Électromagnétisme

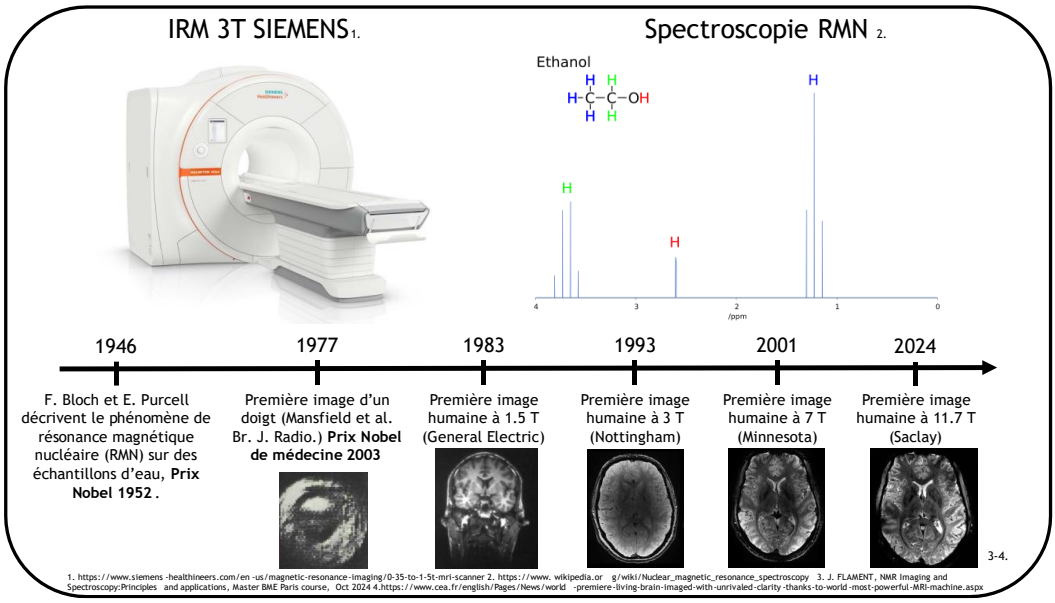
Chapitre EM4 Dipôles magnétostatiques

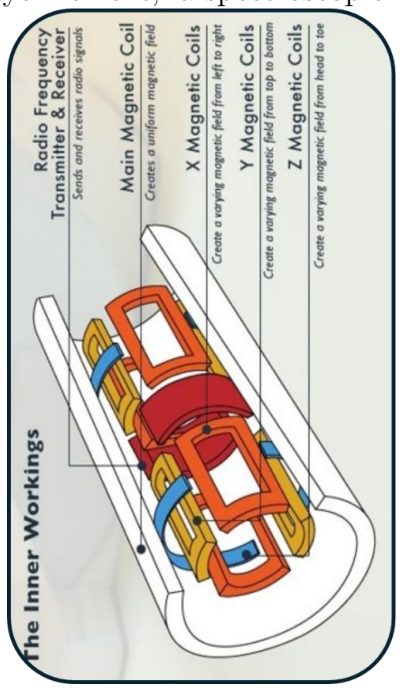


Otto Stern (1888-1969), physicien allemand a utilisé les faisceaux moléculaires pour mesurer les propriétés magnétiques des molécules et des protons. Il reçut le prix Nobel de physique en 1943.



Walter Gerlarch (1889-1979), physicien allemand, a effectué avec Otto Stern l'expérience qui porte leurs noms et montre que le moment magnétique de l'électron ne prend que des valeurs discrètes. Il travaille également sur la physique du rayonnement, la spectroscopie.





J. FLAMENT, NMR Imaging and Spectroscopy : Principles and applications, Master BME Paris course, Oct 2024.

Pré-requis

- PCSI : Moment cinétique, induction (moment magnétique), introduction à la mécanique quantique.
- PC : EM2. dipôle électrostatique, EM3. Champ magnétostatique

Objectifs du chapitre

- Décrire et modéliser le dipôle magnétostatique.
- Étudier les actions mécaniques subies par un dipôle magnétostatique.

