

## Révision d'analyse en lien avec l'étude des séries numériques

### Compléments sur les séries numériques

| CONTENUS                                                             | CAPACITÉS & COMMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Technique de comparaison série-intégrale.                            | Les étudiants doivent savoir utiliser la comparaison série-intégrale pour établir des convergences et des divergences de séries, estimer des sommes partielles de séries divergentes ou des restes de séries convergentes dans le cas d'une fonction monotone. |
| Formule de Stirling : équivalent de $n!$ .                           | La démonstration n'est pas exigible. <i>La démonstration a été faite en cours en utilisant des résultats, non redémontrés en détail, sur les intégrales de Wallis.</i>                                                                                         |
| Règle de d'Alembert.                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste. | La transformation d'Abel est hors programme.                                                                                                                                                                                                                   |
| Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.            | La démonstration n'est pas exigible. <i>La démonstration a été faite en cours.</i>                                                                                                                                                                             |

Durant la colle, des questions de cours pourront être posées.

### Questions de cours possibles

- La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :
  - ▷ Il existe une constante  $C > 0$  tel que  $n! \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} C\sqrt{n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$ .
  - ▷ Règle de D'ALEMBERT
  - ▷ Nature de  $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n^a \ln^b(n)}$  dans les cas suivants :  $a < 1$  ou  $a > 1$  et  $b \in \mathbb{R}$ . *Note pour les colleurs : Le cas  $a = 1$  a aussi été traité en exercice.*
  - ▷ Si  $\sum u_n$  est une série alternée telle que la suite  $(|u_n|)$  est décroissante et tend vers 0. Alors  $\sum u_n$  converge.
- Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.

### Prochain programme

Révision d'analyse et compléments sur les séries numériques – Algèbre linéaire de PCSI et compléments.