Électromagnétisme

TD EM3 Champ magnétostatique

Capacités \ Exercice n°	§	1	2	3	4	5	6	7
Exprimer le vecteur densité de courant en fonction de la vitesse moyenne des porteurs de charge, de leur charge et de leur densité volumique.	I.1						✎	
Relier l'intensité du courant et le flux du vecteur densité de courant.	I.2		✎	✎				
Choisir un contour fermé et une surface et les orienter pour appliquer le théorème d'Ampère.	II.3.b)		✎	✎	✎	✎	✎	✎
Utiliser une méthode de superposition.	II.5				✎			✎
Exploiter les propriétés de symétrie des sources (rotation, symétrie plane) pour prévoir des propriétés du champ créé.	II.1 III.2 III.3	✎	✎	✎	✎	✎	✎	✎
Justifier qu'une carte de lignes de champ puisse ou non être celle d'un champ magnétostatique. Repérer, sur une carte de champ magnétostatique, d'éventuelles sources du champ et leur sens. Associer l'évolution de la norme d'un champ magnétique à l'évasement des tubes de champ.	II.4	✎						
Déterminer le champ créé par un câble rectiligne infini.	III.2		✎	✎				✎
Établir et citer l'expression du champ à l'intérieur d'un solénoïde long, la nullité du champ extérieur étant admise.	III.3.b)				✎	✎		
Établir les expressions de l'inductance propre et de l'énergie d'une bobine modélisée par un solénoïde long.	III.3.c) III.3.d)			✎	✎	✎		
Associer l'énergie d'une bobine à une densité volumique d'énergie magnétique.	III.3.d)			✎				

Parcours possibles

♪ Si vous avez des difficultés sur ce chapitre : 2, 3, 4.

♪ ♪ Si vous vous sentez moyennement à l'aise, mais pas en difficulté : 1, 2, 3, 4, 5

♪ ♪ ♪ Si vous êtes à l'aise : 1, 4, 5, 6, 7.

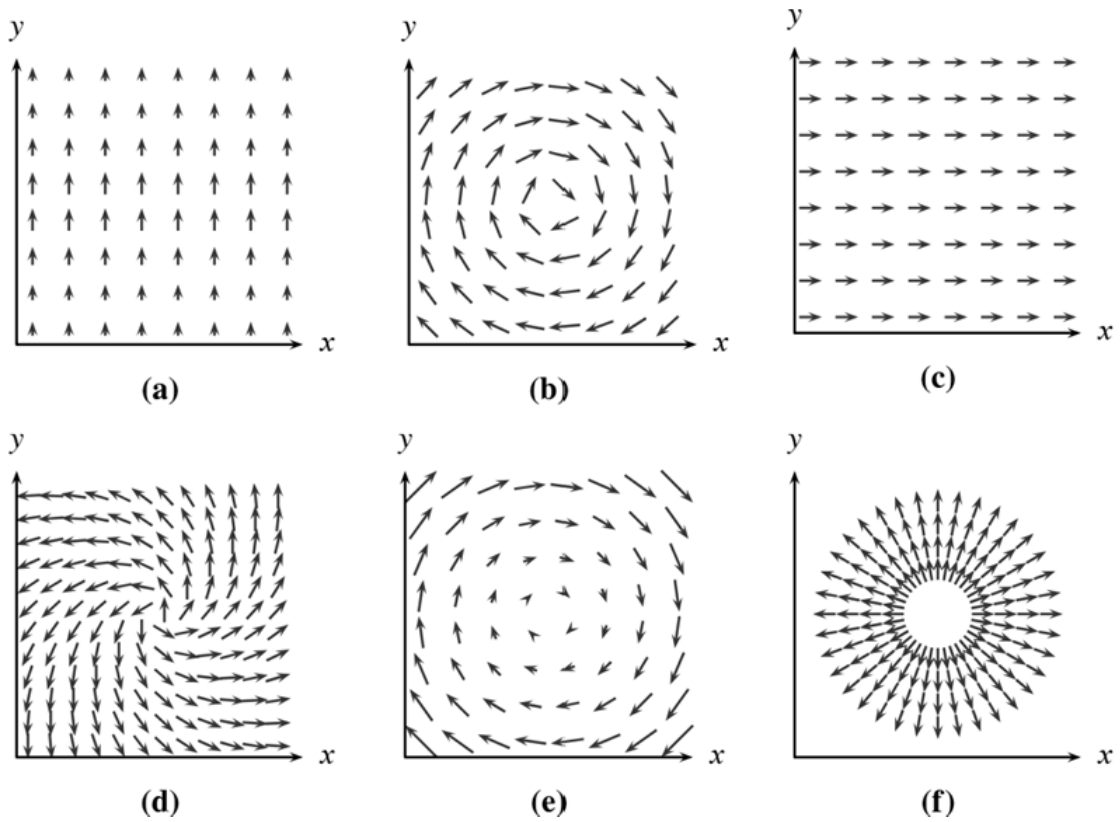
Données –

- Perméabilité absolue du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H · m^{-1}.

