles, ou des disques de matière et de gaz se formant autour de certaines étoiles. La résolution d'un télescope est en effet limitée par :

- les aberrations optiques (non stigmatisme : l'image d'un point n'est pas exactement un point),
- les fluctuations atmosphériques (qui déforment le front d'onde et troublent l'image, comme quand on regarde au dessus d'un radiateur et que l'air chaud trouble ce qui est derrière),
- la diffraction par l'ouverture du télescope : même pour des optiques parfaites, un télescope de diamètre d produit d'un objet ponctuel à l'infini une image qui est, dans le plan focal image, une tache de demi diamètre angulaire $\theta \approx \lambda/d$.

On s'intéresse à l'étude d'une étoile double. Il s'agit de deux étoiles en orbite l'une autour de l'autre. Par exemple l'image ci-contre est celle du système binaire Albireo vu par un télescope. C'est un cas où les étoiles sont assez séparées pour être observables directement, mais ce n'est pas toujours le cas, et il faut alors utiliser le dispositif interférentiel décrit ici.



On note ε la séparation angulaire entre les deux étoiles.

On modélise d'abord le télescope interférentiel comme deux trous d'Young, séparés d'une distance a , devant lesquels on place un filtre monochromatique qui ne laisse passer que les longueurs d'onde autour de λ_0 , et d'un écran placé dans le plan focal image d'une lentille.

Les étoiles sont à l'infini, supposées ponctuelles, l'une dans la direction faisant un angle $\varepsilon/2$ avec l'axe de la lentille, l'autre un angle $-\varepsilon/2$.

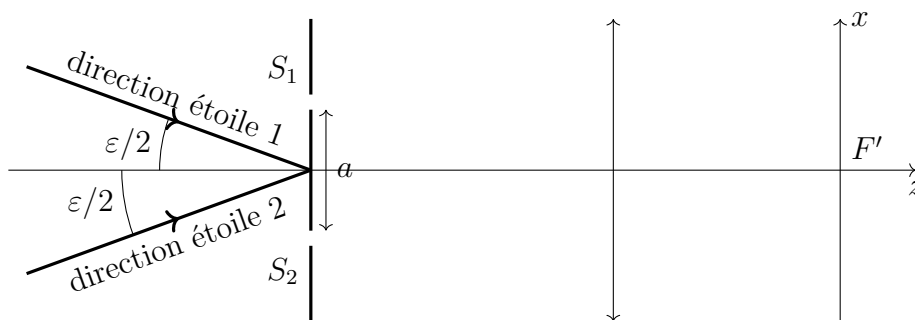


FIGURE 1 – Montage des trous d'Young

On a $\varepsilon \ll 1$, et la lentille est utilisée dans les conditions de Gauss.

Q1. Pourquoi les deux étoiles peuvent-elles être supposées comme étant des sources incohérentes ?

On considère d'abord l'étoile 1, qui fait un angle $+\varepsilon/2$ avec l'axe de la lentille.

Q2. Établir l'expression de la différence de marche au point M de l'écran d'abscisse x entre deux rayons, l'un passant par S_1 et l'autre par S_2 .

Q3. En déduire l'expression de l'intensité sur l'écran due à l'étoile 1.

Q4. Décrire la figure d'interférence obtenue : franges, interfrange, position de la frange centrale.

Q5. En déduire, par analogie, exprimer l'intensité lumineuse dû à l'étoile 2.

Q6. Tracer ces deux intensités sur un même graphique.

Expliquer qualitativement pourquoi lorsqu'on augmente a , le contraste de l'image finira par être nul.

Q7. On augmente progressivement a , en exploitant le critère semi-quantitatif en déduire une relation entre a , ε et λ au premier brouillage.

Q8. Exprimer l'intensité totale sous la forme : $I_{\text{tot}}(x) = 4I_0 \left[1 + C(\varepsilon) \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'} \right) \right]$

Identifier l'expression du contraste $C(\varepsilon)$.

Q9. Montrer que le contraste s'annule pour des valeurs a_k de a , avec k entier, dont on donnera l'expression.

