Électromagnétisme

Chapitre EM3 Magnétostatique



André-Marie Ampère (1775-1836) est un mathématicien, physicien, chimiste et philosophe français. Il a fait beaucoup de découvertes en électromagnétisme, et a proposé d'unifier l'électricité et le magnétisme. Parmi ses travaux : origine du magnétisme terrestre, théorie microscopique du magnétisme, invente le solénoïde, principe du télégraphe électrique, sens moderne de courant et tension. Il a aussi contribué à a chimie



Joseph John Thomson (1856-1940), est un physicien britannique. Il a découvert l'électron ainsi que les isotopes et a inventé la spectrométrie de masse ; il a analysé la propagation d'ondes guidées. Il a reçu le prix Nobel de physique de 1906 pour « ses recherches théoriques et expérimentales sur la conductivité électrique dans les gaz ». Ces recherches ont fourni les preuves de l'existence de l'électron.

Pré-requis

- PCSI : Mouvement de particules chargées dans un champ $\vec{E}$ et $\vec{B}$; Induction

∑ Point maths – Cf « Outils mathématiques »

- Systèmes de coordonnées & Surfaces & volumes
- Analyse vectorielle : gradient, divergence, rotationnel.
- Théorèmes d'Ostrogradski et de Stokes.

Objectifs du chapitre

- Énoncer les propriétés du champ magnétostatique.
- Exprimer le champ magnétostatique à l'aide du théorème d'Ampère.
- Établir le champ magnétostatique créé par un fil infini et un solénoïde infini.

Plan du cours

I Source du champ magnétostatique **3**
I.1 Vecteur densité de courant . . . 3
I.2 Intensité du courant . . . 4
I.3 Symétries et invariances . . . 4

II Propriétés du champ magnétostatique **5**
II.1 Prévoir la forme générale du champ créé . . 5
II.1.a) Symétrie et antisymétrie . . . 5
II.1.b) Invariances . . . 6
II.1.c) Méthode . . . 7
II.2 Champ magnétique à flux conservatif . . . 7
II.3 Topographie . . . 8
II.4 Principe de superposition . . . 9
II.5 Théorème d'Ampère . . . 9
II.5.a) Équation de Maxwell-Ampère . . . 9
II.5.b) Théorème d'Ampère . . . 9

III Calculs de champs magnétostatiques **10**
III.1 Méthode de calcul . . . 10
III.2 Câble rectiligne infini . . . 10
III.3 Solénoïde long . . . 11
III.3.a) Modèle . . . 11
III.3.b) Champ magnétostatique . . . 12
III.3.c) Inductance propre . . . 12
III.3.d) Énergie magnétostatique . . . 12

IV Mesure du champ magnétostatique : effet Hall **13**

Programme officiel

Notions et contenus	Capacités exigibles
5.1 Sources du champ électromagnétique	
5.1.1 Description microscopique et mésoscopique des sources	
Charge traversant un élément de surface fixe et vecteur densité de courant. Intensité du courant.	Exprimer le vecteur densité de courant en fonction de la vitesse moyenne des porteurs de charge, de leur charge et de leur densité volumique. Relier l'intensité du courant et le flux du vecteur densité de courant.
5.3 Magnétostatique	
5.3.1 Champ magnétostatique	
Équations locales de la magnétostatique et formes intégrales : flux conservatif et théorème d'Ampère.	Choisir un contour fermé et une surface et les orienter pour appliquer le théorème d'Ampère.
Linéarité des équations.	Utiliser une méthode de superposition.
Propriétés de symétrie.	Exploiter les propriétés de symétrie des sources (rotation, symétrie plane) pour prévoir des propriétés du champ créé.
Propriétés topographiques.	Justifier qu'une carte de lignes de champ puisse ou non être celle d'un champ magnétostatique. Repérer, sur une carte de champ magnétostatique, d'éventuelles sources du champ et leur sens. Associer l'évolution de la norme d'un champ magnétique à l'évasement des tubes de champ.
5.3.2. Exemples de champs magnétostatiques	
Modèle du câble rectiligne infini.	Déterminer le champ créé par un câble rectiligne infini.
Solénoïde long sans effets de bords.	Établir et citer l'expression du champ à l'intérieur d'un solénoïde long, la nullité du champ extérieur étant admise.
Inductance propre. Densité volumique d'énergie magnétique.	Établir les expressions de l'inductance propre et de l'énergie d'une bobine modélisée par un solénoïde long. Associer l'énergie d'une bobine à une densité volumique d'énergie magnétique.
Effet Hall.	Interpréter qualitativement l'effet Hall dans une géométrie parallélépipédique.

Ai-je bien appris mon cours ?

1 – ☺ – ☹ – Définir le vecteur densité de courant, et l'exprimer en fonction de la vitesse des porteurs de charge, de leur charge et de leur densité volumique.

2 – ☺ – ☹ – Définir l'intensité du courant électrique à l'aide du vecteur densité de courant. Donner les unités.

3 – ☺ – ☹ – Énoncer l'équation de Maxwell-Thomson. En donner les conséquences.

4 – ☺ – ☹ – Énoncer l'équation de Maxwell-Ampère.

5 – ☺ – ☹ – Énoncer proprement le théorème d'Ampère. Qu'appelle-t-on l'intensité du courant enlacé ?

6 – ☺ – ☹ – Comment choisir le contour d'Ampère ?

7 – ☺ – ☹ – Donner les étapes principes d'application du théorème d'Ampère ?

8 – ☺ – ☹ – Définir « plan de symétrie » d'une distribution de courant.

9 – ☺ – ☹ – Définir « plan d'antisymétrie » d'une distribution de courant.

10 – ☺ – ☹ – Donner les conséquences des symétries/antisymétries de la distribution de courant sur le champ magnétique. *Citer les phrases du cours par cœur.*

11 – ☺ – ☹ – Donner les propriétés des lignes de champ magnétostatique, notamment en comparaison avec celles du champ électrostatique.

