# QUINZAINE DU 24/11 AU 05/12

## 1 Contenu du cours

### Chapitre 6 - Intégrales généralisées (cours et TD)

...

### Chapitre 7 - Espaces euclidiens (cours et TD)

**1. Isométrie d'un espace euclidien**

Définition d'isométrie (dimension finie), isométrie vectorielle, caractérisation dans un espace euclidien, exemple des symétries orthogonales, groupe orthogonal, lien avec l'orthogonal des sous-espaces stables.

**2. Matrices orthogonales**

Définition, caractérisation, lien avec les isométries vectorielles, groupe orthogonal matriciel, orientation de l'espace, groupe spécial orthogonal.

**3. Cas particulier du plan euclidien**

Approche matricielle, approche géométrique, rotations, définition de l'angle d'une rotation, angle et angle orienté entre 2 vecteurs, classification des isométries vectorielles du plan euclidien.

**4. Endomorphismes autoadjoints**

Définition, cas des projecteurs, lien avec les matrices symétriques, stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable, théorème spectral, endomorphismes autoadjoints positifs et définis positifs, cas des matrices symétriques positives et définies positives, lien avec le spectre.

***Remarque :*** *ni la notion de groupe ni la notion d'adjoint ne sont au programme de PC.*

### Chapitre 8 - Séries entières (cours uniquement)

**1. Rayon de convergence**

Définition des séries entières, lemme d'Abel, définition du rayon de convergence, disque ouvert de convergence, cercle d'incertitude, méthodes de calculs du rayon de convergence (en testant la convergence en $z_0$, théorème de comparaison, régle de d'Alembert), somme de séries entières, produit de Cauchy.

**À suivre...**

## 2 Questions de cours

1. **Démonstration :** Classification des matrices de $\mathrm{O}_2(\mathbb{R})$.
2. **Démonstration :** Soit $p$ un projecteur. $p$ est un projecteur orthogonal si et seulement si $p$ est autoadjoint.
3. **Démonstration :** Si $u$ est autoadjoint et si $F$ est stable par $u$ alors $F^{\perp}$ est stable par $u$.
4. **Démonstration :** Lemme d'Abel.
5. **Exemple :** Déterminer à partir de la définition le rayon de convergence de $\sum_{n\geqslant 0} z^n$.
6. **Exemple :** Déterminer le rayon de convergence de $\sum \frac{(2n)!}{n!n^n} z^n$ avec le critère de d'Alembert.