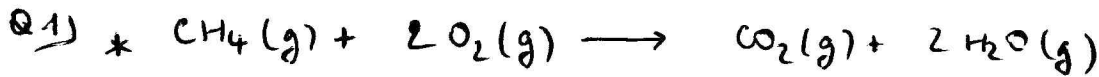


Réacteur ouvert : DK6



* $\Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ = -\Delta_f H_{\text{CH}_4}^\circ - \underbrace{2\Delta_f H_{\text{O}_2}^\circ}_{0 \text{ (corps simple de référence)}} + \Delta_f H_{\text{CO}_2}^\circ + 2\Delta_f H_{\text{H}_2\text{O}}^\circ$

$\Rightarrow \Delta_r H^\circ = -802,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

et $\Delta_r S^\circ = \sum_i \nu_i S_{m,i}^\circ = -5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

$\Rightarrow \Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r S^\circ = -802,2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 298$

$\Rightarrow K^\circ = \exp\left(\frac{-\Delta_r G^\circ}{RT}\right) = e^{323} = 10^{323/\ln 10} = -800,7 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$

$\Rightarrow K^\circ = 10^{140} > 10^4 \Rightarrow$ réaction quasi-totale

* Par définition: $q_{gr} = \frac{|\Delta_r H^\circ|}{M_{\text{CH}_4}} = \frac{802200}{16 \cdot 10^{-3}} = 50,1 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Q2) * proportions stoechiométriques $\Rightarrow n_{\text{O}_2} = 2 n_{\text{CH}_4}$

20% $\text{O}_2 \Rightarrow n_{\text{air}} = 5 n_{\text{O}_2} = 10 n_{\text{CH}_4}$

$\Rightarrow \frac{n_{\text{air}}}{M_{\text{air}}} = 10 \frac{n_{\text{CH}_4}}{M_{\text{CH}_4}} \Rightarrow n_{\text{air}} = 10 n_{\text{CH}_4} \frac{M_{\text{air}}}{M_{\text{CH}_4}}$

$\Rightarrow D_{m,0} = 10 D_{m,gr} \frac{M_{\text{air}}}{M_{\text{CH}_4}}$

A.N : $M_{\text{air}} = 0,2 M_{\text{O}_2} + 0,8 M_{\text{N}_2} = 28,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$\Rightarrow D_{m,0} = 10 \cdot 9,66 \cdot \frac{28,8}{16} = 173,9 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

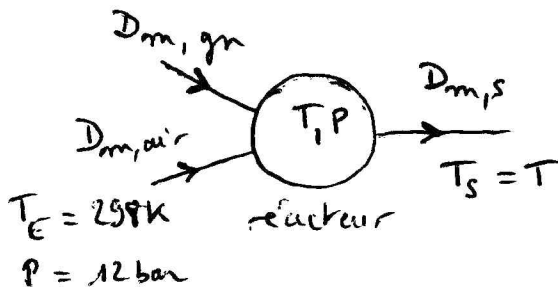
* L'énergie thermique libérée par la réaction à $P = \text{cte}$ correspond à : $\Delta H_{\text{tho}} = \Delta_r H^\circ \cdot \xi = \Delta_r H^\circ m_{\text{CH}_4} \text{ qui réagit}$
 $= \Delta_r H^\circ \cdot \frac{m_{\text{CH}_4}}{M_{\text{CH}_4}}$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\text{tho}} = \frac{d\Delta H_{\text{tho}}}{dt} = \frac{\Delta_r H^\circ}{M_{\text{CH}_4}} \frac{dm_{\text{CH}_4}}{dt} = \frac{\Delta_r H^\circ}{M_{\text{CH}_4}} \cdot D_{m, \text{gn}}$$

ou encore $P_{\text{tho}} = q_{\text{gn}} \cdot D_{m, \text{gn}}$

A.N : $\boxed{P_{\text{tho}} = 484 \text{ MW}}$

Q3)



* pour le réacteur ouvert, supposé parfaitement agité, on a :

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{RAC}} \approx \underbrace{\left(\frac{dH}{dt}\right)_E}_{>0} + \underbrace{\left(\frac{dH}{dt}\right)_S}_{<0} + \underbrace{P_u + P_k}_0 \quad (\text{pas de pièce mobile et transformation adiabatique})$$