12 – ☺ – ☹ – Établir le champ magnétostatique créé par un câble rectiligne infini. *Toute la démo est attendue.*

13 – ☺– ☹– Établir le champ magnétostatique créé par un solénoïde long. *Toute la démonstration est attendue.*

14 – ☺– ☹– Établir l'expression de l'inductance propre d'un solénoïde long.

15 – ☺– ☹– Établir l'expression de l'énergie magnétostatique d'une bobine longue.

16 – ☺– ☹– Donner l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique.

FlashCards :

I Source du champ magnétostatique

En PCSI, vous avez vu les différentes sources du champ magnétique : la Terre, les aimants permanents et les courants électriques. **Dans ce chapitre on s'intéresse aux champs magnétostatiques créés par des courants permanents.**

I.1 Vecteur densité de courant

En PCSI, vous avez défini le courant électrique comme un transport de charge électrique dû à un mouvement d'ensemble de particules chargées. Comme pour les autres phénomènes de transport déjà étudiés (transport de particules en diffusion de particules, transport d'énergie thermique en diffusion thermique) et étudiés plus tard (cf cours de mécanique des fluides), nous définissons un **vecteur densité de courant électrique**.

Définition – Vecteur densité de courant électrique

Le flux du vecteur densité de courant électrique, noté $\overrightarrow{j}(M,t)$ est égal à la charge électrique qui traverse la surface élémentaire orientée $\mathrm{d}\overrightarrow{S_M}$ par unité de temps :

$$\delta Q(M,t) = \overrightarrow{j}(M,t) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S_M}\mathrm{d}t$$

$\| \overrightarrow{j} \|$ s'exprime en $\mathrm{A \cdot m^{-2}}$

Démonstration à maîtriser n°1 – Vecteur densité de courant électrique

Considérons une surface élémentaire $\mathrm{d}S_M$ autour d'un point M, et le vecteur $\mathrm{d}\overrightarrow{S_M}$ perpendiculaire à la surface. On considère des porteurs de charges mobiles, de charge q, dont la vitesse moyenne autour du point M (dans un volume mésoscopique) est $\overrightarrow{v}(M,t)$. On note $\rho(M,t)$ (en $\mathrm{C \cdot m^{-3}}$) la densité volumique de charges autour du point M à l'instant t et $n(M,t)$ (en $\mathrm{m^{-3}}$) la densité volumique de charges autour du point M à l'instant t.

Q1. Où sont contenus à l'instant t les porteurs de charges mobiles qui traverseront la surface entre t et $t+\mathrm{d}t$?

Q2. Exprimer le volume $\mathrm{d}\tau_M$ dans lequel se trouvent à l'instant t les porteurs de charges mobiles qui traverseront la surface entre t et $t+\mathrm{d}t$.

Q3. Quelle est la charge électrique $\delta Q(M,t)$ qui traverse la surface $\mathrm{d}S_M$ entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$ dans le sens défini par le vecteur $\mathrm{d}\overrightarrow{S_M}$?

À retenir – Expression du vecteur densité de courant électrique

Dans le cas où il y a un seul type de porteur de charge le vecteur densité de courant électrique s'écrit :

$$\overrightarrow{j}(M,t) = \rho(M,t)\overrightarrow{v}(M,t) = n(M,t)q\overrightarrow{v}(M,t)$$

Dans le cas, plus général, où il y a différents types de porteurs de charge numérotés par i :

$$\overrightarrow{j}(M,t) = \sum_i \rho_i(M,t)\overrightarrow{v_i}(M,t) = \sum_i n_i(M,t)q\overrightarrow{v_i}(M,t)$$

- Dans un métal, dans le référentiel du métal, les porteurs de charge sont les ions du réseau cristallin et les électrons de conduction. Le vecteur densité de courant est $\vec{j} = \rho_{e^-}\vec{v_{e^-}}$ (les ions sont fixes).
- Dans un électrolyte, les porteurs de charges sont les cations et les anions. Par exemple, pour de l'eau salée : $\vec{j}(M,t) = \rho_{\mathrm{Na}^+}\vec{v_{\mathrm{Na}^+}} + \rho_{\mathrm{Cl}^-}\vec{v_{\mathrm{Cl}^-}}$

I.2 Intensité du courant

En PCSI, vous avez défini l'intensité du courant électrique comme étant la charge algébrique traversant une surface $\mathcal{S}$ orientée par unité de temps. Ainsi :

Définition – Intensité du courant

L'**intensité du courant électrique** traversant la surface $\mathcal{S}$ **orientée** à l'instant t est :

$$I_{\mathcal{S}}(t) = \frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = \iint_{M\in\mathcal{S}} \vec{j}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S_M}$$

L'**intensité du courant électrique à travers une surface** est donc égale au **flux du vecteur densité de courant à travers cette surface**.

Activité n°2 – Ordre de grandeur

Q1. Déterminer le nombre d'électrons par unité de volume dans le cuivre en supposant que chaque atome de cuivre donne un électron libre.

Q2. En déduire la charge volumique.

Q3. Calculer la vitesse des électrons dans un fil de cuivre de diamètre 1 mm traversé par un courant de 1 A.

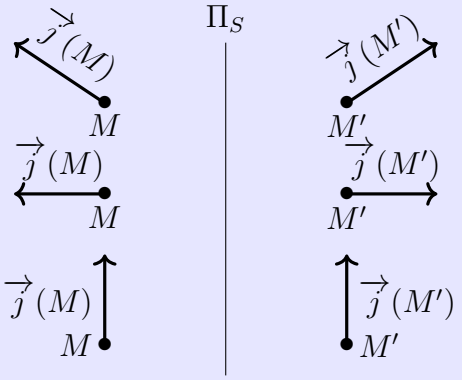
Données – Cuivre

- Masse molaire : $M = 63,5\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$; Masse volumique : $\rho = 8,96.10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$

