

L'avion SolarStratos

Le problème se déroulera en 3 parties :

Partie 1 - Une étude de la stratosphère

Partie 2 - Le mouvement de l'avion

Partie 3 - Regardons les panneaux de plus près

SolarStratos est un avion solaire bi-place avec lequel l'explorateur suisse Raphaël Domjan et son équipe envisagent de réaliser un record absolu d'altitude.

La mission « To the edge of space » a pour but de lui permettre d'atteindre une altitude supérieure à 25 000 mètres.

Le premier vol en tandem à basse altitude a été réalisé le 20 août 2020.

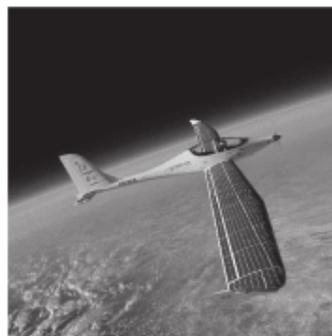
Source : <https://www.raphaeldomjan.com/projets/solarstratos/>

L'explorateur Raphaël Domjan déclare : « Au-delà des innovations technologiques, SolarStratos a pour objectif de promouvoir les énergies renouvelables afin de protéger le climat de notre planète des gaz à effet de serre. SolarStratos vise aussi à démontrer qu'avec les technologies actuelles, il est possible de réaliser des prouesses qui dépassent le potentiel des énergies fossiles. Notre avion, qui pourra voler dans la stratosphère, ouvre une porte sur cette aviation électrique et solaire et sur la mobilité de demain. L'appareil fonctionne grâce au soleil et aux batteries lithium-ion embarquées, constituant une première mondiale également. Afin de limiter le poids de l'avion et de rendre cet exploit possible, SolarStratos ne sera pas pressurisé, obligeant son pilote, Raphaël Domjan, à porter une combinaison pressurisée d'astronaute. Le défi est à la fois technique et humain. La mission durera environ six heures. L'ascension de l'avion vers la stratosphère et son maintien à une vitesse constante dans l'espace durera 2 heures 45 minutes. L'avion et son pilote seront soumis à des températures extrêmes, de l'ordre de -70°C . »

D'après <https://www.solarstratos.com>

Données : Quelques caractéristiques de l'avion SolarStratos

Longueur	8,5 m
Envergure	24,8 m
Habitacle	Deux places en tandem
Masse	$M = 450 \text{ kg}$
Propulsion	Hélice 2,2 m ; 4 pales
Rendement du moteur électrique	90 %
Surface des panneaux	22 m^2
Rendement des panneaux photovoltaïques	24 %
Batteries	Lithium-ion



Données générales

Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI

La Terre est supposée sphérique de rayon $R_T = 6\,370$ km

Masse de la Terre : $M_T = 5,96 \cdot 10^{24}$ kg

Masse volumique de l'air à 25,0 km d'altitude : $\mu_1 = 7,0 \times 10^{-2}$ kg.m⁻³

Surface totale des ailes de l'avion : $S = 24$ m²

Expression de la force modélisant la portance : $R_Z = \frac{1}{2} \mu_1 C_Z v^2 S$

Expression de la force modélisant la traînée : $R_X = \frac{1}{2} \mu_1 C_X v^2 S$

Coefficient de portance de l'aile : $C_z = 1,1$ USI

Coefficient de traînée de l'aile : $C_x = 2,0 \cdot 10^{-2}$ USI

Masse molaire de l'air : $M_{\text{air}} = 29$ g.mol⁻¹

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31$ USI

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8$ m.s⁻¹

Charge élémentaire : $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C

Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ kg.m².s⁻¹

Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9}$ F.m⁻¹

Pour le silicium :

- Permittivité diélectrique relative : $\epsilon_r = 11,7$
- Énergie de gap : $E_g = 1,11$ eV

Donnée mathématique

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Partie 1 - Une étude de la stratosphère

On considère que la Terre est sphérique à répartition homogène de masse et que l'atmosphère est répartie de manière uniforme autour de la Terre.

On assimilera le champ de pesanteur au champ de gravitation et on ne tiendra pas compte du terme d'entraînement et on négligera la masse de l'atmosphère.

Q1. À l'aide du théorème de Gauss pour la gravitation, établir l'expression du champ de pesanteur à une altitude z , dont l'origine sera choisie au niveau du sol et l'axe orienté dans le sens des altitudes croissantes.

