

II. Intégrales généralisées

- **Révisions PCSI** : intégration sur un segment.
- Fonctions continues par morceaux sur un segment. Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment.
- Intégrale impropres : définition. Cas d'une fonction continue sur un ouvert, sur un semi-ouvert. Intégrale faussement impropre.
- Intégrales de références : Riemann, $\int_0^1 \ln t \, dt$, $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} \, dt$.
- Propriétés des intégrales généralisées : linéarité, positivité, croissance.

- Intégrations par parties.
- Changement de variable.
- **Attention. Pas de théorème de comparaison dans ce chapitre**

III. Rappels et (compléments) d'algèbre linéaire

- **Révisions PCSI** : espaces vectoriels, applications linéaires, matrices d'applications linéaires, formules de changement de base, matrices semblables.
- Exercice d'algèbre.
- Sommes de n sous-espaces vectoriels, supplémentarité. Dimension.
- **Pas encore la trace.**

Questions de cours (preuve à connaître)

- Convergence d'une des intégrales de référence : $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$, $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$, $\int_0^1 \ln t \, dt$, $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} \, dt$.
- $f(x) = \int_x^{2x} \frac{\sin t}{t} \, dt$. Déterminer l'ensemble de définition

de f puis montrer que f y est de classe $\mathcal{C}^1$ et calculer la dérivée.

- Relation de récurrence vérifiée par $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2n}(t) \, dt$ et expression à l'aide de factorielles.
- Théorème du rang.