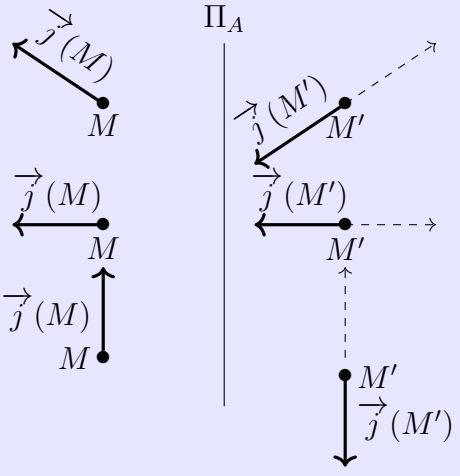
I.3 Symétries et invariances de la distribution de courant

Définition – Plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courant

- Le plan Π_S est un plan de symétrie de la distribution de courants $\mathcal{D}$ si et seulement si :
  - $\forall\ M\in\mathcal{D},\ M' = \mathrm{sym}_{\Pi_S}(M)\in\mathcal{D}$
  - $\vec{j}(M') = \mathrm{sym}_{\Pi_S}(\vec{j}(M))$



- Le plan Π_A est un plan d'antisymétrie de la distribution de courants $\mathcal{D}$ si et seulement si :
  - $\forall\ M\in\mathcal{D},\ M' = \mathrm{sym}_{\Pi_A}(M)\in\mathcal{D}$
  - $\vec{j}(M') = -\mathrm{sym}_{\Pi_A}(\vec{j}(M))$



Définition – Invariances d'une distribution de courant

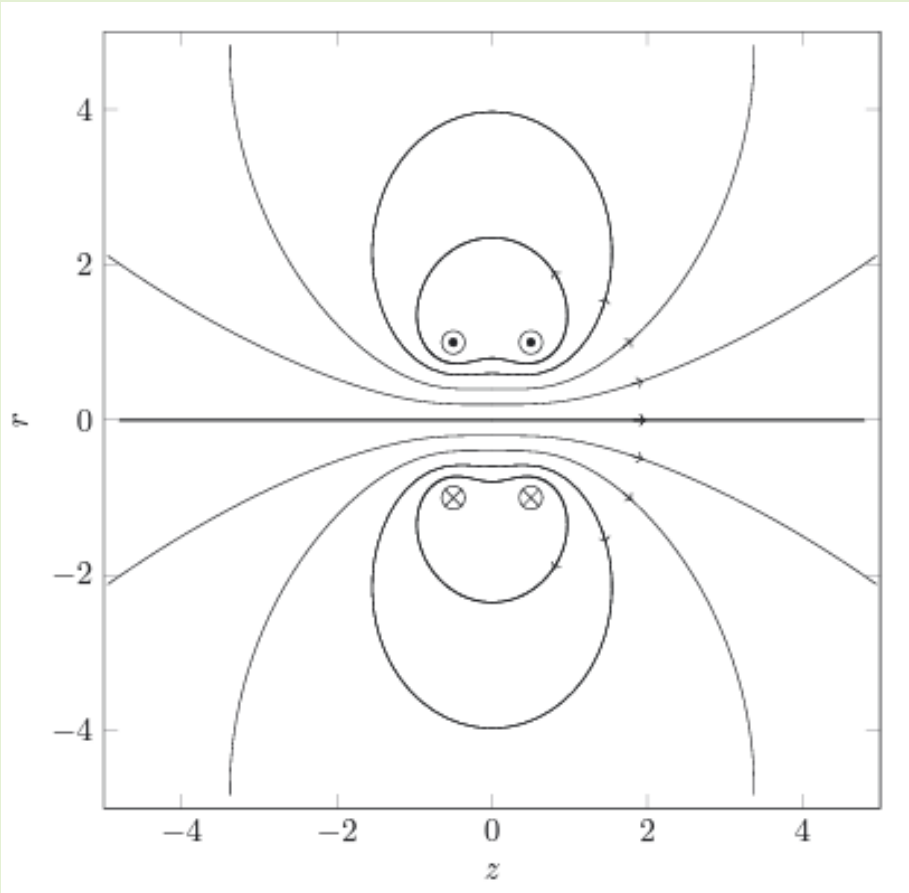
- Une distribution de courant est invariante par toute translation d'axe (Ox) ssi, vue des points $P_1(x_1, y, z)$ et $P_2(x_2, y, z)$, quelques soient x_1 et x_2, la distribution de courant est la même.
- Une distribution de courant est invariante par toute rotation d'angle θ d'axe (Oz) ssi, vue des points $P_1(r, \theta_1, z)$ et $P_2(r, \theta_2, z)$, quelques soient les angles θ_1 et θ_2, la distribution de courant est la même.

II Propriétés du champ magnétostatique

II.1 Prévoir la forme générale du champ créé

II.1.a) Symétrie et antisymétrie

Activité n°3 – Conséquences des symétries sur $\vec{B}$



Q1. Déterminer les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courant.

Q2. Que pouvez-vous en dire des champs magnétiques en deux points symétriques par rapport au plan d'antisymétrie ?

Q3. Comment est le champ magnétique **en un point** du plan d'antisymétrie ?

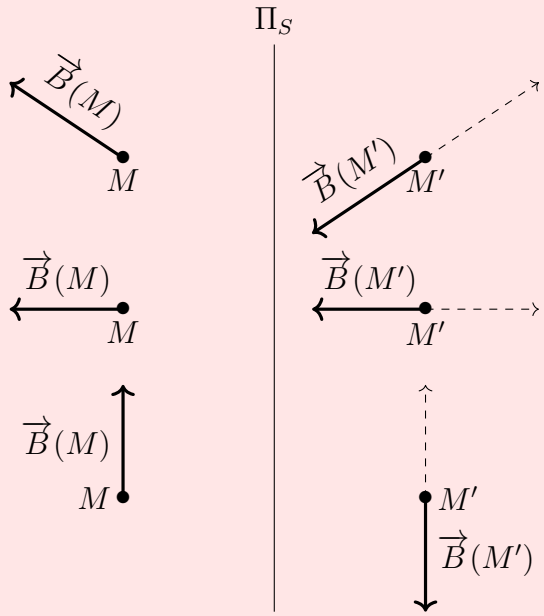
Q4. Que pouvez-vous en dire des champs magnétiques en deux points symétriques par rapport au plan de symétrie ?

