

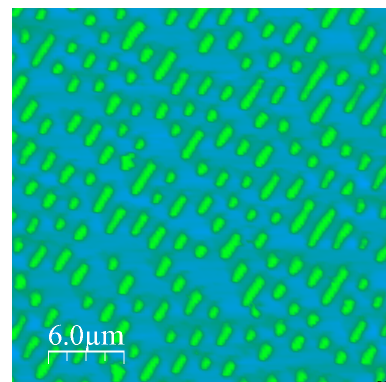


Optique

Chapitre O4 Interférences à N ondes – Réseau



On remarque que la surface d'un CD ou d'un DVD décompose la lumière blanche et qu'elle apparaît colorée différemment selon l'orientation du disque. La surface d'un tel disque est formée de petits motifs répétés, on peut ainsi l'assimiler à un réseau par réflexion et expliquer son aptitude à décomposer la lumière blanche par le phénomène d'interférences à N ondes.



Introduction

Dans les chapitres précédents, on a étudié la superposition de deux ondes lumineuses. On s'intéresse ici à la superposition de N ondes lumineuses monochromatiques et cohérentes entre elles.

On considère un dispositif à division du front d'onde qui donne N sources secondaires : le **réseau**.

On identifie les caractéristiques de la figure d'interférences obtenue avec un réseau en la comparant à celle obtenue avec des trous / fentes d'Young vus au chapitre O2.

Le réseau est un des éléments constitutifs des spectroscopes : on s'intéressera à la détermination de la longueur d'onde d'une raie lumineuse avec un montage comprenant un réseau, un goniomètre et ses instruments.

Pré-requis

- PCSI : TP spectrogoniomètre à réseau
- PC : O1. Optique ondulatoire – Superposition d'ondes lumineuses ; O2. Trous d'Young

Objectifs du chapitre

- Établir la loi fondamentale des réseaux.
- Établir et étudier l'influence du nombre de motifs éclairés sur la figure d'interférence.

Plan du cours

I Réseau

I.1	Qu'est-ce qu'un réseau ?	2
I.1.a)	Définition et caractéristiques	2
I.1.b)	Observations expérimentales	3
I.2	Cadre de l'étude	3

I.3	Différence de marche	3
I.4	Relation fondamentale des réseaux	4
II	Superposition de N ondes	4
II.1	Intensité lumineuse résultante	4
II.2	Influence de N	5
II.3	Spectroscopie	6

Programme officiel

Notions et contenus	Capacités exigibles
Superposition d'ondes lumineuses	
Superposition de N ondes quasi monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique dans le cas $N \gg 1$.	Expliquer qualitativement l'influence de N sur l'intensité et la finesse des franges brillantes observées. Établir, par le calcul, la condition d'interférences constructives et la demi largeur $2\pi/N$ des franges brillantes. Établir et utiliser la formule indiquant la direction des maxima d'intensité derrière un réseau de fentes rectilignes parallèles.

Ai-je bien appris mon cours ?

- 1 – 😊 – 😞 – Expliquer qualitativement l'influence du nombre N d'ondes monochromatiques et cohérentes qui interfèrent sur l'intensité et la finesse des franges brillantes observées.
- 2 – 😊 – 😞 – Établir, par le calcul, la condition d'interférences constructives et la demi largeur $2\pi/N$ des franges brillantes.
- 3 – 😊 – 😞 – Établir la formule (formule des réseaux) indiquant la direction des maxima d'intensité derrière un réseau de fentes rectilignes parallèles.
- 4 – 😊 – 😞 – Donner la formule (formule des réseaux) indiquant la direction des maxima d'intensité derrière un réseau de fentes rectilignes parallèles.
- 5 – 😊 – 😞 – (PCSI) Décrire la constitution du goniomètre et son réglage.

FlashCards :



I Réseau

I.1 Qu'est-ce qu'un réseau ?