I Exercices d'application

Exercice n°1 Est-ce un champ magnétostatique ? ♪ ♪

On donne les cartes de champ suivantes (on suppose que les figures sont invariantes par toute translation perpendiculaire au plan du dessin.



Préciser s'il peut s'agir d'un champ magnétostatique, et si oui, si des courants sont présents dans la région représentée, et où.

Exercice n°2 Courant non uniforme ♪

On étudie un câble infini de rayon a au sein duquel un courant électrique de vecteur densité non uniforme : $\vec{j} = j_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \vec{u_z}$.

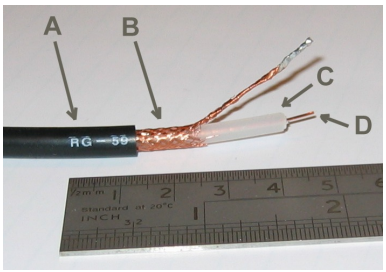
Q1. Exprimer l'intensité I du courant électrique qui circule dans le câble. En déduire l'expression de j_0 en fonction de I et a.

Q2. Déterminer la forme générale du champ magnétostatique.

Q3. Établir l'expression du champ magnétostatique en tout point de l'espace en fonction de I, a et r.

Exercice n°3 Câble coaxial ♪

Un câble coaxial sert à transmettre des signaux basses fréquences (en TP, dans certaines installation domestiques comme la télévision). Il est constitué d'un âme métallique de rayon a et d'un blindage métallique de rayon $b > a$ séparés par un matériau isolant.
Dans l'âme circule un courant électrique d'intensité $+I$ selon $+\overrightarrow{u_z}$, uniformément réparti dans la section du conducteur. Dans le blindage d'épaisseur négligeable circule un courant strictement opposé réparti en surface uniquement.
On assimile l'âme et le blindage à deux cylindres coaxiaux infinis (on néglige les effets de bords).



A : Gaine extérieure ; B : Blindage ; C : isolant ; D : âme.
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=50762

Q1. Exprimer la densité de courant $\overrightarrow{j}$ dans l'âme en fonction de I et a.

Q2. Exprimer le champ magnétique * en tout point † de l'espace ‡.

Q3. Exprimer l'énergie magnétique stockée dans un tronçon de câble de longueur h.

Q4. En déduire l'expression de l'inductance propre par unité de longueur du câble.

Q5. Faire l'application numérique pour $a = 1$ mm et $b = 3$ mm.
En déduire l'inductance propre d'un câble coaxial utilisé en TP. Comparer aux inductances des bobines classiquement utilisées.

Exercice n°4 Deux bobines imbriquées ♪ ♪

On considère deux solénoïdes de même longueur ℓ, de même axe (Oz), de rayons r_1 et $r_2 > r_1$, emboîtés l'un dans l'autre. Ils sont constitués de respectivement N_1 et N_2 spires, et de n_1 et n_2 spires par unité de longueur. Les deux bobines sont orientées dans le même sens.

Q1. Exprimer le champ magnétique créé par un solénoïde infini §.

Q2. (cf cours de PCSI sur l'induction) Établir l'expression de l'inductance propre de chacune des deux bobines.

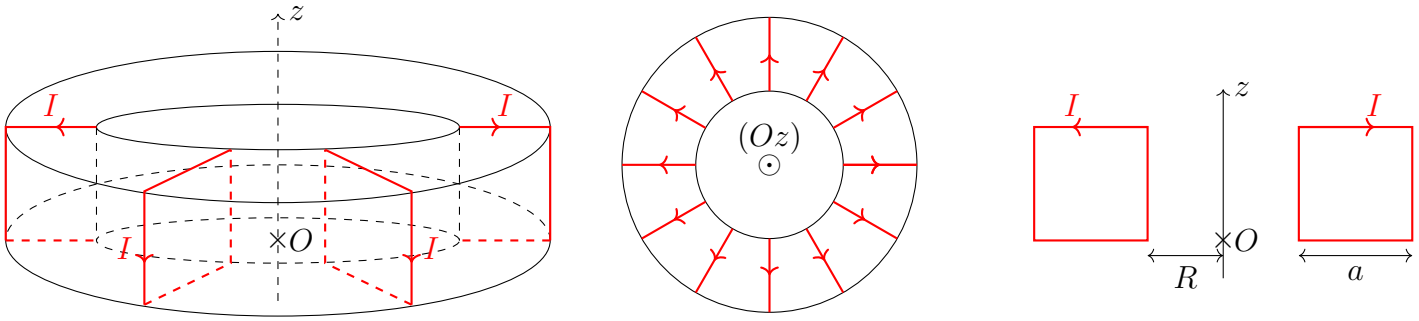
Q3. (cf cours de PCSI) Rappeler la définition du coefficient d'inductance mutuelle.
Établir l'expression de l'inductance mutuelle M entre les deux bobines.

