Électromagnétisme

TD EM2 Dipôle électrostatique

Capacités \ Exercice n°	§	1	2	3	4	5
Établir l'expression du potentiel électrostatique. Comparer la décroissance du champ et du potentiel avec la distance dans le cas d'une charge ponctuelle et dans le cas d'un dipôle.	II.1		✎			
Tracer l'allure des lignes de champ électrostatique engendrées par un dipôle.	II.3					
Utiliser les expressions fournies de la résultante et du moment des actions subies par un dipôle placé dans un champ électrostatique d'origine extérieure.	III.1			✎		
Utiliser l'expression fournie de l'énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique d'origine extérieure.	III.2			✎		✎
Prévoir qualitativement l'évolution d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique d'origine extérieure.	III.3			✎		✎
Expliquer qualitativement la solvatation des ions dans un solvant polaire.	IV.1					
Associer la polarisabilité et le volume de l'atome en ordre de grandeur.	IV.2.b)				✎	

Parcours possibles

♪ Si vous avez des difficultés sur ce chapitre : cours démo n°1, 2, 4.

♪ ♪ Si vous vous sentez moyennement à l'aise, mais pas en difficulté : 1, 2, 3

♪ ♪ ♪ Si vous êtes à l'aise : 1, 3, 4, 5

Données –

- Permittivité absolue du vide : $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F $\cdot$ m^{-1}.
- Charge élémentaire $e = 1,609.10^{-19}$ C
- Conversion : 1 D $= 3,34.10^{-30}$ C $\cdot$ m
- En coordonnées sphériques, si le champ scalaire $A(r,\theta)$ ne dépend pas de φ : $\overrightarrow{\text{grad}}(A) = \dfrac{\partial A}{\partial r}\overrightarrow{u_r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A}{\partial \theta}\overrightarrow{u_\theta}$
- Développement limité pour $|x| \ll 1$: $(1+x)^n = 1 + nx + o\left(x^2\right)$.
- **Action d'un champ électrostatique sur un dipôle :**
  - Un dipôle plongé dans un champ électrostatique subit la force $\overrightarrow{F} = \left(\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\right)\overrightarrow{E}$
  - Un dipôle plongé dans un champ électrostatique subit la moment $\overrightarrow{\mathscr{M}_O} = \overrightarrow{p} \wedge \overrightarrow{E}(O)$
  - L'énergie potentielle d'un dipôle électrostatique rigide de moment dipolaire $\overrightarrow{p}$ situé en un point M et plongé dans un champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ s'écrit $\mathscr{E}_p = -\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{E}(M)$.

I Exercices d'application

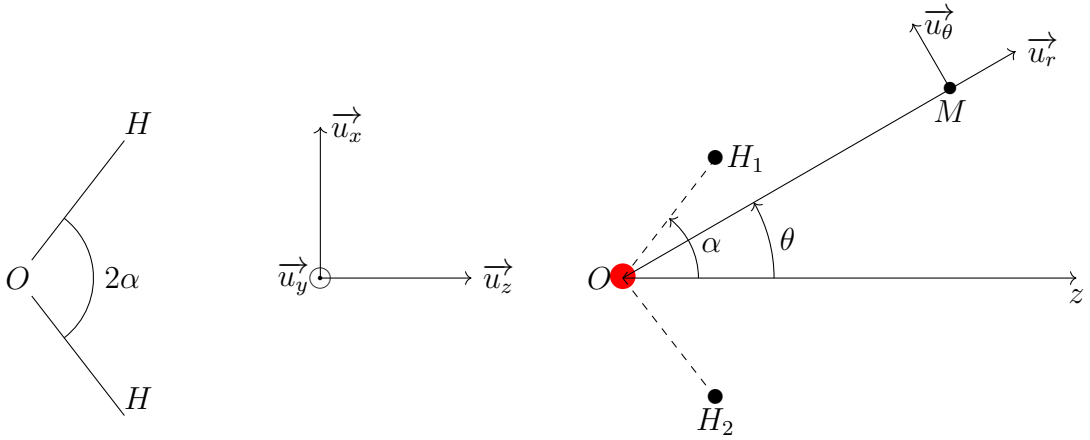
Exercice n°1 Acide fluorhydrique

La molécule d'acide fluorhydrique HF a pour moment dipolaire 1,826 D et la distance interatomique est de 92 pm. Calculer la charge partielle portée par chaque atome et l'exprimer en pourcentage de la charge élémentaire.

Exercice n°2 Potentiel et champ électrostatiques créés par l'eau ♪

La molécule d'eau possède un moment dipolaire permanent $p = 1,85$ D. L'angle entre les deux liaisons $O-H$ est $2\alpha = 104,5°$, leur longueur $a = 96$ pm.