Plan du cours

I Dipôle magnétostatique **2**
I.1 Définition 2
I.2 Moment magnétique d'une boucle de courant 3
I.3 Atome d'hydrogène 3
I.3.a) Moments de l'électron 3
I.3.b) Magnéton de Bohr 4
I.4 Moment magnétique d'un aimant 4

II Actions subies par un dipôle **5**
II.1 Résultante et moment 5
II.2 Énergie potentielle d'un dipôle rigide 6
II.2.a) Expression 6
II.2.b) Évolution qualitative d'un dipôle . . 6
II.3 Expérience de Stern et Gerlach 6
II.3.a) Présentation de l'expérience 6
II.3.b) Résultat et interprétation 7

Programme officiel

Notions et contenus	Capacités exigibles
5.3.3 Dipôles magnétostatiques	
Moment magnétique d'une boucle de courant plane.	Relier le moment magnétique d'un atome d'hydrogène à son moment cinétique.
Rapport gyromagnétique de l'électron. Magnéton de Bohr.	Construire en ordre de grandeur le magnéton de Bohr par analyse dimensionnelle. Évaluer l'ordre de grandeur maximal du moment magnétique volumique d'un aimant permanent.
Actions subies par un dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure : résultante et moment.	Utiliser les expressions fournies de la résultante et du moment des actions subies par un dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure. Décrire l'expérience de Stern et Gerlach et expliquer ses enjeux.
Énergie potentielle d'un dipôle magnétique rigide placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure.	Utiliser l'expression fournie de l'énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ magnétostatique d'origine extérieure. Prévoir qualitativement l'évolution d'un dipôle rigide dans un champ magnétostatique d'origine extérieure.

Ai-je bien appris mon cours ?

1 – ☺ – ☹ – Établir l'expression du moment cinétique et du moment magnétique d'un atome d'hydrogène. En déduire le rapport gyromagnétique.

2 – ☺ – ☹ – Établir l'ordre de grandeur du magnéton de Bohr par analyse dimensionnelle.

3 – ☺ – ☹ – Évaluer l'ordre de grandeur maximal du moment magnétique volumique d'un aimant permanent.

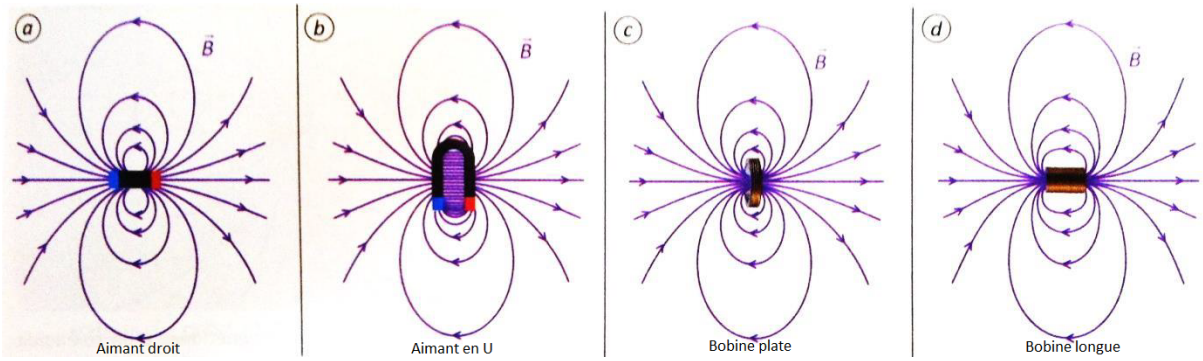
4 – ☺ – ☹ – Comment évolue un dipôle rigide placé dans un champ magnétostatique extérieur ?

5 – ☺ – ☹ – Décrire l'expérience de Stern et Gerlach. Qu'attend-on comme résultats en mécanique classique ? Qu'obtient-on expérimentalement ? Qu'a-telle permis de montrer ?