En pratique, on ne place pas une énorme lentille derrière deux trous d'Young (cela serait du gâchis car la majeure partie de la lentille ne sert pas). Au lieu de cela, on utilise deux petits télescopes, qui jouent chacun le rôle d'un trou d'Young. On capte la lumière reçue par chacun, on l'achemine par des fibres optiques, et on fait interférer ces deux lumières. On a donc, très schématiquement, le fonctionnement suivant :

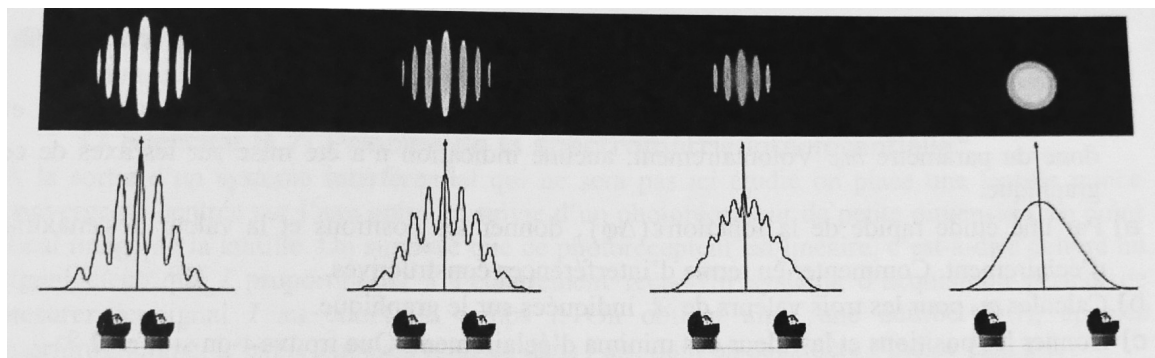
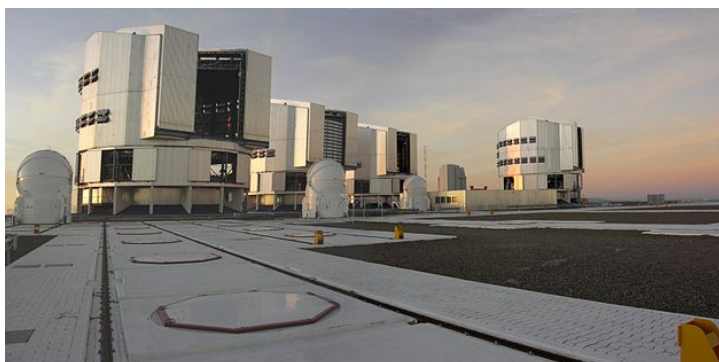


FIGURE 2 – Évolution des franges d'interférences avec la distance entre deux télescopes observant une étoile (source VLT).

Q10. L'observation du système binaire Albireo donne un brouillage pour une séparation $a_0 = 1,93$ mm. On en déduit donc qu'il s'agit d'une étoile double.

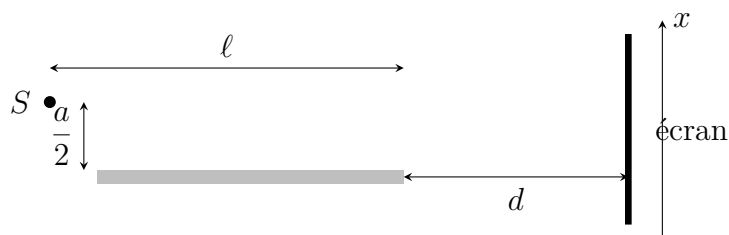
La longueur d'onde utilisée est $\lambda_0 = 635$ nm. Quelle est la séparation angulaire entre les deux étoiles ?



Photographie du VLT. Il est composé de 4 gros télescopes (les 4 bâtiments cylindriques les plus gros), et de 4 télescopes plus petits (on en voit 3 sur la photo : les 3 en forme de dôme). Les petits télescopes peuvent être déplacés sur des rails pour atteindre des écartements de 200 m. On voit un tel rail en avant plan.

Exercice n°6 Miroir de Lloyd ♪ ♪ (Cohérence spatiale)

Le dispositif de Lloyd permet d'obtenir des interférences à deux ondes. Il consiste en un miroir plan et un écran, éclairés par une source S supposée ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ_0 placée très près du miroir. On indique que la réflexion sur le miroir entraîne un déphasage de π de l'onde réfléchie.



Dispositif interférentiel du miroir de Lloyd.

