

III. Rappels et compléments d'algèbre linéaire

- **Révisions PCSI** : espaces vectoriels, applications linéaires, matrices d'applications linéaires, formules de changement de base, matrices semblables.
- **Nouveauté PC** - Sommes de n sous-espaces vectoriels, supplémentarité. Dimension.
- **Nouveauté PC** - Sous-espaces stables, matrices blocs.
- **Nouveauté PC** - Trace d'une matrice, d'un endomorphisme. Propriétés de la trace.
- Déterminant d'une matrice carrée, d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme.
Développement selon une ligne ou une colonne. Déterminant de Vandermonde.
Cas d'une matrice tridiagonale. Terme général d'une suite à double récurrence linéaire : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$.
- **Nouveauté PC** - Polynôme d'interpolation de Lagrange.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Théorème du rang.
- Si f et g commutent alors $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$ sont stables par g .
- Sur un exemple de matrice 2×2 ou 3×3 , montrer que deux matrices sont semblables en recourant aux applications linéaires (comme l'exemple du cours ou l'ex 21 du TD).
- Trace d'un produit : $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.
- Déterminant d'une matrice tridiagonale. (En particulier terme général d'une suite à double récurrence linéaire : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$. Tous les cas $\Delta < 0, > 0, = 0$).
- Existence et unicité du polynôme d'interpolation. Démonstration qui utilise l'application : $P \mapsto (P(x_0), \dots, P(x_n))$.