Électromagnétisme

TD EM1 Électrostatique

Capacités \ Exercice n°	§	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Exprimer le champ électrostatique et le potentiel créés par une distribution discrète de charges.	I.3 I.4	✎				✎						
Exploiter les propriétés de symétrie des sources (translation, rotation, symétrie plane, conjugaison de charges) pour prévoir des propriétés du champ créé.	II.2 II.3						✎	✎	✎	✎	✎	✎
Justifier l'orthogonalité des lignes de champ avec les surfaces équipotentielles et leur orientation dans le sens des potentiels décroissants.	II.3	✎		✎	✎							
Choisir une surface adaptée et utiliser le théorème de Gauss.	IV						✎	✎	✎	✎	✎	✎
Justifier qu'une carte de lignes de champ puisse ou non être celle d'un champ électrostatique.	II.3		✎									
Repérer, sur une carte de champ électrostatique, d'éventuelles sources du champ et leur signe.	II.3	✎	✎	✎								
Associer l'évolution de la norme du champ électrostatique à l'évasement des tubes de champ loin des sources.	II.2.c)		✎									
Relier équipotentielles et lignes de champ électrostatique.	II.3	✎		✎	✎							
Évaluer la norme du champ électrostatique à partir d'un réseau de lignes équipotentielles.	II.3			✎	✎							
Établir l'expression du champ créé par un plan infini uniformément chargé en surface.	IV.3								✎			
Établir l'expression du champ créé par un condensateur plan.	IV.3						✎					
Déterminer l'expression de la capacité d'un condensateur plan.	IV.3						✎					
Exprimer l'énergie de constitution d'un noyau en construisant le noyau par adjonction progressive de charges apportées de l'infini.	V											✎
Utiliser les analogies entre les forces électrostatique et gravitationnelle pour déterminer l'expression de champs gravitationnels.	IV.2									✎		✎

Parcours possibles

♪ Si vous avez des difficultés sur ce chapitre : n°1, 3, 5, 6, 10 (Q1)

♪ ♪ Si vous vous sentez moyennement à l'aise, mais pas en difficulté : n°2, 4, 5, 6, 7, 8

♪ ♪ ♪ Si vous êtes à l'aise : n°2, 4, 8, 9, 10, 11

Données –

Permittivité absolue du vide : $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F · m^{-1}.

I Topographie du champ

Exercice n°1 Étude de cartes topographiques ♪

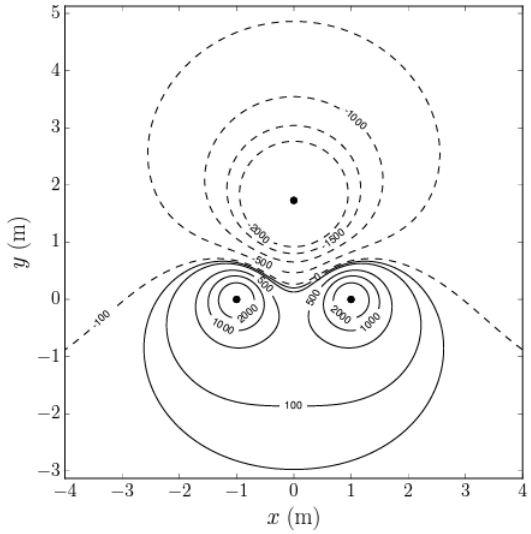


figure (a)

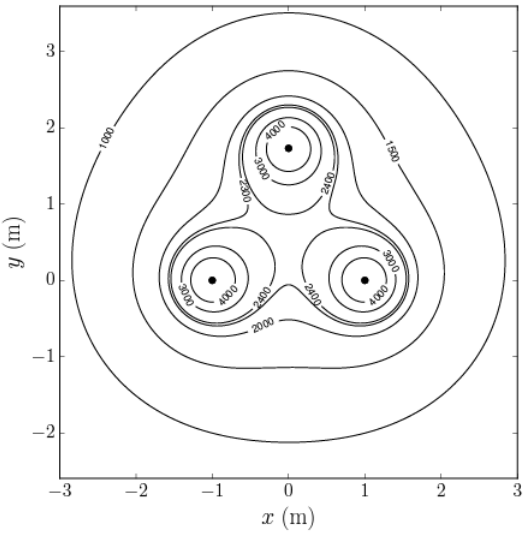


figure (b)