L'atome d'oxygène étant plus électronégatif que celui d'hydrogène, il porte une charge négative $-2e\delta$ alors que chaque atome d'hydrogène porte une charge positive $+e\delta$ avec δ un réel positif sans dimension.



La molécule d'eau est assimilée à un ensemble de trois charges ponctuelles.

Q1. Exprimer le moment dipolaire $\overrightarrow{p}$ de la molécule d'eau en fonction de α, δ, e, a et d'un vecteur unitaire de la base $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$.

Q2. Calculer δ.

Nous cherchons le champ électrostatique créé par la molécule en un point M repéré par ses coordonnées sphériques (r, θ, φ) dans l'approximation dipolaire.

Q3. Exprimer le potentiel électrostatique $V(M)$ créé en M par les trois charges.

Q4. Qu'entend-on par approximation dipolaire ?

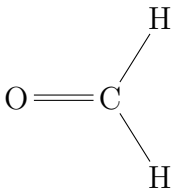
Exprimer $V(M)$ dans ce cadre en fonction de δ, e, a, α, θ, ε_0 et r *.

Q5. Montrer qu'on peut l'écrire $V(M) = \dfrac{\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{OM}}{4\pi\varepsilon_0 OM^3}$.

Q6. En déduire l'expression du champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ créé au point M par la molécule en fonction de p, r, θ et de vecteurs de la base sphérique.

∗. Il s'agit de la démo du cours, avec la particularité qu'il faut sommer trois termes. Attention à bien identifier les angles lors des calculs des produits scalaires nécessaires aux calculs des normes des distances.

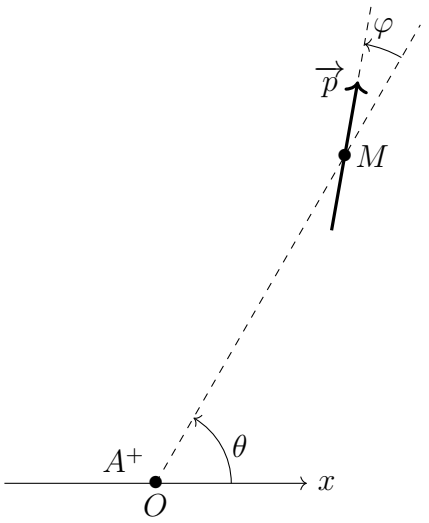
Exercice n°3 Interaction avec le formaldéhyde ♪♪



On donne ci-contre la formule développée du formaldéhyde. Nous connaissons l'angle $\widehat{\text{HCH}} = 116°$ et les normes des moments dipolaires respectifs des liaisons C – H et C = O : $p_{\text{CH}} = 0,40\text{D}$ et $p_{\text{CO}} = 2,30\text{D}$.
On donne les électronégativités : $\chi_{\text{H}} = 2,2$; $\chi_{\text{C}} = 2,55$; $\chi_{\text{O}} = 3,44$.

Q1. En quelle autre unité que le debye peut-on exprimer un moment dipolaire ?

Q2. Calculer la norme p du moment dipolaire du formaldéhyde.



On considère un cation A^+ assimilé à une charge ponctuelle $+q$ fixe en un point O.

Q3. Quel est le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé en M par ce cation ?

On place en $M(r = OM)$ la molécule de formaldéhyde assimilable à un dipôle rigide de moment dipolaire $\vec{p}$.
Nous notons φ l'angle entre $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{p}$, ce dernier appartenant toujours au plan de la figure ci-dessus.

Q4. Quelle est l'énergie potentielle d'interaction de la molécule de formaldéhyde dans le champ créé par A^+ ? Exprimer cette énergie $\mathscr{E}_{\text{ion-dipôle}}$ en fonction de ε_0, q, p, r et φ.

Q5. r étant fixé, quelle valeur φ_0 de φ correspond à un état d'équilibre stable de la molécule ?

Q6. C'est maintenant la valeur de l'angle φ qui est fixée : $\varphi = \varphi_0$. Quelle est alors la résultante des forces subies par la molécule ? Quel est le mouvement de la molécule de formaldéhyde dans ces conditions ?

II Exercices d'approfondissement

Exercice n°4 Polarisabilité du méthane ♪ ♪ ♪

Lorsque la molécule de méthane (CH_4) est placée dans un champ électrique extérieur, un moment dipolaire induit est créé. L'objectif de cet exercice est d'expliquer cette polarisabilité à l'aide d'un modèle simple. On donne les rayons atomiques $r_C = 70$ pm et $r_H = 53$ pm respectivement du carbone et de l'hydrogène ainsi que le numéro atomique $Z_C = 12$ du carbone.