FlashCards :

I Dipôle magnétostatique

I.1 Définition



À distance d'observation grande devant la taille de la source du champ magnétique, on remarque que les cartes de champ d'un aimant droit, d'un aimant en U, d'une spire circulaire ou d'un solénoïde sont identiques. Ces cartes de champ sont similaires à celle d'un dipôle électrostatique. À grande distance de la source, ces dispositifs sont des **dipôles magnétiques**. Tous ces dispositifs sont équivalents à grande distance à un dispositif de base :

une spire circulaire. Afin d'étudier ces dispositifs, le champ magnétostatique produit, les actions mécaniques subies dans un champ magnétostatique extérieur, on introduit leur moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$.

Définition – Dipôle magnétostatique

Un dipôle magnétostatique est une source de champ magnétostatique (aimant ou boucle de courant) qui :

- possède un moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ non nul,
- dont l'extension spatiale est de taille très petite devant les autres dimensions caractéristiques (distance d'étude et distance caractéristique de variation d'un éventuel champ magnétostatique extérieur).

I.2 Moment magnétique d'une boucle de courant

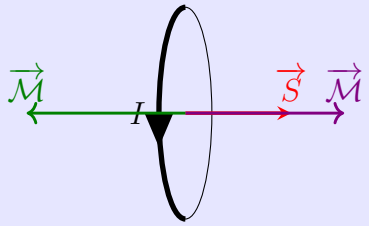
Définition – Moment magnétique [Rappel]

Le **moment magnétique** d'une boucle de courant plane, orientée, de surface S, parcourue par un courant d'intensité I, est le vecteur

$$\overrightarrow{\mathcal{M}} = I\,\overrightarrow{S}$$

Caractéristiques du vecteur moment magnétique de la boucle de courant plane :

- direction : orthogonale au plan défini par la boucle plane
- sens :
  - Si $I > 0$: $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ est de même sens que $\overrightarrow{S}$;
  - Si $I < 0$: $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ est du sens opposé à $\overrightarrow{S}$.
- norme : $\left\|\overrightarrow{\mathcal{M}}\right\| = |I| \times S$ en $\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$



Activité n°1 –

Calculer l'ordre de grandeur du moment magnétique d'un circuit usuel en TP.

I.3 Atome d'hydrogène

On considère, dans une représentation de mécanique classique, que l'**électron de l'atome d'hydrogène décrit une orbite circulaire centrée sur le noyau atomique** (le proton). L'orbite est dans le plan $z = 0$ et le noyau est à l'origine O du repère. L'électron a une masse m_e et une charge électrique $q_e = -e$, l'orbite a pour rayon r et la période de révolution vaut T. On choisira l'axe (Oz) perpendiculaire au plan du mouvement, et dans le sens direct par rapport au sens du mouvement de l'électron.

En PCSI, vous avez déjà étudié en partie cet atome d'hydrogène, notamment pour établir la quantification de l'énergie de l'électron dans un atome d'hydrogène (cf cours d'introduction à la mécanique quantique).

I.3.a) Moment cinétique et moment magnétique de l'électron

Exercice à maîtriser n°2 – L'atome d'hydrogène

Dans le cadre du modèle planétaire décrit précédemment, la période du mouvement orbital de l'électron est de l'ordre de 4.10^{-16} s, ce qui permet de modéliser l'électron par une boucle de courant circulaire.

Q1. Exprimer l'intensité I correspondante en fonction de e et T. L'intensité I est définie dans le sens du mouvement de l'électron.

Q2. En déduire le moment magnétique en fonction de e, T et r.

Q3. Exprimer le moment cinétique $\overrightarrow{L_O}$ de l'électron associé à son mouvement orbital autour du noyau par rapport à O, en fonction de m_e, r et T.

Le moment magnétique est proportionnel au moment cinétique, la constante de proportionnalité est appelée rapport gyromagnétique de l'électron, noté γ.

Q4. Exprimer le rapport gyromagnétique γ. Faire l'application numérique

À retenir –

Le moment magnétique et le moment cinétique orbital de l'électron de l'atome d'hydrogène sont liés par : $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \gamma \overrightarrow{L_O}$, où $\gamma = \dfrac{-e}{2m_e}$ est le **rapport gyromagnétique** de l'électron.