\Rightarrow en régime permanent : $0 \approx \left(\frac{dH}{dt}\right)_E + \left(\frac{dH}{dt}\right)_S + P_u + P_k$

$$\Rightarrow \boxed{0 \approx \sum_i H_{m,i}^E \left(\frac{dn_i}{dt}\right)_E + \sum_i H_{m,i}^S \left(\frac{dn_i}{dt}\right)_S + P_u + P_k} \quad (*)$$

* bilan de matière instantané pour le constituant i dans le RAC en régime permanent :

$$0 \approx \left(\frac{dn_i}{dt}\right)_{\text{RAC}} = \left(\frac{dn_i}{dt}\right)_E + \left(\frac{dn_i}{dt}\right)_{\text{réaction}} + \left(\frac{dn_i}{dt}\right)_S$$

$$= F_{i,E} + \nu_i \left(\frac{dF}{dt}\right) - F_{i,S}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{i,S} = -\left(\frac{dn_i}{dt}\right)_S = F_{i,E} + \nu_i \frac{dF}{dt}} \quad (F_{i,S} > 0) \quad (**)$$

* En injectant $F_{i,s}$ dans la relation (*), on obtient :

$$0 = \sum_i \underbrace{(H_{m,i}^E - H_{m,i}^S)}_{C_{p,m,i} (T_E - T_S)} F_{i,E} - \underbrace{\sum_i H_{m,i}^S \dot{V}_i}_{\Delta_r H^S} \frac{d\xi}{dt} + P_u + P_k$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_u + P_k}_{=0} = (T_S - T_E) \cdot \sum_i C_{p,m,i} F_{i,E} + \Delta_r H^S \cdot \frac{d\xi}{dt}$$

0 car pas de travail utile, ni d'échange thermique avec l'extérieur.

$$\Rightarrow \boxed{T_S = T_E - \frac{\Delta_r H^S \cdot d\xi/dt}{\sum_i C_{p,m,i} F_{i,E}}}$$

* Comme $\frac{d\xi}{dt} = \frac{dn_{CH_4} \text{ qui a réagi}}{dt} = \frac{dn_{CH_4}}{M_{CH_4} dt} \downarrow \frac{D_{m,gr}}{M_{CH_4}}$ hyp: réaction rapide et totale

et $F_{CH_4,E} = \left(\frac{dn_{CH_4}}{dt}\right)_E = \frac{D_{m,gr}}{M_{CH_4}}$

et $F_{O_2,E} = \left(\frac{dn_{O_2}}{dt}\right)_E = 0,2 \left(\frac{dn_{air}}{dt}\right)_E = 0,2 \cdot \frac{D_{m,air}}{M_{air}}$

et de même pour $F_{N_2,E}$:

$$\Rightarrow T_S = T_E - \frac{\Delta_r H^S \cdot \frac{D_{m,gr}}{M_{CH_4}}}{C_{p,m,CH_4} \frac{D_{m,gr}}{M_{CH_4}} + \frac{D_{m,air}}{M_{air}} [C_{p,m,O_2} \cdot 0,2 + C_{p,m,N_2} \cdot 0,8]}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_S = T_E + \frac{|q_{gr}| \cdot D_{m,gr}}{D_{m,gr} \frac{C_{p,m,CH_4}}{M_{CH_4}} + D_{m,air} \frac{0,2 C_{p,m,O_2} + 0,8 C_{p,m,N_2}}{M_{air}}}}$$

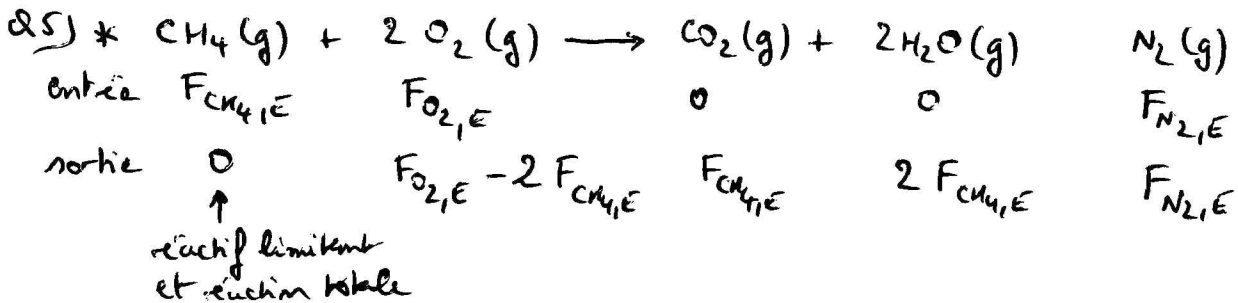
A.N : $T_S = 298 + \frac{50\,100\,000 \cdot 9,66}{9,66 \cdot \frac{35,7}{16 \cdot 10^{-3}} + 173,9 \cdot \frac{0,2 \cdot 29,4 + 0,8 \cdot 29,1}{28,9 \cdot 10^{-3}}}$

$$\Rightarrow \boxed{T_S = 2747 \text{ K}} \quad (\text{ou } 2474 \text{ } ^\circ\text{C})$$

valeur très élevée, incompatible avec évolution adiabatique.