L'avion Solarstratos volera dans la stratosphère entre $z_0 = 20,0$ km et $z_1 = 25,0$ km d'altitude.

Q2. Déterminer les valeurs du champ de pesanteur à z_0 et à z_1 .

Q3. En déduire que l'on peut considérer le champ de pesanteur uniforme à ces altitudes, à une incertitude que l'on précisera. On prendra par la suite $g = 9,7$ m.s⁻².

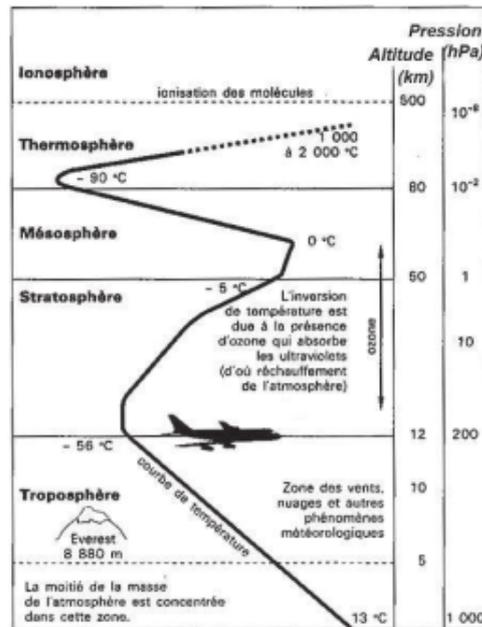


Figure 1 - Évolution de la température et de la pression avec l'altitude.

Source : Fondation Lamap

On considère qu'entre z_0 et z_1 , l'évolution de la température en fonction de l'altitude z est de la forme $T(z) = T_0 + a(z - z_0)$ avec T_0 la température à l'altitude z_0 et a le gradient thermique adiabatique. On suppose de plus que l'air est assimilable à un gaz parfait.

Q4. Énoncer la relation fondamentale de l'hydrostatique puis la projeter sur l'axe z , vertical ascendant. On notera μ la masse volumique de l'air.

Q5. Montrer que l'évolution de la pression en fonction de l'altitude z est de la forme

$$P(z) = P_0(1 + b(z - z_0))^\alpha \text{ avec } P_0 = P(z = z_0).$$

Déterminer les expressions de b et α en fonction de M_{air} , g , a , R et de T_0 .

Q6. Déterminer alors l'expression de la masse volumique à l'altitude z_1 . Effectuer l'application numérique

Données : $T_0 = 217 \text{ K}$ et $P_0 = 55 \text{ hPa}$ à l'altitude $z = z_0$. $a = 1,0 \times 10^{-3} \text{ USI}$.

Commenter le résultat obtenu et donner une explication sur la différence observée avec la valeur réelle $\mu_1 = 7,0 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^{-3}$.

Partie 2 - Le mouvement de l'avion

On néglige dans cette partie la rotondité de la Terre et on considérera le référentiel lié à un point O fixe par rapport au sol et situé à 25,0 km d'altitude comme galiléen.

On modélisera l'action qui propulse l'avion par une force unique notée \vec{F} .

On rappelle que l'avion est soumis, entre autres, à une force de traînée et à une force de portance (données fournies dans l'énoncé)

- Q7.** Faire le bilan des forces auxquelles est soumis l'avion, puis les représenter sur un schéma.
- Q8.** Déterminer, à l'aide d'une analyse dimensionnelle, la dimension des coefficients C_x et C_z .
- Q9.** Établir les équations différentielles vérifiées par v_x et v_z , en supposant le mouvement dans un plan xOz, avec O un point fixe dans le référentiel arbitrairement choisi.
- Q10.** Lors de son vol, l'avion atteint une vitesse v_C , appelée « vitesse de croisière », et le mouvement devient rectiligne et uniforme.
Déterminer l'expression de cette « vitesse de croisière ». Faire l'application numérique.
- Q11.** En déduire la force de propulsion, puis la puissance de la force associées à cette vitesse.
- Q12.** De quelle puissance électrique l'avion doit-il ainsi disposer pendant cette phase de vol ? Sachant que la puissance surfacique lumineuse reçue dans la stratosphère est de l'ordre de $1\,200\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, de quelle surface minimale de panneaux photovoltaïques l'avion doit-il disposer ? Commenter.