Thermodynamique

TP n°8 Diffusion dans une ligne de cellules RC

Mardi 3 ou 10 novembre 2026

Compétences expérimentales exigibles

- ✓ Visualiser la caractéristique d'un capteur à l'aide d'une carte d'acquisition.
- ✓ Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.
- ✓ Évaluer l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs, dont les incertitudes-types sont connues, à l'aide d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient.

Matériel – Par binôme

- ❏ Platine 20 cellules RC,
- ❏ Alimentation continue, GBF,
- ❏ multimètre, carte d'acquisition Sysam-PCI

Objectif du TP

- Étudier la « diffusion » dans un ensemble de cellules RC.

Ce TP utilise une platine composée d'une succession de résistances et condensateurs munies de bornes permettant de mesurant la tension en différents points du montage. L'alimentation sera effectuée par une source continue de tension ou un GBF et la mesure des différentes tensions par, soit par un multimètre numérique, soit avec les cartes d'acquisition Sysam-PCI.

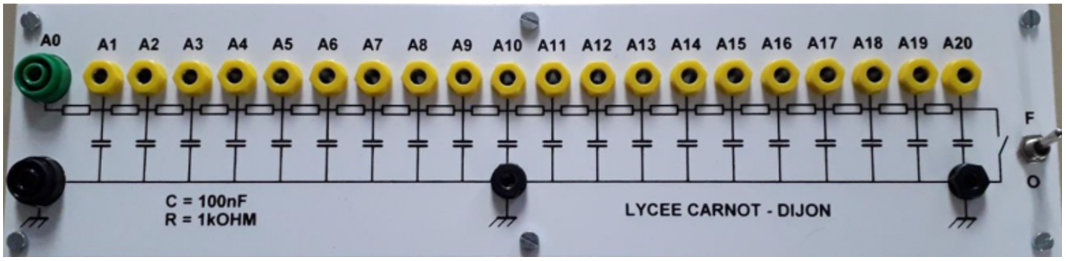


FIGURE 1 – Platine à utiliser

Maisons troglodytes, grottes, caves

L'habitat troglodytique est, depuis la Préhistoire, une architecture, rudimentaire ou somptueuse, présente dans différentes traditions consistant à aménager des habitats souterrains ou creusés dans le rocher à flanc de montagne. Les différentes pièces des maisons sont creusées dans la roche, parfois à plusieurs dizaines de mètres en profondeur. Dans ces maisons, la température ne varie pas au cours d'une journée. Vous avez déjà visité des grottes ? Que ce soit l'été ou l'hiver, la température y est constante au cours de l'année (mais elle n'est pas la même dans toutes les grottes, car elle dépend de la localisation).
Ce TP permet de comprendre pourquoi.



Maison troglodyte à Amboise (37)

I Travail préparatoire

- Lire l'ensemble de l'énoncé, et y identifier ce qu'il faudra faire pendant la séance.
- Préparer les questions précédées d'une .

Questions préparatoires –

Le montage électrique utilisé correspond à la mise en cascade de vingt cellules RC identiques (figure 2).

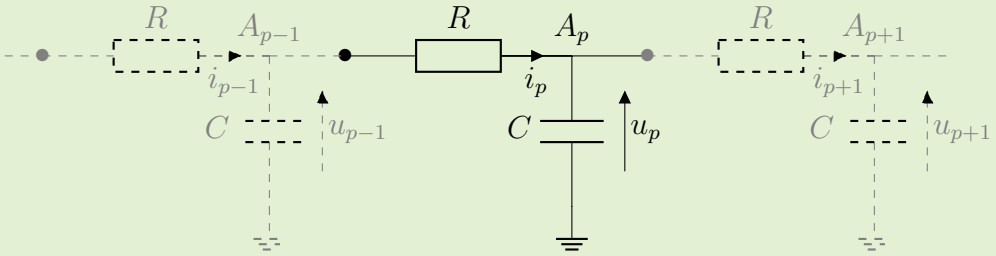


FIGURE 2 – Cellule p au sein de la ligne RC

Une cellule est repérée par son indice p ($p \in [1, 20]$). On note A_0 le point correspondant à l'entrée de la ligne.

Q1. Dans cette question uniquement, on se place en régime stationnaire, avec l'interrupteur à droite de la ligne ouvert.
Représenter le schéma électrique équivalent en régime stationnaire en utilisant l'équivalent du condensateur en régime permanent.
Exprimer les tensions U_p en fonction de U_0 et p [a].

