Fiche : méthode de dichotomie

Informatique

Dichotomie appliquée à la recherche d'un zéro d'une fonction f

La méthode de *dichotomie* permet, entre autres, de rechercher un zéro *approché* d'une fonction f sur un intervalle $[a, b]$. Il s'agit d'une méthode numérique qui ne peut renvoyer une valeur exacte mais seulement une valeur *approchée* du zéro à une *précision* près. Pour cela, il faut que :

- f soit, bien sûr, définie sur l'intervalle $[a, b]$;
- f soit continue sur l'intervalle $[a, b]$;
- l'inégalité $f(a) \times f(b) < 0$ soit vérifiée, ce qui implique que f admette au moins un zéro sur l'intervalle $[a, b]$.

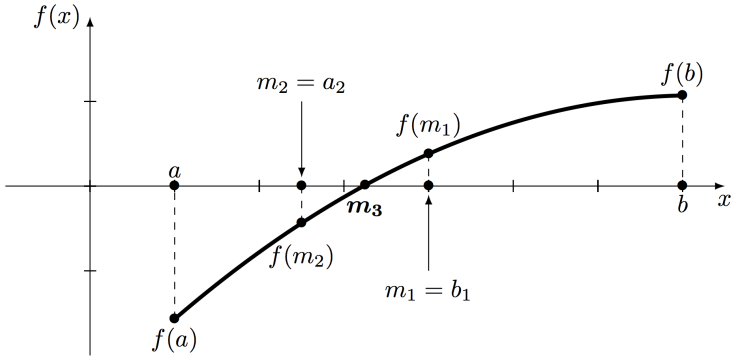

Fig. 01 : Méthode de *dichotomie*

```python
def zero_dicho(f,a,b,eps):
    if f(a)*f(b)>0:          #f n'admet pas de zéro sur [a,b]
        return False
    else :                   #f admet au moins un zéro sur [a,b]
        m =(a+b)/2
        while abs(b-a)>eps : #précision non atteinte
            if f(a)*f(m)>0 : #pas de zéro sur [a,m]
                a=m
            else :           #un zéro sur [a,m]
                b=m
            m=(a+b)/2        #m recalculé avec le nouveau a ou b
    return m
```

Dichotomie appliquée à la recherche d'un entier val dans une liste triée

```python
def dichotomie(liste,val):
    debut = 0            #indice de debut initialisé à 0
    fin = len(liste)-1   #indice de fin initialisé à l'indice maximal de liste
    milieu = int((debut+fin)/2) #int renvoie la partie entière
    while debut <= fin :         #s'arrête dès que debut > fin
        if liste[milieu] == val : #si val est trouvée
            return milieu        #on renvoie son indice
        elif liste[milieu] > val :
            fin = milieu-1       #recherche dans liste inférieure
        else :
            debut = milieu+1     #recherche dans liste supérieure
        milieu = int((debut+fin)/2)
    return False
```

Complexité temporelle

La complexité est en $T_n = O(log(n))$ donc logarithmique. Celle ci est assez performante surtout si n est grand.

Explication : toute fonction qui découpe le domaine d'étude en deux, aura une complexité logarithmique.