I.1.a) Définition et caractéristiques

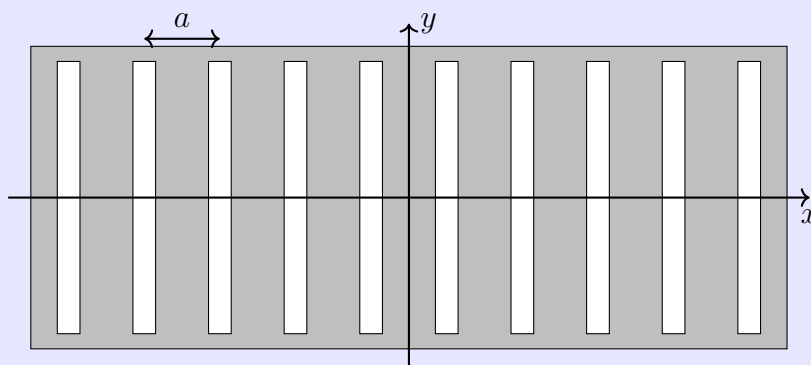


Définition – Réseau

Un **réseau optique** est un dispositif constitué d'une série de motifs identiques, équidistants, séparés par une distance a , permettant la réflexion ou la transmission d'ondes lumineuses.

La distance a entre deux motifs consécutifs est le **pas du réseau** (il s'agit de la période spatiale du réseau).

Les constructeurs de réseaux donnent n le **nombre de motifs par unité de longueur** : $n = \frac{1}{a}$ (il s'agit de la fréquence spatiale des motifs).



Un réseau par transmission est constitué d'un ensemble de fentes allongées, très fines, identiques, parallèles et équidistantes, séparées par un intervalle opaque. Ces fentes sont nommées traits du réseau.

Remarque : La longueur des fentes étant très grande par rapport à leur largeur, il y a invariance par translation selon (Oy) . Dans la suite, on se placera dans le plan $y = 0$.

I.1.b) Observations expérimentales

Les trous ou fentes d'Young étudiés au chapitre O2 n'impliquent que deux chemins optiques différents pour aller du point source au point d'observation, ceux passant par les deux fentes ou trous d'Young.

On éclaire maintenant à un dispositif à N fentes permettant à N rayons lumineux d'interférer. **Chaque fente diffracte la lumière** et les rayons issus des différentes fentes interfèrent entre eux.



Plus il y a de fentes au travers desquelles la lumière peut passer, plus celle-ci se retrouve concentrée. Ces points d'intensité maximale coïncident avec la position des franges brillantes lors du passage de la lumière au travers de deux fentes.

<https://physique-chimie.ac-normandie.fr/spip.php?article199>

FIGURE 1 – Figures obtenues par passage d'un laser au travers de 1 à 6 fentes.

♥ À retenir –

Plus le **nombre de fentes éclairées est élevé**, plus les taches brillantes sont **lumineuses et fines**.

I.2 Cadre de l'étude

Dans la suite, on étudie les interférences à N ondes dans les conditions suivantes :

H1 Le réseau est éclairé par un **faisceau incident de rayons parallèles**.

H2 On s'intéresse aux **interférences à l'infini**.

H3 Les interférences sont générées par un **réseau par transmission**.

En pratique, H1. et H2. sont vérifiées en utilisant un collimateur et une lunette de visée à l'infini (cf TP PCSI du goniomètre).

I.3 Différence de marche entre deux motifs consécutifs

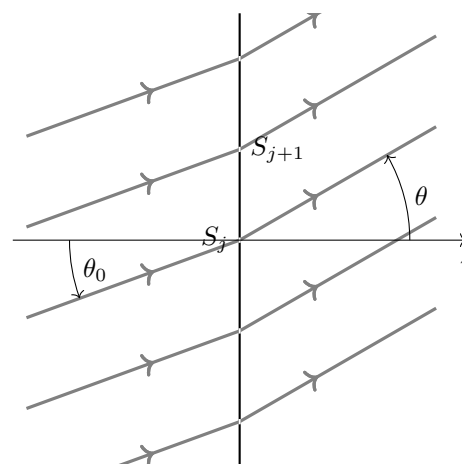
On éclaire le réseau par un faisceau de rayons parallèles d'angle d'incidence θ_0 issu d'une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ_0 .

Au niveau des fentes, il y a diffraction.

Les sources secondaires sont notées S_j avec $j \in \llbracket 1, N \rrbracket$. Les fentes étant très fines, elles se comportent comme des sources ponctuelles, qui émettent dans toutes les directions. Les faisceaux diffractés se superposent.

On étudie les interférences à l'infini en M . Les rayons qui interfèrent en M sont parallèles entre eux et forment un angle d'émergence θ avec la normale au réseau.