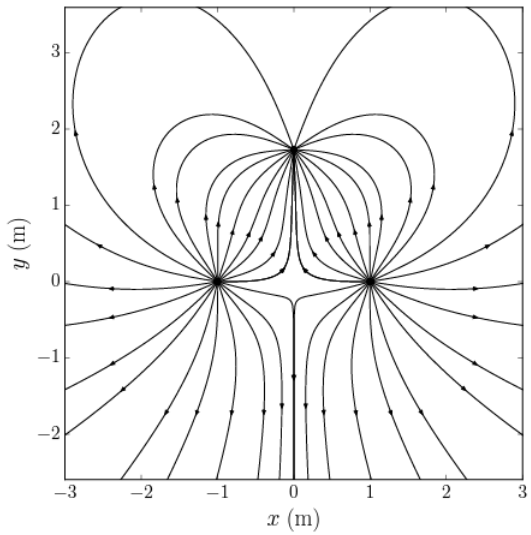


figure (c)

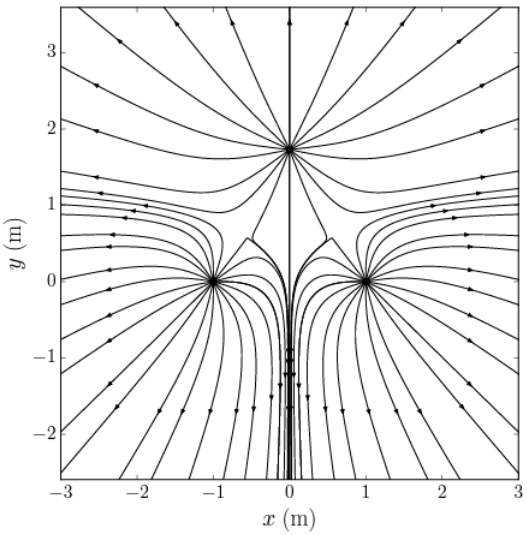


figure (d)

Les cartes ci-dessus ont été tracées avec quatre jeux de trois charges ponctuelles (A, B, C) disposées sur un triangle équilatéral : Jeu (1) : (q, q, q) ; Jeu (2) : $(q, q, 3q)$; Jeu (3) : $(q, q, -q)$; Jeu (4) : $(q, q, -3q)$

Les figures représentent les lignes de champ ou la trace des équipotentielles dans le plan des charges. Les valeurs des potentiels indiquées sur les graphes sont en volts.

Q1. En utilisant des arguments simples, associer les figures (a), (b), (c), (d) aux quatre jeux de charges. Indiquer dans chaque cas la position des charges.

Q2. Tracer l'allure de quelques lignes de champ pour la figure (b) et de quelques équipotentielles pour la figure (d).

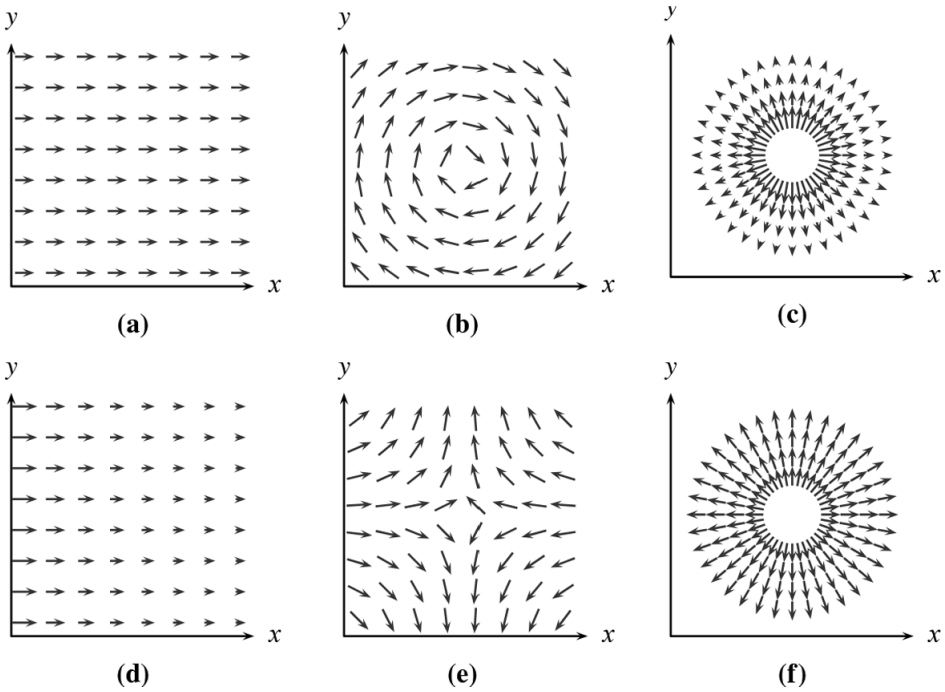
Q3. En utilisant les graphes (a) ou (b), déterminer une valeur approchée de q.