I.3.b) Magnéton de Bohr

Bohr a fait l'hypothèse de la quantification du moment cinétique de l'électron, ce qui entraîne la quantification du moment magnétique d'après la relation obtenue entre ces deux grandeurs. Le moment magnétique est donc un multiple entier d'une grandeur homogène à un moment magnétique : c'est le magnéton de Bohr.

Démonstration à maîtriser n°3 –

L'objectif est d'établir par analyse dimensionnelle le **magnéton de Bohr**, noté μ_B qui donne l'ordre de grandeur du moment magnétique à l'échelle atomique. On peut proposer une expression de μ_B faisant intervenir la **charge élémentaire** e, la **masse de l'électron** m_e et la **constante de Planck** $h = 6,62.10^{-34}$ J · s. On recherche donc μ_B sous la forme $\mu_B = K\ e^{\alpha} m_e^{\beta} h^{\delta}$, où K est une constante sans dimension.

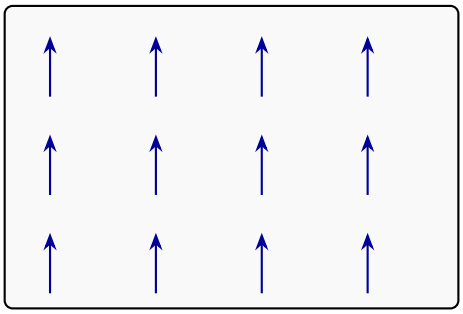
Q1. Par analyse dimensionnelle, déterminer les puissances.

Q2. Déterminer K en utilisant l'hypothèse de Bohr que le moment cinétique de l'électron est quantité : $L_O = n\hbar = n\dfrac{h}{2\pi}$, avec $n \in \mathbb{Z}$. Calculer la valeur de μ_B.

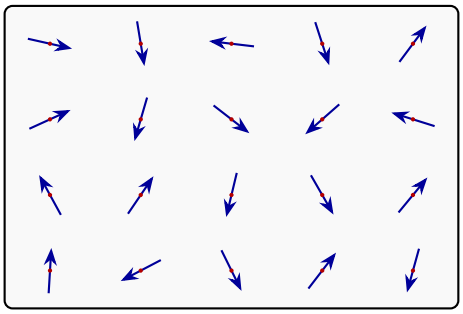
I.4 Moment magnétique d'un aimant

À l'échelle atomique, les moments magnétiques sont de l'ordre du magnéton de Bohr. Le moment magnétique d'un atome est la somme des moments magnétiques de ses constituants. Il est essentiellement dû aux électrons. En effet, la masse d'un nucléon est environ 2000 fois plus grande que celle de l'électron donc le magnéton du noyau est environ 2000 fois plus petit que le magnéton de Bohr.

Certains atomes possèdent un moment magnétique non nul. En l'absence de champ magnétique extérieur, sous l'effet de l'agitation thermique, ces moments magnétiques peuvent prendre toutes les directions et l'effet est en moyenne nul. En présence d'un champ magnétique les moments magnétiques ont tendance selon la direction et le sens du champ magnétique (Cf. cours de première année), un volume mésoscopique possédera alors un moment magnétique non nul. Cette aimantation disparait quand le champ extérieur disparait.



$\overrightarrow{\mathcal{M}} \neq \overrightarrow{0}$



$\overrightarrow{\mathcal{M}} = \overrightarrow{0}$

Certains corps ont des propriétés magnétiques beaucoup plus intenses, ce sont des corps ferromagnétiques. Une fois aimantés, ils conservent leur aimantation en l'absence de champ magnétique extérieur : ce sont les aimants permanents.

On cherche ici à évaluer le moment magnétique des aimants permanents.

Démonstration à maîtriser n°4 – Ordre de grandeur du moment magnétique volumique

Considérons un aimant permanent de volume V, par exemple l'aiguille d'une boussole.

Q1. Comment doivent être orientés les moments magnétiques les uns par rapport aux autres pour maximiser le moment magnétique total ? En déduire le moment magnétique total maximal, puis le moment magnétique par unité de volume, appelé aimantation en fonction notamment de μ_B.

Q2. Exprimer le nombre d'atomes par unité de volume n^* dans un matériau solide en fonction de la masse volumique ρ, de la masse molaire M et de la constante d'Avogadro $\mathscr{N}_\mathscr{A}$. En calculer l'ordre de grandeur.