Les angles d'incidence et d'émergence sont orientés. Sur la figure ci-contre, ils sont positifs.



🌿 Démonstration à maîtriser n°1 –

On souhaite exprimer la différence de marche $\delta_{j+1/j}(M) = (SM)_{j+1} - (SM)_j$ entre deux rayons passant par deux fentes S_j et S_{j+1} successives.

Q1. En utilisant le théorème de Malus, représenter les surfaces d'onde associées aux rayons incidents et émergents.

- Q2. En introduisant deux points judicieusement choisies, simplifier la différence de marche pour l'exprimer comme la différence de deux distances.
- Q3. En déduire l'expression de la différence de marche en fonction de a , θ , θ_0 .
- Q4. Dépend-elle de j ?
- Q5. En déduire le déphasage $\Delta\varphi(M)$ entre deux ondes issues de deux fentes successives interférant en M .

I.4 Direction des franges brillantes – Relation fondamentale des réseaux

On cherche à déterminer les directions repérées par les angles θ_m où on obtient des franges brillantes i.e. des maxima d'intensité. Il s'agit des directions où les interférences à N ondes sont constructives.

Démonstration à maîtriser n°2 – Direction des franges brillantes

- Q1. À quelle condition sur δ , les interférences entre les ondes issues de S_j et S_{j+1} sont-elles constructives en M ?
- Q2. Dans ce cas, comment sont également les ondes issues de S_{j+1} et S_{j+2} ? ... ? Que peut-on en déduire sur les ondes issues de tous les motifs ?
- Q3. Déterminer la relation entre θ_m , θ_0 , λ_0 , a et un entier relatif m donnant la direction θ_m des franges brillantes.

À retenir – Relation fondamentale des réseaux en transmission

On éclaire un réseau en transmission par un faisceau de rayons parallèles d'angle d'incidence θ_0 issu d'une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ_0 .

Les angles θ_m correspondant aux maxima de lumière vérifient :

$$\sin(\theta_m) - \sin(\theta_0) = m \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } m \in \mathbb{Z} \quad \text{appelé l'ordre de la frange}$$

II Superposition de N ondes

II.1 Intensité lumineuse résultante

Démonstration à maîtriser n°3 – Intensité résultante

On éclaire N fentes d'un réseau en transmission.

On note $\underline{s}_j(M, t)$ la notation complexe de la vibration lumineuse à t au point quelconque M d'observation issue de la source secondaire S_j , pour $j \in \llbracket 1, N \rrbracket$. Toutes les ondes sont de même amplitude notée A et de même intensité I_0 .

- Q1. Écrire $\underline{s}_j(M, t)$.
- Q2. Exprimer $\varphi_j(M)$ la phase de l'onde en M passée par la fente j , en fonction de $\varphi_1(M)$ la phase de l'onde en M passée par la fente 1, $(j - 1)$ et $\Delta\varphi(M)$. Comment évolue $\varphi_j(M)$ avec j ?

Les calculs qui suivent sont généralisables à toutes les situations où N ondes dont les phases sont en progression arithmétique interfèrent. Ils ne sont pas propres à la situation du réseau en transmission étudiée ici.

- Q3. Exprimer la vibration résultante en un point M d'observation quelconque situé à l'infini.

On rappelle $\sum_{k=1}^n a^k = a \times \frac{1 - a^n}{1 - a}$

- Q4. En déduire l'expression de l'intensité résultante.

II.2 Influence de N

Démonstration à maîtriser n°4 – Franges brillantes

- Q1. Où sont situés les maxima d'intensité ? À quoi correspondent-ils ?
- Q2. En faisant un développement limité au voisinage de $\Delta\varphi = 0$, déterminer l'expression de l'intensité maximale $I_{\max}$.
- Q3. Pour quelles valeurs de $\Delta\varphi$ l'intensité I est-elle nulle ? En déduire l'expression de la demie-largeur d'une frange brillante. On pourra s'intéresser à la frange brillante correspondant à $\Delta\varphi = 0$.
- Q4. Conclure sur l'influence du nombre N de fentes éclairées.

♥ À retenir – Influence de N

Les raies brillantes (ordre d'interférences entier) sont d'autant plus lumineuses et d'autant plus étroites que le nombre N de motifs éclairés est élevé.