Q5. Comment est le champ magnétique **en un point** du plan de symétrie ?

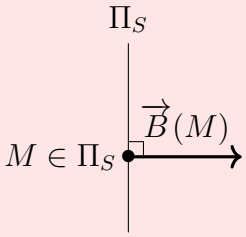
À retenir – Conséquences des symétries/antisymétries des courants sur $\vec{B}$

- Le champ magnétique $\vec{B}(M')$ en un point M' symétrique du point M **par rapport à un plan de symétrie** Π_S de la distribution de courant $\mathcal{D}$ est égal à l'opposé du symétrique du champ magnétique en M.

$$\vec{B}\left(M'\right) = -\mathrm{sym}_{\Pi_S}\left(\vec{B}(M)\right)$$

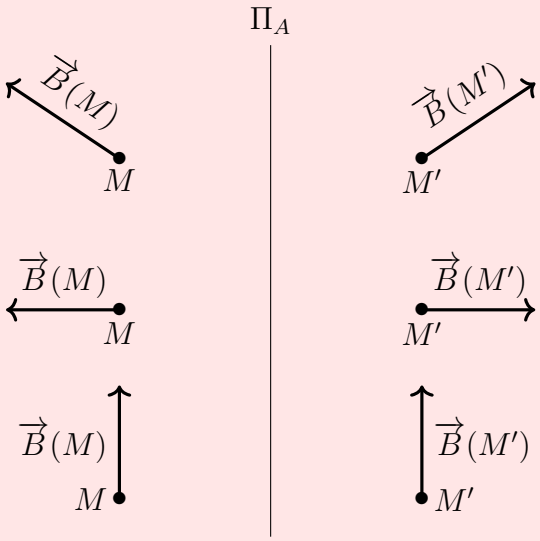


- **En un point d'un plan de symétrie** Π_S de la distribution de courant $\mathcal{D}$, le champ magnétique est orthogonal au plan de symétrie.

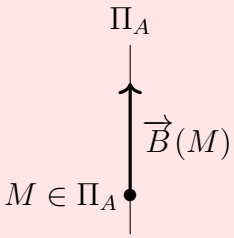


- Le champ magnétique $\vec{B}(M')$ en un point M' symétrique du point M **par rapport à un plan d'antisymétrie** Π_A de la distribution de courant $\mathcal{D}$ est égal au symétrique du champ magnétique en M.

$$\vec{B}\left(M'\right) = \mathrm{sym}_{\Pi_A}\left(\vec{B}(M)\right)$$



- **En un point d'un plan d'antisymétrie** Π_A de la distribution de courant $\mathcal{D}$, le champ magnétique appartient au plan d'antisymétrie.



II.1.b) Invariances

À retenir – Conséquences des invariances sur le champ magnétique

- Si la distribution de courant est invariante par toute translation d'axe (Ox), alors les composantes du champ magnétique ne dépendent pas de x.
- Si la distribution de courant est invariante par toute rotation d'angle θ autour de l'axe (Oz), alors les composantes du champ magnétique ne dépendent pas de θ.

II.1.c) Méthode

Méthode – Comment déterminer la forme générale d'un champ magnétique ?

1. Considérer un point M situé à un endroit quelconque de l'espace.
2. Choisir le système de coordonnées adapté.
3. Écrire la forme générale (dans le système de coordonnées adapté) :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{B}(M) &= B_x(x,y,z)\overrightarrow{u_x} + B_y(x,y,z)\overrightarrow{u_y} + B_z(x,y,z)\overrightarrow{u_z}\\ \overrightarrow{B}(M) &= B_r(r,\theta,z)\overrightarrow{u_r} + B_\theta(r,\theta,z)\overrightarrow{u_\theta} + B_z(r,\theta,z)\overrightarrow{u_z}\\ \overrightarrow{B}(M) &= B_r(r,\theta,\varphi)\overrightarrow{u_r} + B_\theta(r,\theta,\varphi)\overrightarrow{u_\theta} + B_z(r,\theta,\varphi)\overrightarrow{u_\varphi}\end{aligned}$$

4. **Étudier les plans de symétrie et d'antisymétrie, pour supprimer des composantes.**
   a) Déterminer un premier plan de symétrie/d'antisymétrie de la distribution de courant et **ÉCRIRE OBLIGATOIREMENT** la phrase ci-dessous :
   « **Le plan** $(M, \overrightarrow{u_{...}}, \overrightarrow{u_{...}})$ **est un plan .... (antisymétrique/symétrie) de la DISTRIBUTION de courant, donc le champ magnétique ..... (appartient/est perpendiculaire) à ce plan, donc la/les composante/s du champ magnétique selon** $\overrightarrow{u_{...}}$ **(et** $\overrightarrow{u_{...}}$**) est/sont nulle/s.** »
   b) Barrer la/les composantes nulles.
   c) Refaire les deux étapes précédentes, autant de fois qu'il y a de plans de symétrie/d'antisymétrie.
   d) Conclure : « **Le champ magnétique est porté par** $\overrightarrow{u_{...}}$ **:** » $\begin{aligned}\overrightarrow{B}(M) &= B_{...}(r,y,z)\overrightarrow{u_{...}}\\ \overrightarrow{B}(M) &= B_{...}(r,\theta,z)\overrightarrow{u_{...}}\\ \overrightarrow{B}(M) &= B_{...}(r,\theta,\varphi)\overrightarrow{u_{...}}\end{aligned}$
5. **Étudier les invariances, pour déterminer les variables d'espace dont ne dépendent pas les composantes. ÉCRIRE OBLIGATOIREMENT** la(les) phrase(s) ci-dessous :
   a) « La DISTRIBUTION de courant est invariante par toute translation selon .... / rotation autour de l'axe ... d'angle ... , donc la composante du champ magnétique ne dépend pas de la variable .... »
   Barrer dans $B_{...}(...,...,...,)$ la variable dont $B_{...}$ ne dépend pas.
   b) Conclure : « La composante du champ magnétique ne dépend que de .... »
6. **Conclure :** $\overrightarrow{B}(M) = B_{...}(....)\overrightarrow{u_{...}}$

Exercice à maîtriser n°4 –
Déterminer la forme générale du champ magnétostatique créé par une bobine longue (infinie).