Q4) * Si on modifie $D_{m,air}$, il restera des réactifs après réaction (soit CH_4 si air en défaut, soit O_2 si air en excès) \Rightarrow l'énergie libérée par la réaction devra aussi chauffer ces réactifs restants \Rightarrow la température atteinte sera plus faible.

* On choisit un excès d'air ($D_{m,air} > D_{m0}$) car l'air est moins coûteux que le méthane.



$$ou \quad F_{CH_4,E} = \left(\frac{dm_{CH_4}}{dt} \right)_E = \left(\frac{dm_{CH_4}}{M_{CH_4} dt} \right)_E = \frac{D_{m,gn}}{M_{CH_4}}$$

$$F_{O_2,E} = \left(\frac{dm_{O_2}}{dt} \right)_E = 0,2 \left(\frac{dm_{air}}{dt} \right)_E = 0,2 \frac{D_{m,air}}{M_{air}}$$

$$F_{N_2,E} = 0,8 \frac{D_{m,air}}{M_{air}}$$

* Conclusion: sachant que $D_{m,gn} = \frac{M_{CH_4}}{M_{air}} \cdot \frac{D_{m0}}{10}$
d'après Q2), on obtient:

$$F_{CH_4,E} = \frac{D_{m,0}}{10 M_{air}} \quad \text{d'où les débits molaires}$$

en sortie:

$CH_4(g)$	$O_2(g)$	$CO_2(g)$	$H_2O(g)$	$N_2(g)$
$F_{CH_4,S} = 0$	$\frac{0,2(D_{m,air} - D_{m0})}{M_{air}}$	$\frac{0,1 D_{m,0}}{M_{air}}$	$\frac{0,2 D_{m0}}{M_{air}}$	$\frac{0,8 D_{m,air}}{M_{air}}$

Q6) D'après la question Q3):

$$D_{m,air} = \frac{M_{air}}{0,2 C_{pm,O_2} + 0,8 C_{pm,N_2}} \times \left[\frac{19 \text{ Jn} / D_{m,gn}}{T_S - T_E} - \frac{D_{m,gn} C_{pm,CH_4}}{M_{CH_4}} \right]$$

A.N: on veut $T_S = 1300^\circ C = 1573 K$ (à la limite)

$$\Rightarrow \boxed{D_{m,air} = D_{m,1} = 354 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Q7) D'après la question Q3), le terme $\sum_i (H_{mi}^E - H_{mi}^S) F_{i,E}$ doit être remplacé par $\sum_i \int_{T_S}^{T_E} C_{p,m,i}(T) dT \cdot F_{i,E}$

$$\Rightarrow 0 = \sum_i \int_{T_S}^{T_E} C_{p,m,i}(T) dT \left(\frac{dn_i}{dt} \right)_E - \Delta_r H^S \frac{d\xi}{dt} + \underbrace{\beta_u + \beta_k}_0 \text{ toujours}$$

$$\Rightarrow \int_{T_E}^{T_S} \left(\sum_i C_{p,m,i}(T) \left(\frac{dn_i}{dt} \right)_E \right) dT + \Delta_r H^S \frac{D_{m,gn}}{M_{CH_4}} = 0$$

$$\Rightarrow \int_{T_E}^{T_S} \left(\frac{D_{m,gn}}{M_{CH_4}} \cdot C_{p,m,CH_4}(T) + \frac{0,2 C_{p,m,O_2}(T) + 0,8 C_{p,m,N_2}(T)}{M_{air}} D_{m,air} \right) dT + \Delta_r H^S \frac{D_{m,gn}}{M_{CH_4}} = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{-\frac{\Delta_r H^S}{M_{CH_4}} D_{m,gn}}_{|q_{gn}|} = \frac{D_{m,gn}}{M_{CH_4}} \int_{T_E}^{T_S} C_{p,m,CH_4}(T) dT + \frac{D_{m,air}}{M_{air}} \int_{T_E}^{T_S} 0,2 C_{p,m,O_2}(T) + 0,8 C_{p,m,N_2}(T) dT$$