Q3. En déduire l'expression de l'aimantation d'un aimant permanent en fonction de sa masse volumique, sa masse molaire, la constante d'Avogadro et le magnéton de Bohr. En déduire son ordre de grandeur.

Q4. En déduire le moment magnétique d'une aiguille d'une boussole.

À retenir – Ordres de grandeur

Dipôle magnétique	Moment magnétique en $\mathrm{A \cdot m^2}$
Aimant usuel	$1\ \mathrm{A \cdot m^2}$
Terre	$7,9.10^{22}\ \mathrm{A \cdot m^2}$

II Actions subies par un dipôle magnétostatique placé dans un champ magnétostatique extérieur

II.1 Résultante et moment

Relations admises et fournies

- La résultante des actions subies par un dipôle magnétostatique plongé dans un champ magnétostatique extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ (pouvant être non uniforme) s'écrit :

$$\overrightarrow{F} = \left(\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\right)\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$$

- Le moment des actions subies par un dipôle magnétostatique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ (de centre O) plongé dans un champ magnétostatique extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ (pouvant être non uniforme) s'écrit :

$$\overrightarrow{\Gamma_O} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}(O)$$

Activité n°5 – Oscillation d'une boussole et mesure du champ magnétique terrestre

Une méthode de mesure de la composante horizontale du champ magnétique terrestre, de norme B_H, consiste à placer une boussole à l'intérieur d'un système de bobines qui crée un champ magnétique connu et uniforme ($B_0 = 10\ \mu\mathrm{T}$). La norme du moment magnétique de cette aiguille est notée $\mathcal{M}$ et on note J son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation. Le champ magnétique créé par le système des bobines est colinéaire et de même sens que le champ magnétique terrestre.

Q1. Établir l'équation du mouvement vérifié par l'angle θ entre la direction du champ magnétique et le moment magnétique.

Q2. Comment s'écrit-elle si $|\theta|$ reste petit devant 1 rad au cours du mouvement ? Identifier la pulsation propre.

Q3. On mesure le périodes $T_1 = 1,3$ s et $T_2 = 1,43$ s en présence et en absence de courant dans les bobines. En déduire la valeur de B_H.

II.2 Énergie potentielle d'un dipôle rigide

II.2.a) Expression

Définition – Dipôle rigide

Un **dipôle magnétostatique rigide** est un dipôle dont le **moment magnétique est constant** (indépendant du champ magnétostatique extérieur).

Relation admise et fournie

L'énergie potentielle d'un dipôle rigide $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ (de centre O) dans un champ magnétostatique extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ (pouvant être non uniforme) s'écrit :

$$\mathscr{E}_p = -\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \overrightarrow{B_{\text{ext}}}(O)$$

II.2.b) Évolution qualitative d'un dipôle

Activité n°6 – Équilibre d'un dipôle magnétique

Q1. Dans quels cas l'énergie potentielle est-elle minimale ?

Q2. Comment s'oriente une boussole placée dans un champ magnétostatique extérieur ?

Q3. Une fois orienté, comment se déplace un dipôle dans un champ magnétostatique extérieur non uniforme ?

À retenir – Effets d'un champ magnétostatique sur un dipôle magnétostatique

L'effet principal d'un champ magnétostatique extérieur sur un dipôle est son **orientation suivant les lignes de champ magnétostatique**.
Un dipôle orienté dans le sens du champ est **attiré vers les zones de champ intense**.