Q4. Pour les figures (c) et (d), indiquer la localisation approximative des points de champ électrostatique nul, s'ils existent.

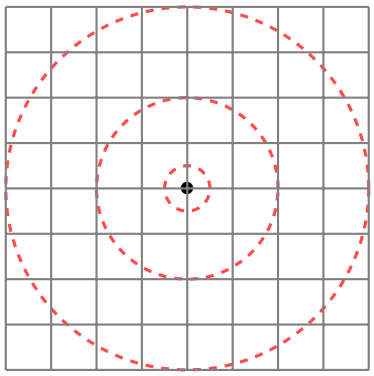
Exercice n°2 Est-ce un champ électrostatique ? ♪ ♪

Les figures ci-dessous représentent, dans un plan z =cste, quelques cartes de champs bidimensionnels de la forme $\overrightarrow{E}(x,y) = E_x(x,y)\overrightarrow{u_x} + E_y(x,y)\overrightarrow{u_y}$.

Préciser dans chaque cas s'il peut s'agir d'un champ électrostatique, et si oui, si des charges sont présentes dans la région représentée.



Exercice n°3 Champ créé par une charge ponctuelle ♪



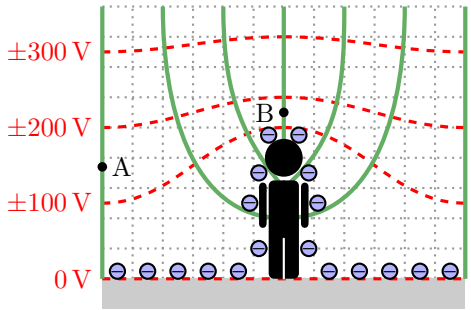
Ci-contre, on donne 3 surfaces équipotentielles générées par une charge ponctuelle placée au centre. Leurs potentiels valent (en partant du centre) : -8 V ; -2 V ; -1 V.
Chaque carreau correspond à 1 nm.

Q1. Donner l'orientation du vecteur champ électrostatique.

Q2. Quel est le signe de la charge ponctuelle ? Sa valeur numérique ?

Q3. Évaluez le champ électrostatique généré.

Exercice n°4 Effet de pointe ♪



Un individu porte une charge négative, ce qui modifie localement les propriétés du champ électrostatique. La figure ci-dessous représente qualitativement les lignes de champ en trait plein tandis que les (surfaces) équipotentielles sont illustrées en pointillés. L'échelle du schéma est 1 division $\leftrightarrow$ 40 cm.

Q1. Comment sont orientées les lignes de champ électrostatique ?

Q2. Quel est le signe des valeurs de potentiel électrostatique des équipotentielles représentées ?

Q3. Évaluer la valeur du champ électrostatique en A.

Q4. Comparer les champs électrostatiques en A et B.

II Charges ponctuelles

Exercice n°5 Champ créé par quatre charges ponctuelles ♪

Soit quatre charges ponctuelles q positives disposées aux sommets d'un carré de côté a, de centre O, placé dans le plan (Ox, Oy). Les axes (Ox) et (Oy) correspondent aux deux médiatrices des faces du carré.

Q1. Exprimer le vecteur champ électrostatique sur l'axe (Oz). On s'aidera d'un schéma, et on commencera par étudier les symétries pour déterminer la direction de $\vec{E}$.

Q2. Exprimer le potentiel électrostatique sur l'axe (Oz). Retrouver $\vec{E}(M)$.

III Applications du théorème de Gauss

Exercice n°6 Condensateur cylindrique ♪

On considère une distribution de charge constituée de deux cylindres concentriques de même axe (Oz), de hauteur h. Les deux cylindres sont creux et chargés uniquement en surface avec une densité surfacique uniforme. Le cylindre intérieur de rayon R_1 porte la charge $-Q$, et le cylindre extérieur de rayon R_2 porte la charge $+Q$. On néglige les effets de bord (c'est-à-dire les cylindres sont supposés infinis).

Q1. Déterminer la forme générale du champ électrostatique créé en tous points de l'espace.

Q2. Exprimer le champ électrostatique créé par cette distribution en tous points de l'espace.

Q3. Exprimer la différence de potentiel $U = V(R_2) - V(R_1)$.