Conclusion:

$$D_{m,air} = \frac{M_{air} \cdot D_{m,gn}}{\int_{T_E}^{T_S} 0,2 C_{p,m,O_2}(T) + 0,8 C_{p,m,N_2}(T) dT} \left[|q_{gn}| = \frac{\int_{T_E}^{T_S} C_{p,m,CH_4}(T) dT}{M_{CH_4}} \right]$$

Q8) * $C_{p,m}(T) = A + B \cdot T + C \cdot T^2 + D \cdot T^3 + \frac{E}{T^2}$
 \downarrow
 en $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} A \text{ en } J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} \\ B \text{ en } J \cdot K^{-2} \cdot mol^{-1} \\ C \text{ en } J \cdot K^{-3} \cdot mol^{-1} \\ D \text{ en } J \cdot K^{-4} \cdot mol^{-1} \\ E \text{ en } J \cdot K \cdot mol^{-1} \end{array}$$

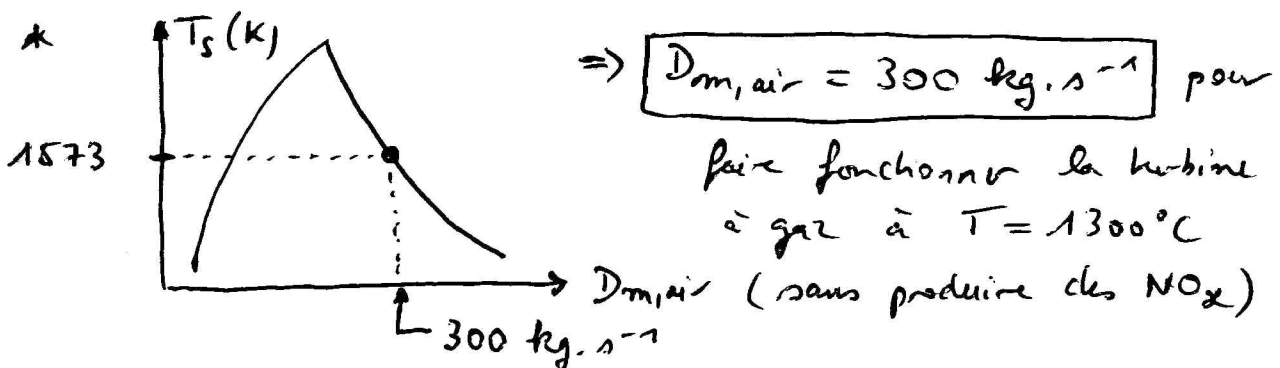
* def int-C_{pm}(gaz, T1, T2) =
 N = 1000 # nbres de points de calculs
 S = 0 # initialisation de l'intégrale (somme des aires des rectangles)
 T = T1 # initialisation de la température T
 dT = (T2 - T1) / N # N est aussi le nombre d'intervalles dT
 for i in range(N): # parcours de tous les intervalles
 A = C_{pm}(T, gaz) * dT # aire du rectangle situé entre les abscisses T et T+dT
 S = S + A # actualisation de l'intégrale
 T = T + dT # actualisation de la température
 return S # on renvoie l'intégrale à la fin de la boucle

Q9) * Le graphe met bien en évidence un maximum de température obtenu lorsque $D_{m,air} = D_{mO} \approx 175 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ (réactifs en proportions stoechiométriques), conforme au résultat de la question Q2).

Pour $D_{m,air} \oplus$ faible, la température atteinte est \oplus faible à cause de l'excès de CH_4 qui consomme une partie de l'énergie thermique libérée par la réaction.

Pour $D_{m,air} \oplus$ élevé, la température est de même \oplus faible à cause de l'excès d'air cette fois-ci.

* On peut remarquer que la température maximale calculée en question Q3) (2747 K) a été sur-évaluée. La prise en compte de la dépendance de $C_{pm}(T)$ avec la température T est bien nécessaire puisque la température varie beaucoup $\Rightarrow T_{maxi} \approx 2250 \text{ K}$ ici.



on obtient un débit du même ordre de grandeur
que celui calculé en question (6).

7/

* $D_{m,s} = D_{m,E}$ en régime permanent car $\frac{dm_{tot}}{dt} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{D_{m,s} = D_{m,gn} + D_{m,air} = 309,6 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}$$