
QUINZAINE DU 02/03 AU 13/03

1 Contenu du cours

Chapitre 13 - Variables aléatoires discrètes (cours et TD)

...

Chapitre 14 - Fonctions sur un espace vectoriel normé (cours et TD)

1. Topologie d'un espace vectoriel normé

Points intérieurs, parties ouvertes, parties fermées, adhérence, partie dense, caractérisation séquentielle.

2. Limite et continuité en un point

Limite en un point, caractérisation séquentielle, opérations sur les limites, continuité en un point, caractérisation séquentielle.

3. Continuité sur une partie

Définition, images réciproques d'ouverts et de fermés, fonctions lipschitziennes.

4. Espaces vectoriels normés de dimension finie

Théorème des bornes atteintes, continuité des applications linéaires et multilinéaires en dimension finie.

Chapitre 15 - Espérance et variance (cours et TD)

1. Espérance d'une variable aléatoire discrète réelle ou complexe

Définition, formule $\mathbb{E}(X) = \sum_{k=1}^{+\infty} \mathbb{P}(X \geq k)$ si $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$, espérance des variables usuelles, théorème de transfert, propriétés d'existence et de calculs.

2. Variance d'une variable aléatoire discrète réelle

Définition, inégalité de Cauchy-Schwarz, formule de Koenig-Huygens, variance et transformation affine, variance des lois usuelles.

3. Fonctions génératrices

Définition, la loi est caractérisée par la fonction génératrice, fonction des lois usuelles, applications aux calculs d'espérance et de variance, à la somme de 2 variables indépendantes.

4. Inégalités probabilistes

Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev, loi faible des grands nombres.

2 Questions de cours

1. **Démonstration** : Montrer qu'une boule ouverte est ouverte en appliquant la définition.
2. **Démonstration** : Montrer qu'une boule fermée est fermée en utilisant une application continue.
3. **Démonstration** : Calculer la variance de la loi de Poisson à partir de la définition.
4. **Exemple** : Déterminer la fonction génératrice de la loi géométrique de paramètre p ainsi que le rayon de convergence correspondant.
5. **Exemple** : Déterminer la loi de la somme de deux lois de Poisson indépendantes en utilisant les fonctions génératrices.
6. **Démonstration** : Loi faible des grands nombres.