Q4. En déduire l'expression de la capacité du condensateur.

Exercice n°7 Modèle d'un noyau atomique ♪ ♪

La répartition de charge au sein de certains noyaux atomiques peut être modélisée par une densité volumique de la forme

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \dfrac{r^2}{a^2}\right) & \text{si } r \leq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où a est le rayon du noyau et r est la distance au centre O.

Q1. Déterminer l'expression de la charge totale du noyau à partir de la densité volumique de charges fournie.

Q2. En déduire une expression de ρ_0 en fonction du numéro atomique Z du noyau, du rayon a et de la charge élémentaire.

Q3. Exprimer le champ électrostatique créé par le noyau en tout point de l'espace.

Q4. Représenter graphiquement sa norme en fonction de r.

Q5. Si on avait souhaité calculer seulement le champ ressenti par un électron de l'atome, quelle démarche beaucoup plus simple aurait-on pu adopter ? Expliquer pourquoi elle s'applique.

Exercice n°8 Couche épaisse ♪ ♪

On considère une couche épaisse, comprise entre les deux plans d'équation $z = -a/2$ et $z = +a/2$ et infinie dans les directions x et y, chargée uniformément en volume avec une densité volumique de charge ρ_0.

Q1. Montrer que le champ électrique prend en tout point M de l'espace la forme $\vec{E}(M) = E_z(z)\vec{e_z}$

Q2. Déterminer la parité de $E_z(z)$.

Q3. Exprimer le champ créé par la distribution dans tout l'espace.

Q4. Que vaut le champ dans le plan (xOy) ? Interpréter par des arguments de symétrie.

Q5. Tracer le graphe représentant $E_z(z)$ pour $\rho_0 > 0$. Commenter le comportement de $\vec{E}$ en $z = \pm a/2$ où la densité de charge est discontinue.

Exercice n°9 Distribution de masse ? ♪ ♪ ♪

On considère une planète sphérique de rayon R dont la masse est répartie de façon invariante par toute rotation. Elle crée un champ gravitationnel au sein de la planète (pour $r < R$) de composante $\mathscr{G}_0$ uniforme.

Q1. Déterminer la direction du champ créé par cette distribution et les variables dont il peut dépendre.

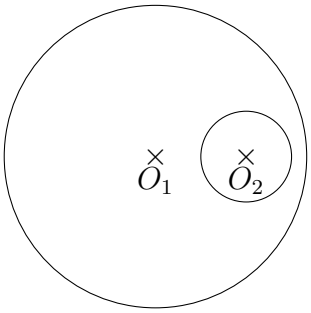
Q2. Déterminer la charge $M(r)$ contenue à l'intérieur d'une sphère de rayon $r < R$ quelconque.

Q3. En déduire la densité volumique de masse $\rho(r)$.

Q4. Déterminer le champ créé par cette distribution pour $r > R$.

Exercice n°10 Grotte sphérique ♪ ♪ ♪

On considère une boule de centre O_1 et de rayon R_1, de densité volumique de charge ρ uniforme.
On y creuse une cavité sphérique de centre O_2 et de rayon $R_2 < R_1$.



Q1. ♪ Exprimer le champ électrostatique créé par la boule B_1 pleine (sans la cavité) à l'intérieur de la boule.

Q2. En exploitant le théorème de superposition, exprimer le champ électrostatique au centre de la cavité sphérique.

Exercice n°11 Énergie potentielle de gravitation d'une boule ♪ ♪ ♪

Nous nous proposons d'utiliser la méthode de calcul de l'énergie de constitution d'un noyau atomique pour déterminer l'énergie potentielle de gravitation E_p d'une boule homogène de masse m, de centre O et de rayon R. La masse volumique de la boule est notée μ.

Pour obtenir cette énergie, nous construisons la boule par adjonction progressive de masse apportée de l'infini.

Q1. La boule est partiellement construite et possède un rayon $u < R$. Quelle est l'énergie potentielle d'une masse ponctuelle m' située à la distance $r > u$ de O et plongée dans le champ de gravitation créé par la boule de rayon u ?

Q2. Exprimer la masse δm d'une couche de matière comprise entre les rayons u et $u + \mathrm{d}u$ en fonction de μ, u et $\mathrm{d}u$.

Q3. Déterminer le travail δW que doit fournir un opérateur pour amener très lentement la masse δm de l'infini vers la surface de la boule de rayon u.

Q4. En déduire l'énergie potentielle de gravitation de la boule, c'est-à-dire son énergie de constitution. Commenter son signe.