QUINZAINE DU 15/09 AU 26/09

1 Contenu du cours

Chapitre 1 - Séries numériques (cours et TD)

1. Rappels

Définition, théorèmes de comparaison, séries de référence.

2. Techniques d'étude

Comparaison série-intégrale, formule de Stirling, règle de d'Alembert, théorème spécial des séries alternées.

3. Familles sommables

Discussion des problèmes d'ordre de sommation, ensembles dénombrables, familles sommables à termes positifs, sommation par paquets, théorème de Fubini, produit de Cauchy, généralisation aux complexes.

Remarque : *cette dernière partie n'est pas un point central du programme et n'était qu'une première approche (en vue des probabilités et pour le produit de Cauchy) et ne doit pas faire l'objet d'exercices.*

Chapitre 2 - Compléments sur les espaces vectoriels (cours uniquement)

1. Produits et sommes d'espaces vectoriels

Définitions, dimensions, sommes directes, base adaptée à un sous-espace, base adaptée à une décomposition en somme directe.

2. Décomposition adaptée à un endomorphisme

Sous-espace stable, endomorphisme induit, matrice avec un sous-espace stable, cas d'une décomposition en somme directe de sous-espaces stables, opérations matricielles par blocs.

3. Trace

Définition, propriétés élémentaires, trace d'un produit, invariant de similitude, trace d'un endomorphisme.

4. Interpolation de Lagrange

Théorème, polynômes interpolateurs de Lagrange, propriétés élémentaires... **(à suivre)**

2 Questions de cours

1. Savoir étudier la convergence d'une série à l'aide des théorèmes de comparaisons. **Exemple :** $\sum_{n\geqslant 1} \tan\left(\frac{n^3-2n+1}{n^4+3n^2}\right)$.
2. Déterminer un équivalent de $\sum_{n=1}^{N} \ln(n)$ par comparaison série-intégrale.
3. Énoncer en entier (hypothèses et conclusions) le théorème spécial des séries alternées et l'utiliser pour trouver une série convergente mais pas absolument convergente.
4. Savoir déterminer une base et la dimension d'un sous-espace vectoriel défini par un système d'équation. **Exemple :** $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ x+y+z=0\}$.
5. Montrer que $\mathrm{Im}(u)$ et $\mathrm{Ker}(u)$ sont stables par v si u et v commutent.
6. Montrer que $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$.