II.2 Champ magnétique à flux conservatif

À retenir – Équation locale de Maxwell-Thomson (Maxwell-flux)
En tout point de l'espace, le champ magnétique vérifie : $\text{div}\,(\overrightarrow{B}(M)) = 0$

En diffusion de particules et thermique, en régime permanent et en l'absence de source, nous avons déjà rencontré une telle équation.

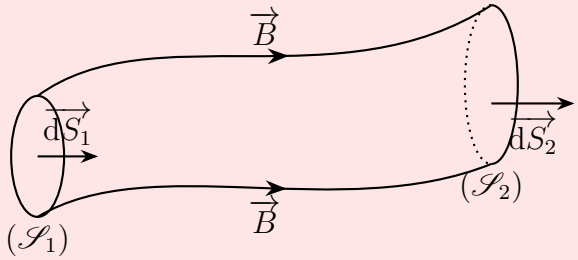
On l'intègre sur un volume $\mathcal{V}_\mathcal{S}$ s'appuyant sur une surface $\mathcal{S}$ fermée orientée vers l'extérieur, d'après théorème d'Ostrogradski :

$$\iiint_{M\in\mathcal{V}_\mathcal{S}} \text{div}\,(\overrightarrow{B})\mathrm{d}\tau_M \underbrace{=}_{\text{Ostr}} \oiint_{P\in\mathcal{S}} \overrightarrow{B}(P)\cdot\mathrm{d}\overrightarrow{S_P} \underbrace{=}_{\text{MT}} 0$$

À retenir – $\vec{B}$ à flux conservatif

Le champ magnétique est à flux conservatif :

- le flux de $\vec{B}$ à travers toute surface fermée est nul (en présence ou non de sources) ;
- le flux de $\vec{B}$ est le même à travers toute section d'un même tube de champ.



$$\iint_{M\in\mathscr{S}_1} \vec{B}(M)\cdot \mathrm{d}\vec{S_1} = \iint_{M\in\mathscr{S}_2} \vec{B}(M)\cdot \mathrm{d}\vec{S_2}$$

II.3 Topographie

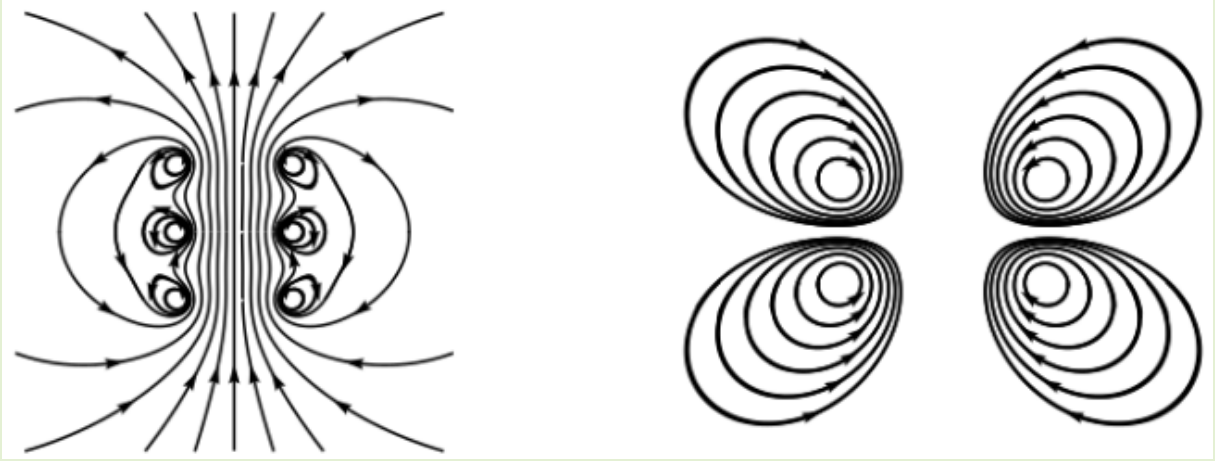
À retenir – Propriétés des lignes de champ magnétostatique

- Les lignes de champ magnétostatique sont **fermées**.
- Les lignes de champ magnétostatique **s'enroulent autour des courant**. Le sens est donné par la **règle de la main droite**.
- Au sein d'un tube de champ dont la section augmente (resp. diminue), le champ magnétique diminue (resp. augmente).

Méthode – Comment distinguer les cartes de champ de $\vec{E}$ et $\vec{B}$?

Champ électrostatique	**Champ magnétostatique**
À circulation conservative Si on peut trouver un contour fermé le long duquel la circulation n'est pas nulle, ce n'est pas $\vec{E}$.	À flux conservatif Si on peut trouver une surface fermée à travers laquelle le flux n'est pas nul, ce n'est pas $\vec{B}$.
Près des sources, les lignes de champ $\vec{E}$ divergent ou convergent depuis les charges.	Près des sources, les lignes de champ $\vec{B}$ s'enroulent autour des courants.
Aucune différence loin des sources, les deux champs sont à flux et à circulation conservatives.	

Activité n°5 – Étude de cartes de champ magnétique



Q1. Repérer les sources de courant et indiquer le sens du courant positif.

Q2. Comment évolue la norme du champ magnétique selon les zones de la carte de champ ? Justifier.

Q3. Vérifier les propriétés de symétrie.

II.4 Principe de superposition

À retenir – Principe de superposition

Les équations vérifiées par le champ magnétostatique sont linéaires, donc le **principe de superposition** s'applique. Le champ magnétique créé par plusieurs distributions de courant est la somme des champs magnétiques créé par chaque distribution de courant prises isolément.

