1

BILAN DES COORDINATEURS DE L'ÉPREUVE
ORALE DE MATHÉMATIQUES

Philippe Barlier et Hervé Guillaumie

L'épreuve orale consiste en la résolution sans préparation de deux exercices portant sur des parties différentes du programme. Rappelons pour commencer que le programme est celui des deux années des classes préparatoires de la filière du candidat. Certains candidats ont clairement pensé que l'interrogation ne porterait que sur le programme de deuxième année, ce qui peut donner une prestation catastrophique.

Les candidats admissibles avaient été sélectionnés à partir des épreuves écrites du concours Mines-Ponts, le niveau moyen était plus homogène que les années précédentes même si l'on retrouve toujours une grande disparité parmi les candidats, certains ont très bien préparé leurs oraux alors que d'autres étaient beaucoup moins bien préparés.

Statistiques 2025

FILIÈRE	NB CANDIDATS	MOYENNE	ECART-TYPE
MP	2355	11,87	3,502
MPI	414	11,82	3,243
PC	1490	11,88	3,318
PSI	1856	12,02	3,320
PT	737	11,87	3,651

Déroulement de l'épreuve

En entrant dans la salle d'interrogation, le candidat remet à l'examinateur sa convocation, sa pièce d'identité et sa feuille d'émargement. Il est souhaitable que ces documents soient prêts à l'avance, tout le temps passé à rechercher l'un d'entre eux au fond d'un sac va raccourcir le temps de l'interrogation.

Après ces formalités, soit le candidat tire un sujet au sort, soit il reçoit un sujet de l'examinateur. Tous les sujets comprennent deux exercices, et les candidats peuvent commencer par l'exercice de leur choix. Il y a donc une décision à prendre, pour cela l'examinateur laissera quelques minutes de réflexion avant de commencer l'oral proprement dit.

Il est souhaitable que le candidat se décide assez rapidement et informe clairement l'examinateur par quel exercice il commence. On peut penser qu'il est préférable de commencer par la partie qu'on maîtrise le mieux, mais il faut être conscient que les deux exercices seront abordés pendant l'épreuve, pas forcément pendant la même durée.

L'épreuve orale ne doit pas être un écrit debout et a pour but de tester, bien évidemment les connaissances en mathématiques et la capacité à les mettre en œuvre, mais aussi, voire surtout, la capacité de dialogue, d'écoute et de compréhension des remarques et indications de l'examinateur.

Le candidat doit veiller à adopter une attitude qui favorise l'interaction, il est fortement déconseillé par exemple de rester face au tableau, le dos tourné à l'examinateur. Il est aussi souhaitable d'éviter les attitudes négatives, par exemple en répétant «Je ne sais pas». Il faut bien sûr éviter les propositions de solutions toutes faites, données au hasard, sans savoir justifier leur mise en œuvre. Mais rester silencieux ou avouer son incompétence en espérant obtenir des indications de la part de l'examinateur est un comportement sanctionné au niveau de la note.

On attend donc que le candidat se montre sous son meilleur jour. Pour cela, il devra :

- Bien cerner et comprendre les exercices proposés.
- Envisager une ou plusieurs méthodes puis choisir la plus appropriée avant de se lancer dans la résolution du problème étudié.
- Expliquer sa démarche à l'examinateur.
- Être capable de modifier sa stratégie si celle envisagée initialement s'avère inadaptée.
- Justifier les affirmations avancées et donner des énoncés corrects et précis des théorèmes de cours utilisés.