L'équation vérifiée par la tension est de la forme : $\dfrac{\partial u}{\partial t} = D\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
La condition aux limites est donnée par le GBF fournissant une tension sinusoïdale : $U(x = 0, t) = U_0 \cos(\omega t)$
En utilisant la notation complexe, on cherche alors des solutions du type $\underline{u}(x, t) = U_0 \exp\left[j\left(\omega t - \underline{k}x\right)\right]$, où $\underline{k}$ est appelée vecteur d'onde complexe : $\underline{k} = k' + jk''$.

Q2. Injecter $\underline{u}$ dans l'équation de la diffusion, et montrer que $\underline{k}$ vérifie l'équation $\underline{k}^2 = -\dfrac{j\omega}{D}$ appelée **équation de dispersion** (cf cours sur les ondes).

On donne / rappelle / indique $-j = e^{-j\pi/2} = \left(e^{-j\pi/4}\right)^2$.

Q3. En déduire que $\underline{k}$ est une grandeur complexe pouvant se mettre sous la forme : $\underline{k} = \dfrac{1-j}{\delta}$, où δ est une grandeur que l'on exprimera en fonction de ω et D. Quelle est son unité ?

Q4. Exprimer $\underline{u}(x, t)$ sous la forme du produit d'une exponentielle réelle (décroissante) et d'une exponentielle complexe.
En déduire une solution réelle possible pour $u(x, t)$.

Q5. En déduire une expression de l'amplitude U_p de la tension $u_p(t) = u(x_p, t)$, où x_p est l'abscisse de la cellule p.
Justifier que la représentation de $\ln(U_p)$ en fonction de p est une droite.

Q6. Expliquer pourquoi δ est appelée **épaisseur de peau thermique**.

a. Cela pourra se faire avec un pont diviseur de tension, ou avec deux lois des mailles.

II En régime stationnaire

Le montage correspond à la mise en cascade de vingt cellules RC identiques, selon le schéma de la figure 2 :

Expérience n°1 – En régime stationnaire

☞ Connecter la ligne à une source de tension continue. On choisira de façon raisonnée une tension sur l'intervalle $[1\text{ V}, 10\text{ V}]$.
☞ Fermer l'interrupteur à droite de la platine.
☞ Relever rapidement les valeurs de U_1 à U_{19}. Représenter U_p en fonction de p.
☞ Mesurer l'intensité du courant fournit par la source de tension à l'aide d'un ampèremètre entre la source de tension U_0 et l'entrée de la ligne.

Valeur de R

Q7. À l'aide de la mesure du courant, déterminer la valeur d'une résistance R, et évaluer son incertitude. Écrire le résultat de façon conforme.

cf poly « incertitudes ».

Exemples d'écritures conformes du résultat : $R = 2026\ \Omega; u(R) = 11\ \Omega$; $R = 2026,1\ \Omega; u(R) = 2,3\ \Omega$; $R = 2026,11\ \Omega; u(R) = 0,12\ \Omega$

III En régime sinusoïdal forcé

III.1 Affichage de multiples tensions

Dans cette partie, l'extrémité de la ligne n'est pas court-circuitée (interrupteur de fin de ligne ouvert). On suppose que la tension en entrée de la ligne est du type $e_0(t) = U_0 \cos(\omega t)$. On se place en régime sinusoïdal forcé en restant dans l'approximation de la chaîne continue.

Expérience n°2 – En régime sinusoïdal forcé

☞ Connecter la ligne au GBF délivrant une tension sinusoïdale de fréquence $f = 100$ Hz et d'amplitude 10 V.
☞ Afficher sur LatisPro, les tensions u_1 à u_8.
☞ Mesurer les valeurs des amplitudes $U_{p,cc}$ des tensions $U_p(t)$.
☞ Représenter $\ln(U_{p,cc})$ en fonction de p.

