
QUINZAINE DU 08/12 AU 09/01

1 Contenu du cours

Chapitre 8 - Séries entières (cours et TD)

1. Rayon de convergence

Définition des séries entières, lemme d'Abel, définition du rayon de convergence, disque ouvert de convergence, cercle d'incertitude, méthodes de calculs du rayon de convergence (en testant la convergence en z_0 , théorème de comparaison, règle de d'Alembert), somme de séries entières, produit de Cauchy.

2. Régularité de la somme d'une série entière

Convergence normale sur tout segment de $] - R, R[$, continuité sur $] - R, R[$, primitive d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence, $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^{n-1}$ ont même rayon de convergence, dérivées successives d'une série entière, lien entre les coefficients et les dérivées successives en 0.

3. Développement en séries entières

Définition, série de Taylor, unicité du développement en série entière, formule de Taylor avec reste intégrale, développements des fonctions usuelles.

4. Séries géométriques et exponentielles d'une variable complexe

Continuité d'une série entière sur le *disque* ouvert de convergence, $z \mapsto \frac{1}{1-z}$ et $\exp$ sont développables en série entière sur leurs *disques*, formule de morphisme de $\exp$ à partir du produit de Cauchy.

Chapitre 9 - Polynômes annulateurs (cours et tout début du TD)

1. Polynômes d'endomorphismes et de matrices carrées

Définition, les polynômes en u commutent entre eux, $\ker u$ est stable par $P(u)$, polynôme annulateur, utilisation pour calculer les puissances d'un endomorphisme, pour déterminer un inverse, adaptation des résultats au cas des matrices.

2. Polynômes annulateurs et réduction

Lien avec les valeurs propres, avec la diagonalisabilité, diagonalisabilité d'un endomorphisme induit, théorème de Cayley-Hamilton.

Chapitre 10 - Espaces probabilisés (cours uniquement)

1. Univers, événements, variables aléatoires discrètes

Univers, tribu, opérations sur les événements, intersections dénombrables, événements incompatibles, variables aléatoires discrètes, événements définis à partir d'une variable aléatoire ($X = x$), ($X \in V$), ($X \leq a$), etc, ($X = Y$) est un événement si X et Y sont des variables aléatoires discrètes.

À suivre...

2 Questions de cours

1. **Démonstration** : $x \mapsto \sum a_n x^n$ converge normalement sur tout segment de $] - R, R[$.
2. **Démonstration** : primitive d'une série entière sur son intervalle de convergence ouvert.
3. **Démonstration** : $\sum \frac{x^n}{n!} = e^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ en utilisant une équation différentielle.
4. **Démonstration** : formule de binôme de Newton généralisée.
5. **Démonstration** : $\ker u$ est stable par $P(u)$.
6. **Démonstration** : Si $\lambda \in \text{Sp}(u)$ alors $P(\lambda) = 0$.