Notation

La notation se fait sur un ensemble de critères et non sur la seule connaissance du cours, même si cela reste un point important. Il n'est pas nécessaire de terminer les deux exercices pour avoir une bonne note. Il faut surtout être réactif, savoir prendre des initiatives, mais aussi changer de stratégie si cela est conseillé, le pire défaut est de s'obstiner dans une voie qui conduit à une impasse en restant sourd aux remarques et indications. Un autre travers est de rester trop longtemps silencieux, on attend des candidats un certain dynamisme. Il faut également faire attention à l'organisation du tableau, il est quand même regrettable qu'après deux, voire trois, années de préparation, on voit encore des calculs éparpillés aux quatre coins du tableau. Certains candidats ont été surpris que l'examinateur leur demande de refaire une démonstration, parce qu'ils pensaient qu'elle était correcte, il n'en était bien évidemment rien.

Remarques générales d'ordre mathématiques

Cette année encore, on a constaté que le cours de première année est souvent très mal connu, par exemple celui sur les nombres complexes et la trigonométrie. Les équivalents et les développements limités sont mal maîtrisés. De même, des recherches de domination ou d'encadrement posent des difficultés à de nombreux candidats. Plus généralement, on a remarqué de grandes difficultés techniques, ainsi, de plus en plus de candidats ont bien du mal à effectuer un calcul de dérivation. De nombreux candidats ne savent pas leur cours ou l'énoncent de façon imprécise ou incomplète. D'une façon générale, on regrette un manque de rigueur dans la résolution des exercices.

Le cours de probabilités, surtout celui de deuxième année, reste un point faible pour de nombreux candidats. Si un grand nombre pensent bien, quand il le faut, à la formule des probabilités totales, beaucoup ont du mal à faire ressortir le système complet d'événements associé. Même si on note une amélioration, il reste de nombreux candidats qui éprouvent des difficultés pour écrire un événement sous la forme d'intersection et/ou de réunion d'événements élémentaires. En particulier, on rencontre toujours des candidats pour qui, l'événement X = Y s'écrit (X = k, Y = k) ou encore l'événement (X pair) s'écrit (X = 2k) ce qui est dépourvu de sens.

Même si certains examinateurs ont constaté une légère amélioration, l'algèbre linéaire reste un domaine difficile. Pour certains cela se résume à des recettes de cuisine appliquées sans le moindre recul : par exemple, utiliser systématiquement le polynôme caractéristique pour déterminer les valeurs propres d'une matrice qui est visiblement de rang 1. Les calculs de déterminants, plus précisément de polynômes caractéristiques, ont souvent été menés de façon maladroite, avec des erreurs de calculs. Des opérations sur les lignes ou colonnes permettaient d'avoir rapidement le résultat. Peu de candidats ont pensé à effectuer de petits calculs sur les colonnes pour obtenir directement des valeurs propres et vecteurs propres associées d'une matrice, ce qui était possible dans certains exercices ou à relier le fait que, pour un scalaire λ, la matrice $A-\lambda I_n$, n'est pas inversible si et seulement si λ est valeur propre de la matrice *A*. Même quand elle est guidée, la notion de changement de bases pose de gros problèmes.

En algèbre bilinéaire, si de nombreux candidats reconnaissent un problème de distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel *F*, très peu savent déterminer efficacement la projection orthogonale de ce vecteur sur *F* ou son orthogonal et encore nombreux sont ceux qui veulent utiliser la formule $p_F(x)=\sum_{i=1}^{r}\langle x|e_i\rangle e_i$ sans se soucier de savoir si la famille $(e_1,\dots,e_r)$ est une base orthonormée de *F*. En filières MP et PSI, les isométries vectorielles en dimension 3 sont très mal maîtrisées, par exemple déterminer la matrice d'une rotation dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ (axe et angle donné) a été très peu réussi.

En filière MP, le retour de l'adjoint bloque plus que n'aide les étudiants, ainsi pour démontrer qu'un endomorphisme est auto-adjoint, beaucoup cherchent à calculer l'adjoint et se retrouvent vite sans savoir quoi faire.