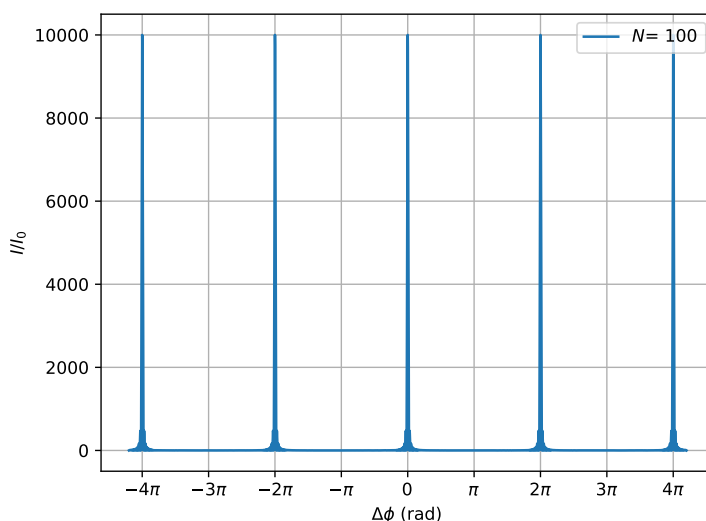
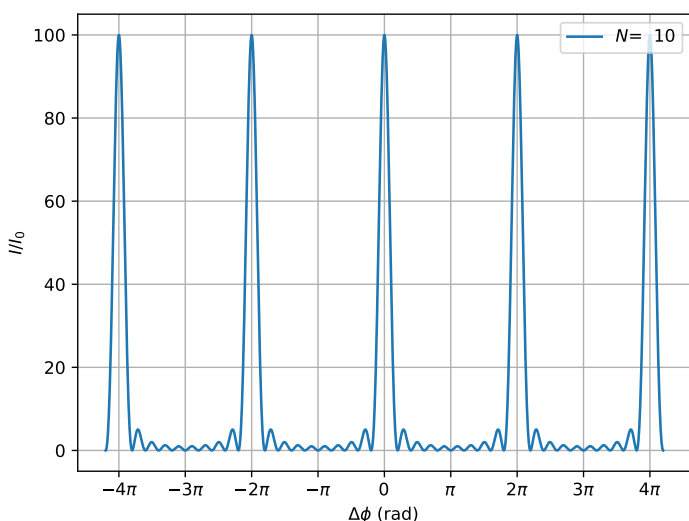
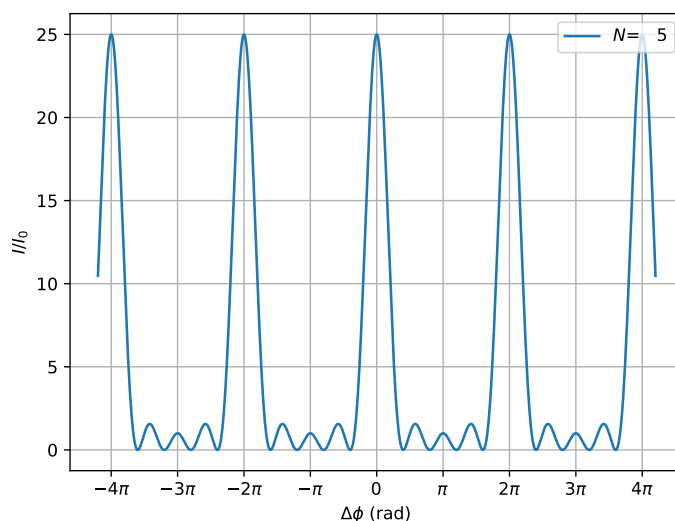
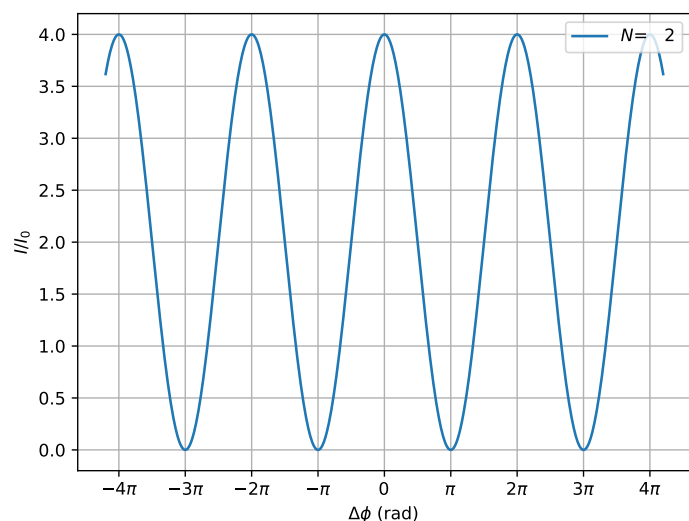