II.5 Théorème d'Ampère

II.5.a) Équation de Maxwell-Ampère

À retenir – Équation locale de Maxwell-Ampère

En régime stationnaire (indépendant du temps) :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\vec{B}(M)\right) = \mu_0 \vec{j}(M)$$

où $\vec{j}(M)$ est le vecteur densité de courant, et μ_0 la perméabilité absolue du vide.

II.5.b) Théorème d'Ampère

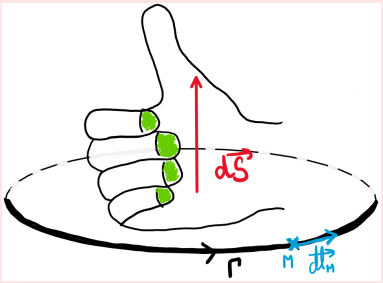
Par utilisation du théorème de Stokes, soit un contour fermé orienté Γ et la surface $\mathscr{S}$ qui s'appuie sur ce contour fermé, orientée par la règle de la main droite : $\iint_{P\in\mathscr{S}} \overrightarrow{\text{rot}}\left(\vec{B}(P)\right) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S_P} = \oint_{M\in\Gamma} \vec{B}(M) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\ell_M}$

À retenir – Théorème d'Ampère

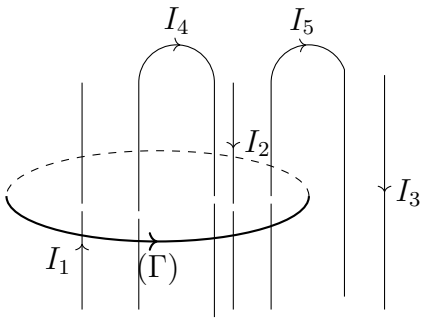
Soit un **contour** Γ **orienté**, la circulation du champ magnétostatique le long du contour Γ est égale au produit de μ_0 par l'intensité I_{enl} du courant enlacé par le contour Γ :

$$\oint_{M\in(\Gamma)} \vec{B}(M) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\ell_M} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

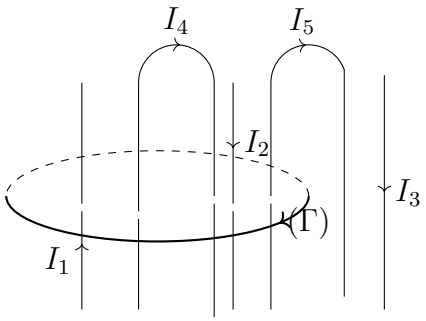
avec I_{enl} l'intensité algébrique traversant la surface (S) orientée par la règle de la main droite s'appuyant sur (Γ).



L'intensité I_{enl} du courant enlacée par le contour (Γ) est la somme algébrique des intensités des courants traversant une surface $(\mathcal{S})$ quelconque s'appuyant sur (Γ) dans le sens choisi pour son orientation.
La surface $(\mathcal{S})$ est orientée par la règle de la main droite par le contour (Γ).



$I_{\text{enl}} =$



$I_{\text{enl}} =$

III Calculs de champs magnétostatiques

III.1 Méthode de calcul

Méthode – Comment utiliser le théorème d'Ampère ?

1. Faire un **schéma** du système étudié, et placer un point M à un endroit quelconque (où on souhaite calculer le champ).
2. Choisir le **système de coordonnées adapté**, **représenter** les coordonnées de M sur le schéma, et la **base** correspondante.
3. **Étudier les symétries et invariances** DE LA DISTRIBUTION pour déterminer la forme du champ (cf. §II.1.c)).
4. Énoncer le théorème d'Ampère.
5. **Choisir le contour d'Ampère adapté**, qui doit :
   a) être **FERMÉ** et **ORIENTÉ**,
   b) **passer par** M, le point où on veut déterminer $\overrightarrow{B}$,
   c) permettre le calcul de la circulation de $\overrightarrow{B}$ alors qu'il est inconnu, pour cela :
      i. $\overrightarrow{B}$ doit être tangent et uniforme sur le contour choisi,
      ii. si besoin, le fermer par des segments où $\overrightarrow{B}$ est perpendiculaire (où la circulation est nulle).

   Le représenter sur le schéma précédent.
6. **Exprimer la circulation** du champ magnétostatique à travers ce contour fermé.
7. **Exprimer le courant I_{enl} algébrique** enlacé par le contour d'Ampère. **Il sera parfois nécessaire de distinguer plusieurs cas.**
8. Conclure.

III.2 Câble rectiligne infini

Exercice à maîtriser n°6 – Champ magnétostatique

On considère un câble rectiligne, d'axe de révolution (Oz) de rayon a, parcouru par un courant I indépendant du temps, de densité de courant $\overrightarrow{j} = j\overrightarrow{u_z}$ uniforme. On néglige les effets de bord : on considère qu'il est de très grande longueur devant la distance à laquelle on l'étudie. On le modélise par un câble infini.

Q1. Quel système de coordonnées est-il pertinent d'utiliser ? Faire un schéma et le représenter.

Q2. Étudier les symétries et les invariances pour déterminer la forme générale du champ magnétostatique créé par un câble. Quelle est la forme des lignes de champ ?

Q3. Choisir le contour d'Ampère adapté, et exprimer la circulation du champ magnétostatique le long de ce contour.

Q4. En distinguant deux cas, déterminer l'intensité du courant enlacé par le contour en fonction de I, r et a.

Q5. Conclure sur l'expression du champ magnétostatique en tous points de l'espace.

Q6. Calculer le champ magnétique 50 m sous une ligne haute tension de 380 kV où circule $I \sim 2000$ A. Comparer au champ magnétique terrestre.

