

Révisions PCSI

- Equivalents usuels.
- Négligeabilités usuelles, croissances comparées.
- Développements limités.

I. Séries numériques**Révisions PCSI**

- Sommes partielles, convergence, reste, somme d'une série. Attention à la précision du vocabulaire.
- Condition nécessaire de convergence (TG tend vers 0). Divergence grossière.
- Série géométrique: convergence et somme. Technique des séries géométriques dérivées (pas de formules à connaître).
- Opérations sur les séries CV : combinaisons linéaires, somme d'une série CV et d'une série DV.

- Série télescopique.
- Série de nombres complexes.
- Comparaison série intégrale pour les SATP. Séries de Riemann.
- Théorèmes de comparaison pour les SATP: inégalités, équivalents, o et O.
- Séries absolument CV. Théorème de comparaison à une SATP.

Nouveautés PC

- Le programme insiste bien sur le fait que la méthode de comparaison série intégrale doit être bien maîtrisée.
- Critère de d'Alembert.
- Produit de Cauchy de séries absolument convergente.
- Séries alternées. Critère spécial des séries alternées, majoration des restes en valeur absolue.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Nature des séries de Riemann avec la comparaison série intégrale.
- Equivalence de sommes partielles ou restes par comparaison série-intégrale (par exemple dans le cas des séries de Riemann).
- Nature de la série de Bertrand $\sum \frac{1}{n^\alpha \ln^\beta(n)}$ sur des exemples. Les séries de Bertrand ne sont pas au programme.
- Convergence de la série exponentielle (cas complexe) et

calcul de la somme à l'aide de l'inégalité de Taylor-Lagrange.

- Critère spécial des séries alternées. Convergence (on ne demande pas la démonstration de la majoration du reste).
- Nature de $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$
- Utilisation du produit de Cauchy pour retrouver la propriété calculatoire $e^{a+b} = e^a e^b$ ou pour le calcul de $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$