Les théorèmes importants sur les intégrales dépendantes d'un paramètre sont en général bien connus et on note une amélioration dans leur application, il reste cependant des difficultés techniques dans la recherche d'une hypothèse de domination convenable. Dans l'étude de la convergence d'une intégrale généralisée, très peu de candidats s'intéressent à la continuité de la fonction utilisée et se précipitent sur les études aux bornes sans se soucier si problème il y a. Là encore, on peut ajouter des difficultés dans l'utilisation des équivalents et des développements limités. Enfin, signalons une confusion fréquente entre intégrabilité de la fonction et convergence de l'intégrale.
On observe encore souvent une confusion entre le passage à la limite dans les inégalités et le théorème d'encadrement, aussi bien pour les fonctions que pour les suites : dans le premier cas l'existence de la limite est dans les hypothèses et le résultat est la valeur de la limite, dans le second cas l'existence de la limite est dans la conclusion, avec, en plus, sa valeur.
Les séries entières sont plutôt mieux traitées même si on rencontre toujours de très nombreux étudiants qui sont incapables de trouver un rayon de convergence d'une série entière lorsque la règle de d'Alembert ne s'applique pas.

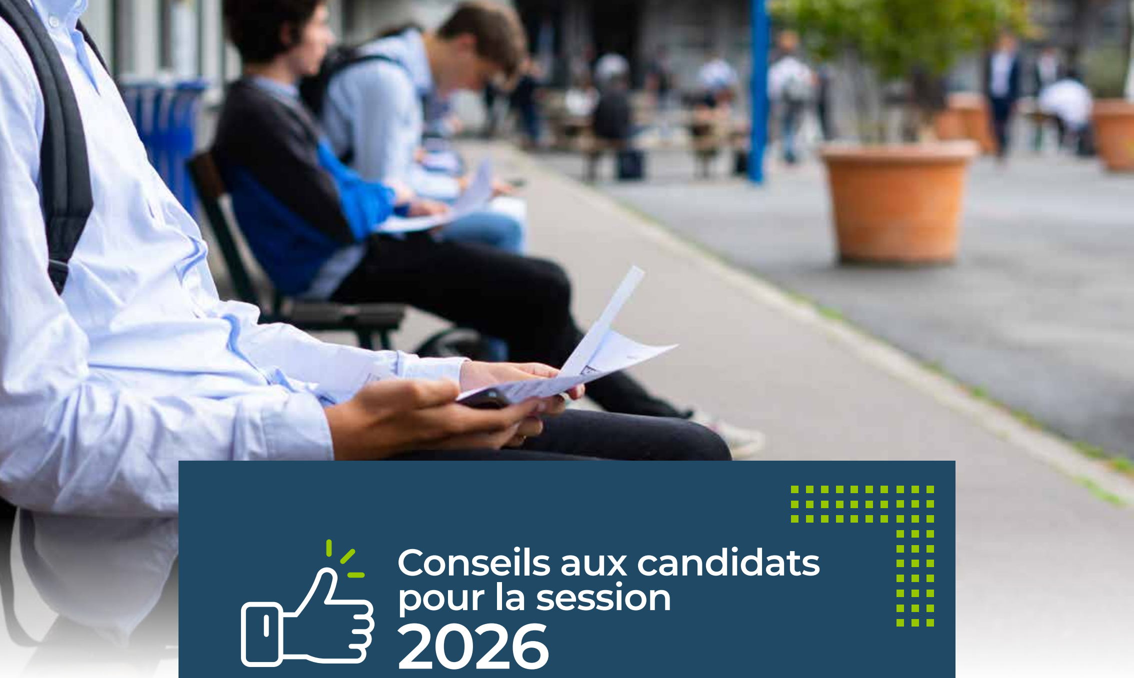
Les performances en logique sont souvent décevantes, on pourrait donner une longue liste des réponses farfelues données pour la négation d'une implication.
Les notions élémentaires en calcul différentiel sont souvent mal connues, en particulier, les notions de limites, de continuité des fonctions de plusieurs variables sont très mal traitées, il en de même pour la règle de la chaîne.

