Révision d'analyse en lien avec l'étude des séries numériques

Compléments sur les séries numériques

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Technique de comparaison série-intégrale.	Les étudiants doivent savoir utiliser la comparaison série-intégrale pour établir des convergences et des divergences de séries, estimer des sommes partielles de séries divergentes ou des restes de séries convergentes dans le cas d'une fonction monotone.
Formule de Stirling : équivalent de $n!$.	La démonstration n'est pas exigible. <i>La démonstration a été faite en cours en utilisant des résultats, non redémontrés en détail, sur les intégrales de Wallis.</i>
Règle de d'Alembert.	
Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste.	La transformation d'Abel est hors programme.
Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.	La démonstration n'est pas exigible. <i>La démonstration a été faite en cours.</i>

Durant la colle, des questions de cours pourront être posées.

Questions de cours possibles

- La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :
 - ▷ Il existe une constante $C > 0$ tel que $n! \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} C\sqrt{n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$.
 - ▷ Le produit de Cauchy de deux séries à *termes positifs* absolument convergentes est une série absolument convergente dont la somme vaut le produit des sommes des deux séries.
 - ▷ Nature de $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n \ln^b(n)}$ dans l'un des cas suivants : $b \leq 0$; $b \in]0, 1[$; $b = 1$ ou $b > 1$.
 - ▷ Si $\sum u_n$ est une série alternée telle que la suite $(|u_n|)$ est décroissante et tend vers 0. Alors $\sum u_n$ converge.
- Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.

Prochain programme

Révision d'analyse et compléments sur les séries numériques – Algèbre linéaire de PCSI et compléments.