II.3 Expérience de Stern et Gerlach

Vidéo Science Étonnante :

Animation Tout est quantique :

II.3.a) Présentation de l'expérience

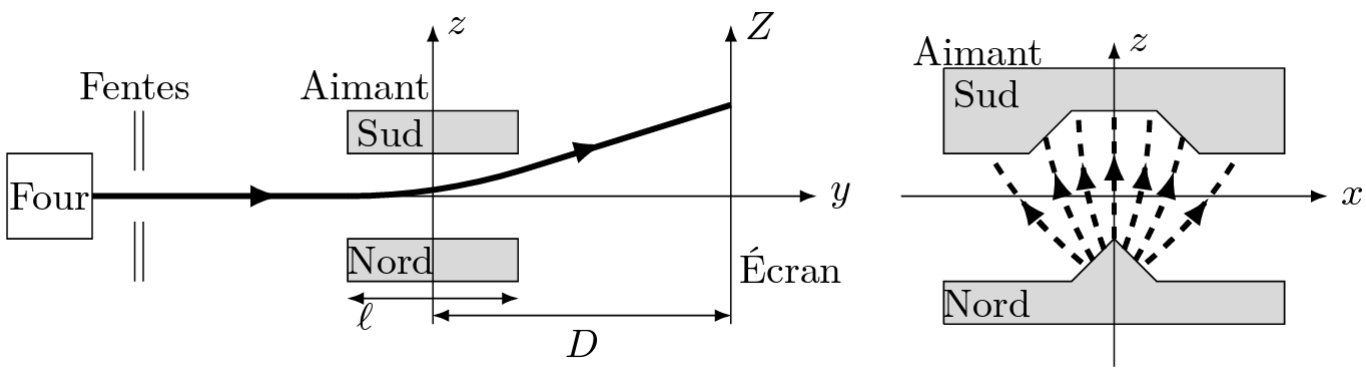


FIGURE 1 – Schéma du dispositif expérimental *(Physique PC/PC*, Parcours Prépas, Dunod)*

Tout le dispositif est placé dans un vide poussé où règne une pression inférieure au millipascal. Des atomes d'argent s'échappent par un petit orifice d'une enceinte (la source) chauffée à $T = 773$ K. Ils se déplacent en

ligne droite jusqu'à une fente (F) qui sélectionne les atomes qui ont une vitesse parallèle à l'axe (Oy). Il ont tous la même vitesse donnée par $\frac{1}{2}m_{\text{Ag}}v^2 = \frac{3}{2}k_BT$

Le jet atomique pénètre alors dans l'entrefer d'un électroaimant dont les pièces polaires ont une forme cylindrique dont les génératrices sont parallèles à la direction (Oy) et dont la forme est choisie pour que le **champ magnétique ne soit pas uniforme**. Ce champ magnétique est essentiellement vertical $\overrightarrow{B} \approx B_z(z)\overrightarrow{u_z}$ variant verticalement.

Les atomes d'argent sont soumis à la force $\overrightarrow{F} = \left(\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\right)\overrightarrow{B} = \left(\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \frac{\partial}{\partial z}\overrightarrow{u_z}\right) B_z(z)\overrightarrow{u_z} = \mathcal{M}_z\frac{\partial B_z}{\partial z}\overrightarrow{u_z}$

La déviation des atomes d'argent du jet dépend de la projection $\mathcal{M}_z$ de leur moment magnétique.

Quand il sort de l'électroaimant, il continue en ligne droite jusqu'à un écran où sont repérés les impacts de atomes.