- Q1. Représenter la marche des deux rayons lumineux issus de S qui interfèrent en un point M de l'écran, on introduira pour cela l'image S' de S par le miroir.
En déduire que le dispositif est équivalent à des trous d'Young.
- Q2. Décrire le champ d'interférences. Les interférences sont-elles localisées ?
- Q3. Déterminer la différence de marche $\delta(M)$ et l'ordre d'interférences $p(M)$.
Décrire les franges d'interférences.
- Q4. Exprimer l'interfrange i .
- Q5. Peut-on remplacer la source ponctuelle par une fente lumineuse allongée dans la direction orthogonale au plan de la figure ci-dessus sans dégrader la visibilité des franges ?
- Q6. On élargit maintenant la fente source dans la direction orthogonale aux franges. Sa largeur b est répartie également de part et d'autre de la position $a/2$. En utilisant le critère semi-quantitatif de visibilité des franges, exprimer en fonction de i , de a et b l'extension spatiale de la figure d'interférences où les franges restent visibles.

Exercice n°7 Mesure d'une largeur spectrale ♪ ♪ ♪ (Cohérence temporelle)

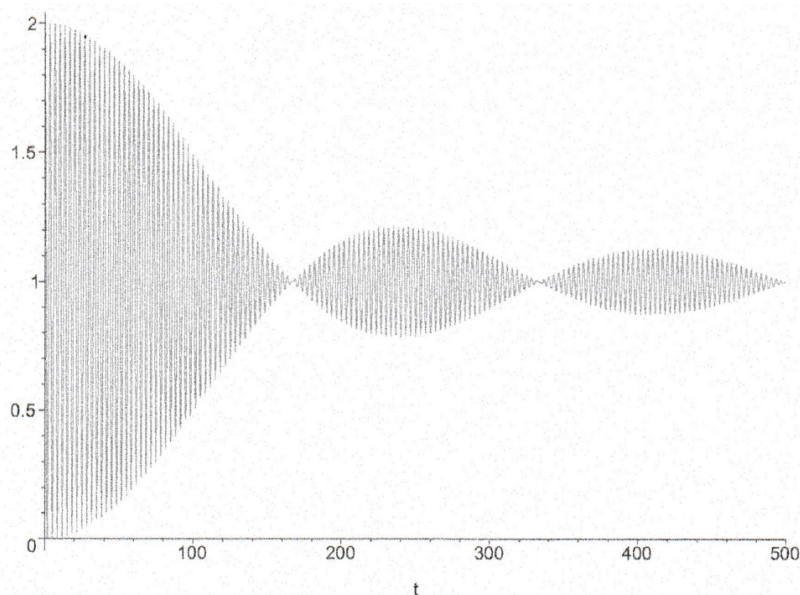
Considérons une source ponctuelle dont le spectre est constitué d'une raie de longueur d'onde moyenne $\lambda_0 = 668 \text{ nm}$ et de largeur $\Delta\lambda$.

Elle éclaire un dispositif de trous d'Young dont la distance $a(t)$ varie en fonction du temps : $a(0) = 0$ et $\frac{da}{dt} = 100 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

L'écran est à distance $D = 5,00 \text{ m}$.

On place un capteur sur l'écran en un point M à distance $x = 1,0 \text{ cm}$ du centre.

Le graphe suivant présente l'intensité lumineuse reçue par le capteur en fonction du temps en secondes.



- Q1. Rappeler l'expression de la différence de marche d'un tel dispositif.
Exprimer $a(t)$.

- Q2. Exploiter le critère semi-quantitatif pour en déduire $\Delta\lambda$.

L'intensité lumineuse est répartie uniformément sur l'intervalle $\left[\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}, \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2} \right]$.

- Q3. Établir l'expression de l'intensité lumineuse sous la forme $I(M) = 2I_0 \left[1 + C(x) \cos \left(\frac{2\pi x}{i} \right) \right]$. Identifier les expressions de C et de i .

- Q4. Exprimer les instants d'annulation du contraste.

- Q5. Déterminer une estimation de la largeur spectrale $\Delta\lambda$.

III Résolution de problème

Exercice n°8 Étoile

On observe une étoile supposée ponctuelle à l'aide d'un télescope dont l'axe est placé verticalement à l'équateur. Devant le télescope est disposé un système de fentes d'Young ainsi qu'un filtre vert de longueur d'onde $\lambda = 550 \text{ nm}$.

Estimer la période de défilement des franges.

Exercice n°9 Interférences en lumière blanche

On réalise une expérience des trous d'Young en lumière blanche : les deux trous sont séparés d'une distance $a = 1,5 \text{ mm}$, et l'écran est placé à $D = 1,5 \text{ m}$ du plan des trous.

On perce un trou dans l'écran à 5 mm au-dessus de l'axe médiateur des deux trous d'Young, et on place derrière un prisme.

Combien peut-on observer de cannelures dans le spectre formé derrière le prisme ?