

II. Intégrales généralisées

- **Révisions PCSI** : intégration sur un segment.
- Fonctions continues par morceaux sur un segment. Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment.
- Intégrales impropres : définition. Cas d'une fonction continue sur un ouvert, sur un semi-ouvert. Intégrale faussement impropre.
- Intégrales de références : Riemann, $\int_0^1 \ln t \, dt$, $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} \, dt$.
- Propriétés des intégrales généralisées : linéarité, positivité, croissance.

- Intégrations par parties.
- Changement de variable.
- **Attention. Pas de théorème de comparaison dans ce chapitre**

III. Rappels et (compléments) d'algèbre linéaire

- **Révisions PCSI** : espaces vectoriels, applications linéaires, matrices d'applications linéaires, formules de changement de base, matrices semblables.
- **DM de vacances.** Exercice d'algèbre.
- Sommes de n sous-espaces vectoriels, supplémentarité. Dimension.
- Sous-espaces stables, matrices blocs.
- **Pas encore la trace.**

Questions de cours (preuve à connaître)

- Convergence d'une des intégrales de référence : $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$, $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$, $\int_0^1 \ln t \, dt$, $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} \, dt$.
- $f(x) = \int_x^{2x} \frac{\sin t}{t} \, dt$. Déterminer l'ensemble de définition de f puis montrer que f y est de classe \mathcal{C}^1 et calculer la dérivée.
- Théorème du rang.
- Si f et g commutent alors $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$ sont stables par g .
- $\dim \left(\sum_{i=1}^p E_i \right) \leq \sum_{i=1}^p \dim E_i$ (la démonstration du cas d'égalité n'est pas demandée).
- Sur un exemple de matrice 2x2 ou 3x3, montrer que deux matrices sont semblables en recourant aux applications linéaires (comme l'exemple du cours ou l'ex 21 du TD).