La matrice Hessienne et son utilisation sont connues et appréciées et, en général, correctement maîtrisées. Dans la recherche des extrema d'une fonction de plusieurs variables à valeurs réelles définie sur une partie A, très peu de candidats pensent à étudier la nature de A, savoir si c'est une partie ouverte ou non et veulent directement calculer le gradient de la fonction étudiée. De plus, montrer qu'une partie est ouverte ou fermée est le plus souvent très mal traitée.

La géométrie a quasiment disparu des programmes de MP, PC et PSI et pour les candidats de ces séries elle a complètement disparu, au point que certains sont incapables de déterminer une équation de droite. En revanche, en filière PT les performances sont en général correctes, même si parfois, l'étude des coniques posait problème, et si quelques candidats semblaient avoir fait une impasse sur les surfaces.

En filière MP, les performances sur les exercices d'arithmétique sont souvent très moyennes. Par contre, les étudiants savent, en général aborder un exercice portant sur les normes triples, déterminer la continuité de l'application linéaire et obtenir sa norme triple, Il en est de même de l'adjoint dont la définition et les principales propriétés sont connues.
Concernant la filière MPI, les examinateurs ont trouvé assez bon le niveau moyen des candidats (donc peu d'éléments très faibles). Les remarques qui précèdent dans les autres filières restent bien sûr valables en MPI, ajoutons que :

- La détermination d'une application linéaire par la donnée de l'image d'une base n'est pas maîtrisée, ainsi, dans le même ordre d'idées, la détermination de la matrice d'un endomorphisme remarquable dans une base du plan ou d'un espace à trois dimensions n'est pas une chose facile pour beaucoup,
- La résolution d'un système linéaire utilisant les notions de rang, inconnues principales et secondaires est souvent évitée au profit d'un bricolage équationnel peu convaincant... l'idée d'observer la matrice du système intervient peu et les solutions, pensées comme évidentes par l'énoncé, ne le sont jamais.



Conseils aux candidats pour la session 2026

On peut conseiller aux candidats :

- D'avoir des idées très claires sur les grands théorèmes du programme sachant qu'ils devront les utiliser sans préparation. On attend qu'ils en connaissent parfaitement les hypothèses et qu'ils les vérifient : appliquer un théorème de mathématiques ne se réduit pas à citer le nom du théorème (ou d'un mathématicien) mais à vérifier des hypothèses et à en déduire des conclusions.
- De s'habituer (par exemple en colle) à un oral qui soit un dialogue et non un monologue ; il est regrettable que dans certains cas extrêmes l'examinateur doive rappeler sa présence.
- D'être honnête, en évitant par exemple de détourner des indications en laissant croire que c'est ce qu'ils avaient dit, en évitant aussi d'essayer de convaincre l'examinateur que ce qu'ils ont fait est « presque juste » ou d'affirmer péremptoirement des résultats qu'ils ne savent pas démontrer.
- D'éviter les erreurs de langage ou un langage trop familier, par exemple, ne pas confondre la fonction et la valeur prise par cette fonction, de commencer presque toutes ses phrases par « du coup », ainsi que d'abuser des abréviations (IPP, TVI, TSSA etc…). Éviter aussi de continuer un exercice au lieu de passer au suivant alors qu'on le lui a demandé.
- De bien lire les énoncés des exercices, surtout si l'examinateur le lui conseille, parce qu'il n'a pas remarqué une information importante.

EXEMPLES DE SUJETS DE MATHÉMATIQUES

SUJET 1

EXERCICE 1

$A = (a_{ij})_{1 \le i,j \le n}$ avec $a_{ij} = 1$ si i est différent de j et $a_{ii} = 0$, pour tout couple d'entiers (i, j) compris entre 1 et n. Montrer que A est inversible et déterminer A^{-1}.