II.3.b) Résultat et interprétation

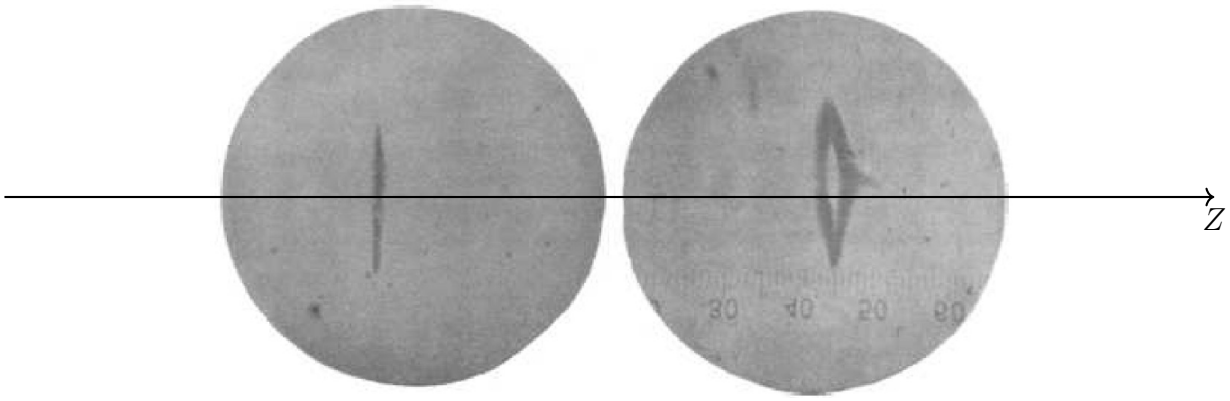


FIGURE 2 – Résultats obtenus, issus de la publication originale de Stern et Gerlach (Zeitschrift für Physik 9 (1922)). À gauche : sans champ magnétique. À droite : avec champ magnétique.

Dans le cadre de la mécanique classique, les atomes du jet atomique ont un moment magnétique orienté au hasard, alors leur projection sur $\overrightarrow{u_z}$ peut prendre toutes les valeurs comprises entre $-\|\overrightarrow{\mathcal{M}}\|$ et $+\|\overrightarrow{\mathcal{M}}\|$. On devrait donc observer une seule tache symétrique par rapport à l'axe (Oy). Les limites de cette tache correspondraient aux valeurs extrémales de $\mathcal{M}_z = \overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \overrightarrow{u_z}$. En réalité, la fente n'est pas infiniment fine, et les vitesses des atomes ne sont pas toutes identiques, alors la tache a une certaine largeur autour du point correspondant à la déviation des atomes ayant pour vitesse la vitesse moyenne des atomes du jet.

Stern et Gerlach n'obtiennent pas une zone uniforme comme le prévoit la théorie classique mais deux taches symétriques par rapport à $Z = 0$ (impact en l'absence de champ magnétostatique). On en conclut que la composante $\mathcal{M}_z$ du moment magnétique de l'atome d'argent ne peut prendre que deux valeurs, celles qui correspondent aux point d'impact de cote $-Z_0$ ou Z_0, avec $Z_0 = 3$ mm. Il doit rejeter l'image classique d'un vecteur $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ faisant un angle α avec le champ magnétique qui peut prendre toutes les valeurs possibles. Cet angle ne peut prendre que les valeurs 0 ou π. **Cette quantification spatiale du moment magnétique d'un atome était prévue par Sommerfeld en 1916 mais n'avait jamais été observée. L'expérience de Stern et Gerlach en a apporté la preuve expérimentale.**

Remarque. Numériquement, avec $Z_0 = 3$ mm on trouve $\mathcal{M}_z = 9,5.10^{-24}$ A · m^2 qui est bien de l'ordre de grandeur du magnéton de Bohr. Le sens exact de l'expérience a été compris plus tard grâce à la théorie de Pauli *

En mécanique quantique, le moment magnétique des électrons a deux origines : le mouvement orbital autour du noyau (celui étudié précédemment), et leurs spins qui en quelques sorte l'équivalent quantique d'un mouvement de

∗. Wolfgang Ernst Pauli (1900-1958) est un physicien autrichien connu pour sa définition du principe d'exclusion en mécanique quantique, ou principe de Pauli, qui lui valut le prix Nobel de physique de 1945.

rotation propre de l'électron (il n'y a pas d'équivalent classique en réalité). Le moment cinétique de spin de l'électron ne peut prendre que deux valeurs $\pm\hbar/2$, le moment magnétique électronique également.

La configuration de l'argent est $[\mathrm{Kr}]4\mathrm{d}^{10}5\,\mathrm{s}^{1}$. Les électrons de la sous-couche 4d ont un moment cinétique orbital nul. L'électron de la sous-couche 5s a également un moment cinétique orbital nul (en effet, il a un nombre quantique $\ell = 0$ puisque c'est une sous-couche s, donc $m_\ell = 0$ puisque il est compris entre $-\ell$ et $+\ell$).

La seule contribution au moment magnétique est donc le spin des électrons. Chaque paire d'électrons occupant un état a un spin total nul. Il ne reste plus que le spin de l'électron de l'état 5s dont les deux états correspondent aux deux taches observés sur l'écran.



FIGURE 3 – Plaque commémorative de l'expérience