

**III. Rappels et (compléments) d'algèbre linéaire**

- **Révisions PCSI** : espaces vectoriels, applications linéaires, matrices d'applications linéaires, formules de changement de base, matrices semblables.
- **DM de vacances**. Exercice d'algèbre.
- Sommes de  $n$  sous-espaces vectoriels, supplémentarité. Dimension.
- Sous-espaces stables, matrices blocs.

- Trace d'une matrice, d'un endomorphisme. Propriétés de la trace.
- Déterminant d'une matrice carré, d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme. Développement selon une ligne une colonne. Déterminant de Vandermonde. Cas d'une matrice tridiagonale. Terme général d'une suite à double récurrence linéaire :  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ .
- Polynôme d'interpolation de Lagrange.

**Questions de cours (preuve à connaître)**

- Théorème du rang.
- Si  $f$  et  $g$  commutent alors  $\text{Ker } f$  et  $\text{Im } f$  sont stables par  $g$ .
- $\dim \left( \sum_{i=1}^p E_i \right) \leq \sum_{i=1}^p \dim E_i$  (la démonstration du cas d'égalité n'est pas demandée).

- Sur un exemple de matrice 2x2 ou 3x3, montrer que deux matrices sont semblables en recourant aux applications linéaires (comme l'exemple du cours ou l'ex 21 du TD).
- Trace d'un produit :  $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$ .
- Déterminant d'une matrice tridiagonale. (En particulier terme général d'une suite à double récurrence linéaire :  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ . Tous les cas  $\Delta < 0, > 0, = 0$ ).