FIGURE 2 – Intensité en un point M quelconque de l'écran en fonction de $\Delta\varphi(M)$ pour différentes valeurs de N .



II.3 Spectroscopie

 <https://physique-chimie.ac-normandie.fr/spip.php?article199>

D'après la relation fondamentale des réseaux :

$$\sin(\theta_m) - \sin(\theta_0) = m \frac{\lambda_0}{a}$$

les directions des raies brillantes repérées par les angles θ_m dépendent de la longueur d'onde : un réseau peut donc **être utilisé pour séparer spatialement les différentes composantes spectrales** d'une lumière incidente (pouvoir dispersif du réseau). Les directions des interférences constructives des différentes composantes spectrales sont d'autant plus différentes que a est faible : **il est préférable de prendre un réseau de pas a faible pour séparer des raies spectrales proches**. Pour chaque ordre $m \neq 0$, on obtient le spectre de la lumière incidente.

L'ordre $m = 0$ est non dispersif, car $\forall \lambda_0, \theta_{m=0} = \theta_0$.

Pour effectuer des mesures de spectroscopie, on utilise un **goniomètre** (cf TP de PCSI et de PC) :

1. L'éclairage du réseau doit se faire en lumière parallèle : on utilise une fente-source éclairée par la source lumineuse, et placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente, c'est le **collimateur**.
2. L'observation de la figure d'interférence se fait à l'infini à l'aide d'une **lunette de visée à l'infini**

La mesure des angles θ_0 et θ_m n'est pas aisée car ils sont mesurés à partir de la normale au réseau, difficilement repérable.

On préfère repérer l'**angle minimal de déviation** $D_m = \theta - \theta_0$ mesurable facilement à l'aide du vernier, et directement relié à la longueur d'onde.

Démonstration (non exigible) : Établissons l'expression de l'angle minimal de déviation D_m en fonction de θ_0 .

$$\sin(\theta) - \sin(\theta_0) = m \frac{\lambda_0}{a}$$

$$\text{or } \theta = \theta_0 + D_m \quad \sin(\theta_0 + D_m) - \sin(\theta_0) = m \frac{\lambda_0}{a}$$

$$\text{on dérive } \frac{d}{d\theta_0} (\sin(\theta_0 + D_m) - \sin(\theta_0)) = \frac{d}{d\theta_0} \left(m \frac{\lambda_0}{a} \right)$$

$$\frac{d \sin(\theta_0 + D_m)}{d\theta_0} - \frac{d \sin(\theta_0)}{d\theta_0} = 0$$

$$\left(1 + \frac{dD_m}{d\theta_0} \right) \cos(\theta_0 + D_m) - \cos(\theta_0) = 0$$

$$\text{or, au minimum de déviation } \frac{dD_m}{d\theta_0} = 0$$

$$\cos(\theta_0 + D_m) - \cos(\theta_0) = 0$$

$$\cos(\theta_0 + D_m) = \cos(\theta_0)$$

$$\text{Soit } \left(D_m = 0, \text{ soit } \theta = \theta_0 \text{ (ordre 0)} \right) \quad \text{ou} \quad \left(\theta_0 + D_m = -\theta_0, \text{ soit } \theta_0 = -\frac{D_m}{2} \right)$$

$$\text{Au minimum de déviation, } \theta_0 = -\frac{D_m}{2}, \text{ donc } \theta = \theta_0 + D_m = \frac{D_m}{2}$$

$$\text{D'après la relation fondamentale des réseaux : } \sin\left(\frac{D_m}{2}\right) - \sin\left(-\frac{D_m}{2}\right) = m \frac{\lambda_0}{a}, \text{ soit } 2 \sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = m \frac{\lambda_0}{a}, \text{ soit}$$

$$\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = m \frac{\lambda_0}{2a}$$