EXERCICE 2

a) Montrer que la fonction f, définie sur $\mathbb{R}^{*+}$ par $f(x) = \int_0^{+\infty} e^{-xt} ln(t)dt$ est de classe C^1 sur $[a,+\infty[$ pour tout nombre réel strictement positif a.
En déduire que la fonction f est de classe C^1 sur $\mathbb{R}^{*+}$.

b) Déterminer une équation différentielle vérifiée par la fonction f.

SUJET 2

EXERCICE 1

Deux joueurs lancent indépendamment une pièce de monnaie, les lancers étant indépendants.
Le joueur 1 a une probabilité $p_1 \in]0,1[$ d'obtenir pile et le joueur 2 a une probabilité $p_1 \in]0,1[$ d'obtenir pile. Le jeu s'arrête lorsqu'un des deux joueurs obtient un pile.

On note X_1 la variable aléatoire donnant le nombre de lancers nécessaires au joueur 1 pour obtenir pile et X_2 la variable aléatoire donnant le nombre de lancers nécessaires au joueur 2 pour obtenir pile.

On note U la variable aléatoire donnant le nombre de lancers pour que le jeu s'arrête.

a) Rappeler la loi de X_1 et son espérance.

b) Calculer $P(X_1 > n)$ pour tout pour tout $n \in \bullet$.

c) Déterminer alors $P(U > n)$ pour tout pour tout $n \in \bullet$.

Trouver la loi U de et son espérance.

EXERCICE 2

On munit $^{\sim}{}_3[X]$ du produit scalaire défini par $\langle P|Q \rangle = \int_{-1}^{1} P(x)Q(x)dx$.
On note A le projeté orthogonal de X^3 sur $^{\sim}{}_2[X]$.

a) Calculer A, montrer que $X^3 - A$ est scindé à racines simples dans $]-1,1[$.

b) Pouvait-on montrer, sans calculer A, que $X^3 - A$ est scindé à racines simples dans $]-1,1[$?

c) Calculer $\Delta = \min_{(a,b,c)\in ^{\sim 3}} \int_{-1}^{1} (x^3 - ax^2 - bx - c)^2 dx$.

SUJET 3

EXERCICE 1

Déterminer le rayon de convergence et calculer la somme de la série entière :
$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x}{2n+1}$

EXERCICE 2

A est une matrice carrée, d'ordre n, inversible.

Déterminer le polynôme caractéristique de A^{-1} en fonction de celui de A.

SUJET 4

EXERCICE 1

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on définit la fonction f_n de $[0, 1]$ dans $\mathbb{R}$ par :
$f_n(x) = x^n - nx + 1$

a) Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0, 1]$
On désigne cette unique solution par x_n

b) Étudier le sens de variation de la suite $(x_n)_n \geq 2$

c) En déduire que la suite $(x_n)_n \geq 2$ est convergente et déterminer sa limite.

d) Déterminer un équivalent de la suite $(x_n)_n \geq 2$

e) Déterminer un développement asymptotique à 2 termes de la suite $(x_n)_n \geq 2$

EXERCICE 2

Déterminer les matrices réelles A, carrées d'ordre n,, telles que $A^t AA = I_n$

SUJET 5

EXERCICE 1

On désigne par $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de variables aléatoires définies de $\mathbb{N}$ dans $\{0, 1\}$

$X_0 = 1$

$P(X_{n+1} = 1 | X_{n+1} = 1) = 0,2$

$P(X_{n+1} = 0 | X_n = 1) = 0,4$

On pose $x_n = P(X_n = 1)$

a) Déterminer x_1 et x_2

b) Déterminer une relation de récurrence entre x_{n+1} et x_n

c) Déterminer x_n en fonction de n

EXERCICE 2

On désigne par A une matrice carrée d'ordre n à coefficients réels.
On suppose que la matrice A vérifie ${}^tA = -A$

a) Déterminer les valeurs propres réelles possibles de la matrice A

b) En déduire que les matrices $A + I_n$ et $A - I_n$ sont inversibles.

d) Montrer que la matrice $(A + I_n)(A - I_n)^{-1}$ est orthogonale.