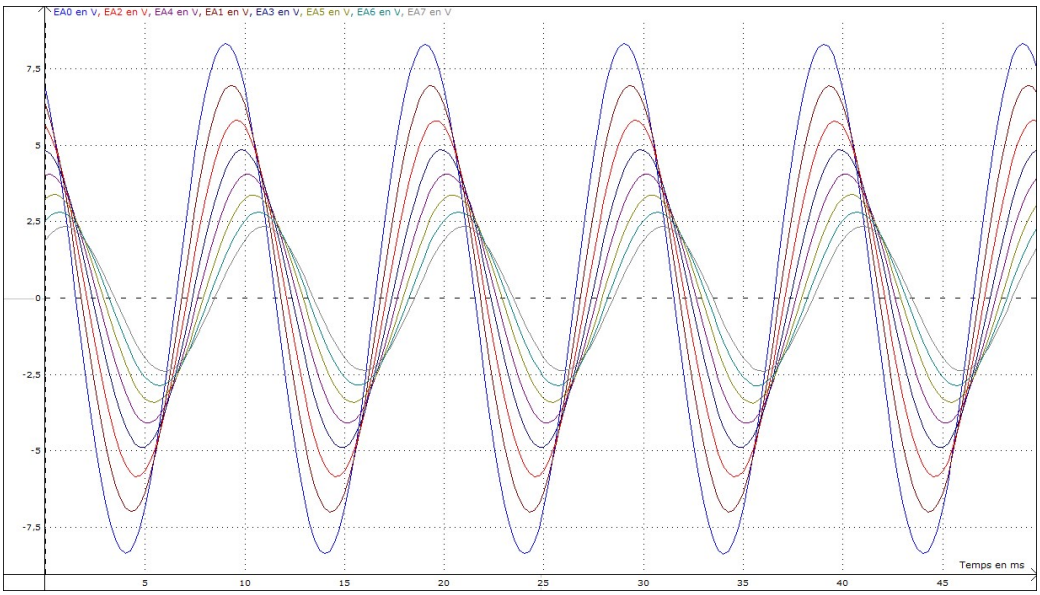


FIGURE 3 – Courbes à obtenir (on peut réduire un peu la durée d'acquisition)

III.2 Évolution des amplitudes

Observations et analyse théorique

Q8. Noter vos observations. Commenter l'allure des courbes de $u_p(t)$ obtenues (allure d'une courbe donnée, comparaison entre elles).

Q9. Comment est la courbe de $\ln(U_{p,cc})$ en fonction de p ? Que peut-on en déduire de l'évolution de l'amplitude $U_{p,cc}$ dans la ligne ?

Expérience n°3 – Effet de la fréquence

Q10. À partir de l'expression de δ, justifier que plus la fréquence est faible, plus l'onde thermique (ou de tension) pénètre profondément dans le système étudié.

☞ En jouant sur la fréquence du GBF, valider votre affirmation en mesurant les différents U_p pour deux fréquences différentes.

Q11. Noter vos observations et vos mesures.

Q12. Expliquer les observations dans les grottes et les maisons troglodytes.

III.3 Équation de diffusion

Équation de diffusion de la ligne RC

Les questions portent sur la mise en équation en régime variable du circuit Figure 2.

Q13. En écrivant deux lois des mailles établir une équation liant u_{p+1}, u_p et i_{p+1} d'une part, et u_p, i_p et u_{p-1} d'autre part.

Q14. En écrivant une loi des nœuds établir une équation liant i_{p+1}, i_p et u_p.

Q15. En combinant les trois équations précédentes, établir l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}u_p}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\tau}\left[u_{p+1} + u_{p-1} - 2u_p\right]$$

où τ est une constante que l'on exprimera en fonction des caractéristiques de la ligne.

On suppose que les signaux électriques qui circulent dans la ligne "varient peu" en passant d'une cellule à une autre (approximation de la chaîne continue). Cela signifie que la tension u_p sera telle que :

$$\forall p \in [1, 19] \qquad |u_{p+1} - u_p| \ll |u_p|$$

On se propose d'utiliser cette approximation en définissant la fonction $u : (x, t) \mapsto u(x, t)$ telle que :

$$\forall t, \forall p \in [1, 20] \qquad u(x = p\Delta x, t) = u_p(t)$$

Q16. Effectuer les développements limités au 2e ordre en Δx de $u_{p+1}(t) = u(x+\Delta x, t)$ et $u_{p-1}(t) = u(x-\Delta x, t)$ [a].

Q17. En déduire que la fonction u vérifie :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

On donnera l'expression, le nom et l'unité de D.

a. Cf raisonnements menés dans TH2. Approche microscopique et TH3. Résolution numérique de l'équation de diffusion.