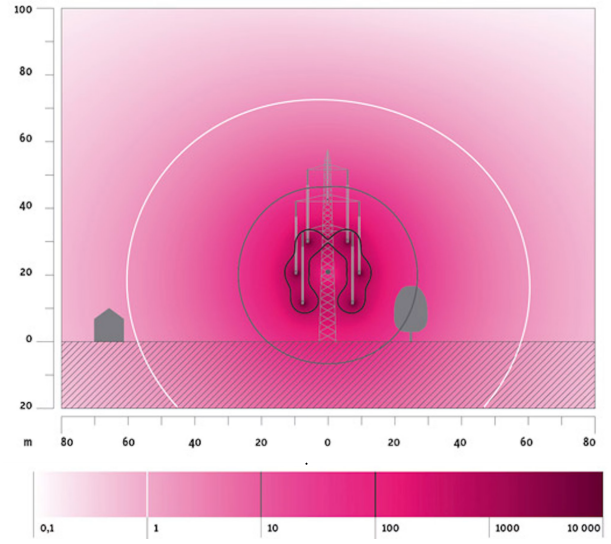


FIGURE 1 – Coupe transversale du champ magnétique de la ligne à haute tension représentée ci-dessus à mi-distance entre deux pylônes, là où les câbles conducteurs sont le plus proche du sol. La valeur des champs au niveau des lignes tracées est indiquée dans l'échelle de couleurs en μT.
D'après https://www.bafu.admin.ch/fr/lignes-a-haute-tension-lignes-aeriennes

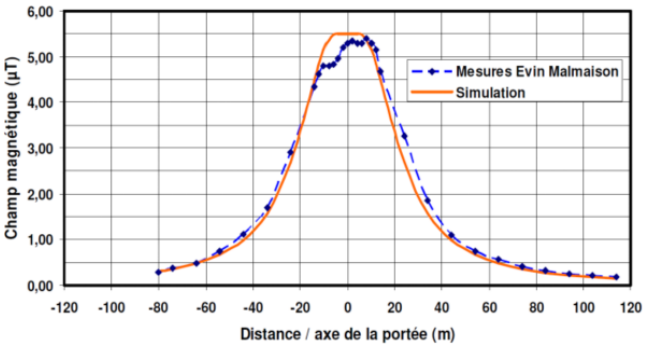
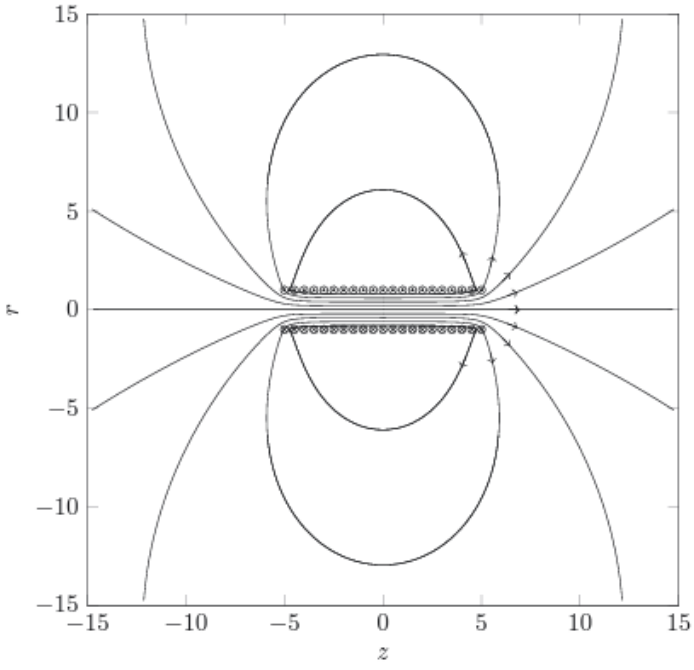


FIGURE 2 – Comparaison de la simulation à la mesure de champ magnétique sur le site d'Evin Malmaison
D'après Étude du champ magnétique à proximité de la ligne 400 kV Avelin-Gavrelle (A. Azoulay, mars 2014) et M.Barthes

III.3 Solénoïde long

III.3.a) Modèle



Un **solénoïde** est une bobine constituée de l'enroulement régulier d'un fil autour d'un cylindre. Lorsque le fil a entouré une fois le cylindre, il forme une spire, lorsqu'il entour N fois le cylindre, il forme N spires. Les N spires sont jointives.
On considère un solénoïde constitué de N spires circulaires enroulés sur un cylindre de longueur ℓ et de rayon a. On définit $n = \dfrac{N}{\ell}$ le nombre de spires par unité de longueur.
On constate que tant qu'on n'étudie pas le champ trop près des bords de la bobine, les lignes de champ sont parallèles et que le champ est uniforme. Cette zone sera d'autant plus grande que ℓ est grand devant a. De plus, on constate que les lignes de champ sont très espacées hors du solénoïde, et beaucoup plus qu'à l'intérieur.
Pour les applications numériques, on prendra $I = 2$ A ; $\ell = 40$ cm ; $a = 2,5$ cm ; $N = 200$.

FIGURE 3 – Lignes de champ magnétique d'une bobine

Dans la suite, nous étudions un **solénoïde dit « long »** pour lequel $\boxed{\ell \gg a}$ et négligerons les effets de bord (=on le considère comme infini). **On admet que la champ magnétique à l'extérieur d'un long solénoïde est nul.**

III.3.b) Champ magnétostatique

Exercice à maîtriser n°7 – Champ magnétostatique

Soit un solénoïde long de n spires par unité de longueur, de longueur ℓ et de rayon a. On note (Oz) son axe.

Q1. Étudier les symétries et les invariances pour déterminer la forme générale du champ magnétique.

Q2. Choisir un contour d'Ampère adapté.

Q3. Exprimer le champ magnétique à l'intérieur (en admettant qu'il est nul à l'extérieur). Comment est-il ?

Q4. Faire l'application numérique.

À retenir – Champ magnétostatique créé par un solénoïde long

Un solénoïde long d'axe (Oz), parcouru par un courant d'intensité I, de n spires par unité de longueur, crée un champ magnétostatique :

- nul à l'extérieur du solénoïde,
- uniforme à l'intérieur du solénoïde : $\overrightarrow{B} = \mu_0 n I \overrightarrow{u_z}$

III.3.c) Inductance propre

Revoir le cours de PCSI d'induction sur l'induction propre et l'inductance propre (cette démo y a été faite).