∗. Suivre scrupuleusement la méthode du cours.
†. Il sera nécessaire de distinguer trois zones.
‡. L'utilisation du théorème de superposition ne sera pas nécessaire.
§. C'est la démo du cours ! À refaire entièrement et parfaitement.

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°5 Bobine torique ♪ ♪

On étudie une bobine torique de section carrée a et de rayon intérieur R. Elle est régulièrement bobinée par N spires carrées accolées parcourues par un courant électrique d'intensité I.



Q1. Justifier que le champ magnétostatique est de la forme $\overrightarrow{B}(M) = B_\theta(r,z)\overrightarrow{u_\theta}$.

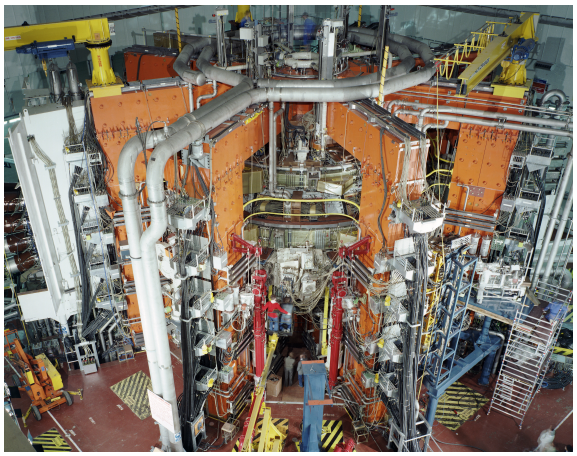
Q2. Choisir un contour d'Ampère adapté. Combien de cas différents faudra-t-il considérer pour exprimer l'intensité du courant enlacé par le contour ?

Q3. Établir l'expression du champ magnétostatique en tout point de l'espace.

Les tokamaks, où on souhaite effectuer de la fusion thermonucléaire (cf projet ITER pour espérer produire de l'énergie électrique), sont des tores à section circulaire. Le champ magnétique s'exprime exactement de la même façon que précédemment.

Q4. Calculer le produit NI pour pouvoir produire le champ magnétique de 4 T nécessaire au confinement du plasma en fusion dans le tokamak JET (Joint European Torus situé à Culham au Royaume-Uni), de rayon intérieur 0,9 m et de rayon extérieur 3 m.

Q5. Exprimer l'inductance propre de la bobine torique.



JET (wikipedia)

Exercice n°6 Cylindre chargé en rotation ♪ ♪ ♪

On étudie un cylindre de grande longueur, de rayon a qui porte la densité volumique de charge ρ uniforme. Il est mis en rotation autour de son axe de révolution (Oz) à la vitesse angulaire ω constante.

Q1. Exprimer le vecteur densité de courant $\overrightarrow{j}$ en fonction de ρ, ω, r (distance à l'axe) et un vecteur unitaire adapté.

Q2. Déterminer la forme générale du champ magnétostatique créé par ce cylindre.

Q3. Exprimer le champ magnétostatique en tout point de l'espace. On notera B_{ext} le champ magnétique à l'extérieur après avoir justifié qu'il était uniforme.

Exercice n°7 Nappe de courant ♪ ♪ ♪

Une plaque supposée infinie suivant z et x, d'épaisseur e entre $y = -e/2$ et $y = e/2$ est parcourue par un courant de densité volumique $\overrightarrow{j} = j\overrightarrow{u_z}$ uniforme. Nous cherchons le champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$ créé par la plaque en tout point de l'espace.

Q1. Par des arguments de symétrie et d'invariance, déterminer la forme du champ magnétostatique.

Q2. En exploitant un plan de symétrie particulier, déterminer la parité de $B_x(y)$.

Q3. En utilisant le théorème d'Ampère appliqué à un contour adapté, déterminer l'expression de $B_x(y)$ en tout point de l'espace (il faudra distinguer $y > 0$, $y < 0$, à l'intérieur et à l'extérieur de la plaque).