Q1. La molécule de méthane CH_4 de géométrie tétraédrique possède-t-elle un moment dipolaire permanent ?

On suppose que les atomes d'hydrogène et de carbone sont constitués d'un noyau ponctuel situé à l'intérieur d'une boule sphérique de rayon r_H et r_C où se répartissent uniformément en volume les charges $-Z_H e$ et $-Z_C e$ où e est la charge élémentaire de l'électron.

On admet que lorsque ces atomes sont soumis à un champ électrique extérieur $\overrightarrow{E_{\text{ext}}}$, le noyau se déplace au sein du nuage électronique sphérique supposé indéformable.

Q2. Déterminer le champ électrique créé par le nuage électronique à l'intérieur de ce dernier pour le carbone et l'hydrogène en l'absence de champ électrique extérieur.

Q3. On soumet la molécule au champ extérieur $\overrightarrow{E_{\text{ext}}} = E_{\text{ext}}\overrightarrow{u_x}$. Exprimer la position d'équilibre du noyau au sein du nuage électronique dans le cas du carbone et de l'hydrogène.

Q4. En déduire que le moment dipolaire induit par $\overrightarrow{E_{\text{ext}}}$ peut s'écrire $\overrightarrow{p_C} = \alpha_C \varepsilon_0 \overrightarrow{E_{\text{ext}}}$ pour le carbone et $\overrightarrow{p_H} = \alpha_H \varepsilon_0 \overrightarrow{E_{\text{ext}}}$ pour l'hydrogène, où α_C et α_H sont des constantes à déterminer.

Q5. Les polarisabilités expérimentales du carbone et de l'hydrogène sont $\alpha_{C,e} = 19.10^{-30}$ m^3 et $\alpha_{H,e} = 8,3.10^{-30}$ m^3. Comparer ces valeurs aux valeurs associées au modèle présenté et conclure.

Q6. Évaluer numériquement la polarisabilité du méthane en utilisant les valeurs de α_C et α_H. Comparer à la valeur expérimentale de $\alpha_{CH_4} = 33 \cdot 10^{-30}$ m^3.

Exercice n°5 Cristal de NaCl soumis à un champ ♪ ♪ ♪

L'application d'un champ électrique à un monocristal de chlorure de sodium se traduit par des déplacements des ions qui le composent.

Soit $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{u_x}$ le champ électrostatique imposé aux ions du cristal, par exemple en appliquant une tension à des électrodes planes plaquées sur les faces opposées d'un échantillon parallélépipédique. Sous l'effet de ce champ, les ions Na^+ se déplacent en bloc selon Ox de δ_+ et les ions Cl de δ_-, le centre de masse de l'ensemble restant immobile. On posera $x = \delta_+ - \delta_-$.

Avant tout déplacement le moment dipolaire global du cristal est nul par symétrie de la répartition. On note N le nombre d'ions sodium et chlorure par unité de volume et e la valeur absolue de la charge de l'électron.

Q1. Montrer que ces déplacements ioniques se traduisent par un moment dipolaire réparti dans le volume du cristal, de densité volumique $\overrightarrow{P} = P\overrightarrow{u_x}$ et exprimer P en fonction de la charge élémentaire e, de x et du nombre N de paires d'ions Na^+Cl^- par unité de volume.

L'expérience montre que la relation entre P et E est linéaire, de la forme $P = \varepsilon_0 \chi_{\text{ion}} E$ où χ_{ion} est un coefficient positif caractéristique du cristal.

Q2. En déduire que le groupe d'ions Na^+ est soumis à des forces de rappel élastique dont la moyenne par ion est de la forme $\overrightarrow{f} = -Kx\overrightarrow{u_x}$, les ions Cl^- étant soumis à des forces opposées. Exprimer la constante K en fonction de N, e, ε_0 et χ_{ion}.

Q3. Après suppression du champ $\overrightarrow{E}$, les deux groupes d'ions évoluent librement. Écrire l'équation du mouvement d'un ion Na^+ et celle d'un ion Cl^- ; on désignera par m_+ et m_- leurs masses respectives.

Q4. Montrer que leur mouvement relatif des deux ions est une oscillation à une pulsation ω_T que l'on explicitera en fonction de N, e, ε_0, χ_{ion}, m_+ et m_-. Pour cela, on fera les combinaison linéaires des équations du mouvement des deux ions qui permettent d'obtenir les équations vérifiées par $x_G = \dfrac{m_+\delta_+ + m_-\delta_-}{m_+ + m_-}$ et par $x = \delta_+ - \delta_-$.