Exercice à maîtriser n°8 – Inductance propre de bobine

Q1. Rappeler les définitions (vues en PCSI) du flux propre et de l'inductance propre.

Q2. Établir l'expression du flux propre.

Q3. En déduire celle de l'inductance propre.

Q4. Application numérique.

III.3.d) Énergie magnétostatique

Démonstration à maîtriser n°9 – Énergie magnétostatique

Q1. Rappeler l'expression de l'énergie d'une bobine vue en PCSI.

Q2. L'exprimer en exploitant l'expression de l'inductance propre établie précédemment.

Q3. Faire apparaître le volume de la bobine et le champ magnétique créé par la bobine.

Q4. En déduire l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique.

Q5. Application numérique.

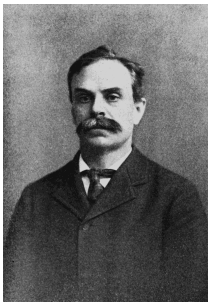
À retenir – Densité volumique d'énergie magnétique

La densité volumique d'énergie magnétique s'exprime selon :

$$u_m(M,t) = \frac{1}{2\mu_0}\left\|\overrightarrow{B}(M,t)\right\|^2$$

en $\mathrm{J \cdot m^{-3}}$

IV Mesure du champ magnétostatique : effet Hall

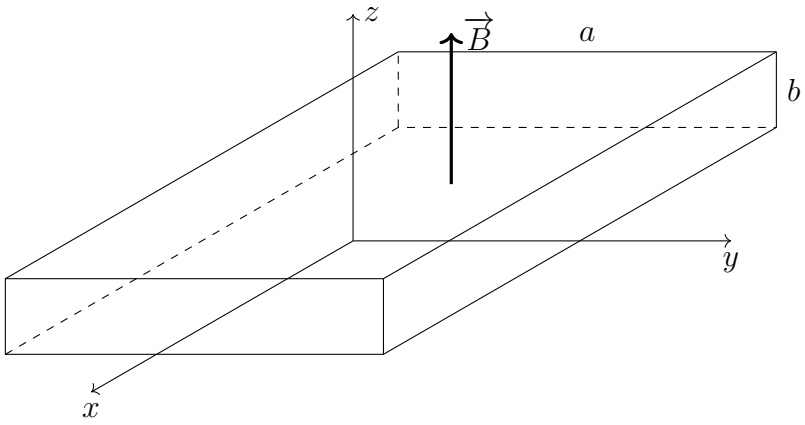


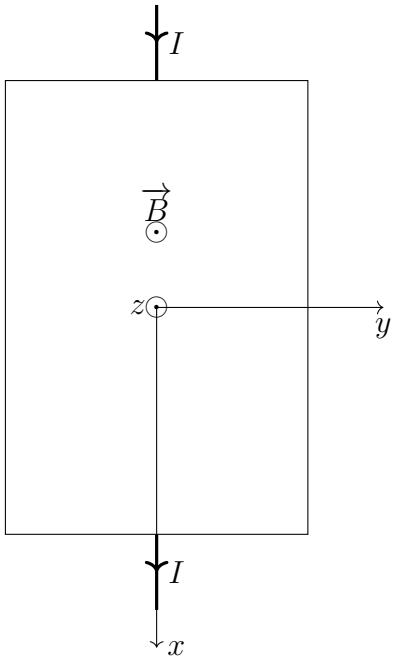
Les teslamètres (pour mesurer des champs magnétiques) sont souvent des sondes à effet Hall. Nous proposons ici d'en décrire qualitativement le fonctionnement.

L'effet Hall a été découvert par Edwin Herbert Hall (1855-1938) en 1879, lors de sa thèse de doctorat.
Il a **mis en évidence l'apparition d'une différence de potentiel dans un ruban de feuille d'or soumis à l'action d'un champ magnétique perpendiculairement au ruban, parcouru par un courant d'intensité I, dans une direction perpendiculaire à la fois au courant et au champ magnétique.**

Il a également obtenu des mesures quantitatives du phénomène mettant en évidence la proportionnalité de la tension à I et à B et son caractère inversement proportionnel à l'épaisseur du ruban. Il a également mis en évidence que le signe de la tension mesurée dépend à la fois du sens du courant et de celui du champ magnétique.

On étudie ici le modèle classique qui permet d'expliquer cet effet. On considère un ruban conducteur, de section rectangulaire de largeur a et d'épaisseur b. Un courant d'intensité I le parcourt et on soumet l'ensemble à un champ magnétique perpendiculaire au ruban.





Exercice à maîtriser n°10 – Explications qualitatives de l'effet Hall

On suppose que les porteurs de charges sont des électrons.

Q1. Si $I > 0$, indiquer le sens du vecteur vitesse des électrons.

Q2. Après avoir rappelé l'expression de la force de Lorentz magnétique qui s'exerce sur les électrons, la représenter sur le schéma. Quel est l'effet sur le mouvement des électrons ?

Q3. Quelle charge va s'accumuler de chaque côté du ruban ? Que va-t-il apparaître ?

Q4. Dans quel sens va s'appliquer la force électrique qui apparaît ? Quel va être son effet sur le mouvement des électrons ? Distinguer le régime transitoire et le régime permanent.

Q5. Justifier que la tension de Hall U_H est proportionnelle à B, I et inversement proportionnelle à la densité volumique d'électrons.

L'effet Hall constitue l'élément principal des capteurs à effet Hall dans les teslamètres. Cependant, avec des conducteurs classiques (plaquette de cuivre, $b = 1\,\text{mm}$, $I = 1\,\text{A}$, $B = 1\,\text{T}$, on mesurerait $U_H = 0,1\,\mu\text{V}$, ce qui est très faible... Ces capteurs utilisent en pratique des semi-conducteurs de densité des porteurs de charge beaucoup plus faible.